

杆系与板系结构的分析方法

刘 开 国

中国建筑工程出版社

杆系与板系结构的分析方法

刘 升 国

中国建筑工程出版社

85216/02

全书共分五章，其中第一、二、四章论述杆系结构（单属排架、跨变结构及多层框架）的静力、稳定、动力以及塑性分析。第三、五章论述板系结构（高层变截面剪力墙、剪力墙-框架体系、折板及箱型薄壁结构）的简化计算与矩阵分析。全书共介绍了二十多个方法，每一方法均附有计算实例。

本书可供土建结构设计、研究人员及有关大专院校师生参考。

杆系与板系结构的分析方法

刘 开 国

*

中国建筑工业出版社出版（北京西郊百万庄）
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
中国建筑工业出版社印刷厂印刷（北京阜外南礼士路）

*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：15 字数：367千字

1980年8月第一版 1980年8月第一次印刷

印数：1—13,160册 定价：1.20元

统一书号：15040·3730

前 言

随着我国经济建设的飞跃发展，杆系结构分析的任务，面临着不仅需要研究它的杆件系统，还要研究它的板件系统以及杆系与板系组成的组合体系；对杆系结构不仅需要解决静力分析，还要研究它的稳定、振动等问题；对板系结构不仅需要解决简化分析，还要研究一些矩阵分析及采用电子计算机计算。本书围绕以上几个方面，系统地总结了作者的科研成果和设计经验，并参以国内外一些先进的分析方法，写成本书。

全书共分五章，其中第一、二、四章论述杆系结构，第三章论述杆件与板件组成的结构体系，第五章论述板系结构。各章除顺序上有连贯性外，并有相当独立性。其内容如下：

在第一章中，对单层排架及跨变结构的静力分析，分别提出：侧移传播法、剪力传播法、内力方向传播法；并对单层厂房排架的空间工作进行了分析；章末还扼要地介绍了有限要素法，为本章以后的矩阵分析打下基础。

在第二章中，对多层框架结构的静力分析，分别提出：力矩传播新法、剪力分配新法、改进后的因数法及不规则框架的新解法等。

在第三章中，对高层变截面剪力墙及剪力墙-框架体系在水平力作用下的分析，一方面通过矩阵分析，采用电子计算机计算，另一方面提出一些简化法，如矩阵传导法以及带形矩阵和差分方程的应用。并将本章与第二章作了有机的联系。

在第四章中，除了将一、二、三章中的部分原理，推广应用于结构的稳定和动力计算外，还介绍了杆系结构的塑性分析方法，如组合机动法、塑性力矩分配法及塑性变形的计算。

在第五章中，对折板及薄壁箱型结构，分别提出：折缝力传播法、弹性地基梁比拟法及折缝应力分配法等。最后还对有限条法作了介绍，此法在板系结构分析中比有限元法优越。

此外，在附录中还补充了几个数学方法：有限差分方程、初始条件法、阶梯函数、脉冲函数及变分法等；并用以分析了杆系与板系结构。

本书初稿承潘家铮同志详加校阅，提出了不少宝贵意见，并代为作了一些修改；出版前复承王光远同志提出了宝贵建议，作者又作了一些增删工作，使本书内容更趋简炼和完善，在此一并致谢。

刘 开 国

主要符号说明

这里主要对几个具有物理意义的符号指明一下, 对于一般只有数学简化意义的符号, 则在各章中出现时再作说明。

由于本书包括了静力、动力、稳定、空间结构、塑性及矩阵分析等不同领域, 引用一个统一的符号系统是有困难的, 因此不可避免地将出现若干重复之处, 请读者注意。

I —— 截面惯性矩	M^P —— 传播力矩
E —— 拉(压)弹性模数	M_p —— 塑性力矩
G —— 剪弹性模数	H, V, Q —— 剪力
K —— 等截面杆的抗弯刚度	N —— 折缝剪力
S —— 变截面杆的抗弯刚度	σ —— 拉(压)应力
C —— 传递系数	τ —— 剪应力
Q —— 抗剪劲度	$\alpha, \beta, \varphi, \theta, \gamma'$ —— 角变
T —— 相干系数	Δ, δ, y —— 位移
K_m, K' —— 修正刚度(主要用于等截面杆)	v, u —— 分位移
S_m, S' —— 修正刚度(主要用于变截面杆)	R —— 侧移角(有时作为反力)
C_m, C' —— 传播系数	ε —— 单位伸长
Q' —— 修正抗剪劲度	γ —— 剪变角
T' —— 修正相干系数	ρ —— 曲率
S^P —— 压弯杆的抗弯刚度	θ —— 干扰力的频率
C^P —— 压弯杆的传递系数	ϕ —— 自由频率
Q^P —— 压弯杆的抗剪劲度	m —— 质量
T^P —— 压弯杆的相干系数	W —— 重量
μ —— 分配系数	t —— 时间
F —— 柱的侧移约束柔度或柱因数	A, a —— 振幅
i_0 —— 反弯点系数	J —— 振动质量的惯性矩
M —— 力矩	η —— 振型的修正系数
M^F —— 固端力矩	λ —— 荷载参数
M^0 —— 均衡力矩	P_{kp} —— 临界荷载
M^u —— 不均衡力矩	p, w, q —— 外加荷载
M^D —— 分配力矩	$[A], \{A\}$ —— 矩阵 A , 列矩阵 A

目 录

前 言

主要符号说明

第一章 单层排架及跨变结构..... 1

1-1 单层排架 1

1-1-1 侧移传播法 1

1-1-2 剪力传播法 6

1-1-3 空间分析 11

1-2 跨变结构 13

1-2-1 跨变排架 13

1-2-2 跨变刚架 17

1-2-3 跨变门架 23

1-3 有限要素法 28

第二章 多层框架结构 35

2-1 力矩传播新法 35

2-1-1 绪言 35

2-1-2 杆件常数与刚构常数 35

2-1-3 方法的实质 37

2-1-4 多层无侧移框架 41

2-1-5 多层有侧移框架 46

2-2 剪力分配新法 50

2-2-1 绪言 50

2-2-2 剪力分配的直接解 52

2-2-3 剪力分配的渐近解 59

2-2-4 变截面框架 65

2-2-5 在若干特殊问题中的应用 68

2-3 其他简化法 73

2-3-1 改进后的因数法 73

2-3-2 不规则框架的新解法 83

第三章 高层剪力墙及剪-框结构 94

3-1 高层建筑结构水平力分析概论 94

3-2 矩阵传导法 100

3-2-1 变截面双肢对称互联式剪力墙 100

3-2-2 变截面剪力墙-框架结构的协同

工作 104

3-3 带形矩阵及差分方程的应用 110

3-3-1 变截面双肢对称互联式剪力墙 110

3-3-2 变截面剪力墙-框架结构的协同工作 112

第四章 关于稳定、动力及塑性分析 119

4-1 稳定问题 119

4-1-1 概论 119

4-1-2 单层排架及跨变结构 124

4-1-3 多层框架 128

4-2 动力问题 130

4-2-1 概论 130

4-2-2 单层厂房排架 136

4-2-3 多层框架 137

4-2-4 高层剪-框结构 146

4-3 塑性分析 147

4-3-1 概论 147

4-3-2 组合机动法 151

4-3-3 塑性力矩分配法 158

4-3-4 塑性变形的计算 164

第五章 薄壁空间结构 168

5-1 折板结构分析 168

5-1-1 不考虑节点位移的折板结构分析 168

5-1-2 考虑节点位移的折板结构分析 173

5-2 箱型薄壁结构分析 181

5-2-1 近似计算 181

5-2-2 精确计算 188

5-3 有限条法 198

附录 I 单层厂房排架柱常数表 208

附录 II 振动函数数值表 220

附录 III 补充几个数学方法 222

第一章 单层排架及跨变结构

1-1 单层排架

1-1-1 侧移传播法

侧移传播法系以排架各个高低层对地面的绝对侧移 Δ 为计算对象的。根据各该层屋盖水平力（包括外侧力及柱剪力）之和等于零的原则，先求出各个不同高层的侧移传播系数，并利用此系数求出荷载层的原始侧移 Δ^0 ，再传播于不同高的其他邻层，然后用柱的抗剪刚度乘之，即得各柱的剪力，这就是本法的基本概念。

具体讲来，如图1-1所示只有三层的七跨排架，设有任一外力 M 作用于柱（7），我们先设法求出最高层（即荷载层）的原始侧移 Δ^0 ，然后乘以传播系数 C_{1L} ，即得 $\Delta_1 = \Delta^0 C_{1L}$ ，再乘以 C_{2L} ，即得 $\Delta_2 = \Delta_1 C_{2L} = \Delta^0 C_{1L} \cdot C_{2L}$ 。

关于侧移 Δ 和剪力 H 的符号问题，著者建议在图上直接用箭头表明柱剪力的方向，不必作硬性的规定，如有需要，则可取 Δ 及 H 向右为正，反之为负。

由上可知，采用本法分析排架时，首先要解决的是传播系数 C 及原始侧移 Δ^0 的计算问题。

一、公式推导

（一）传播系数 C 符号说明（见图1-2）：

δ_a, δ_{ka} ——上端自由的柱（柱基固定），当 a 点作用单位力时， a 点产生的侧移（即 δ_a ）和 k 点产生的侧移（即 δ_{ka} ）；

δ_k, δ_{ak} ——同上，但在 k 点作用单位力时， k 点产生的侧移（即 δ_k ）和 a 点产生的侧移（即 δ_{ak} ）；（由麦威互等变位定理，知 $\delta_{ak} = \delta_{ka}$ ，故以后均用 δ_{ak} 表之）。

C_L ——向左传的侧移传播系数；

C_R ——向右传的侧移传播系数。

为了便于叙述起见，取图1-1的一部分示如图1-3。先研究一下图1-3中柱（4）的受力情况，如果 x_1 、 x_2 分别表示柱（4） a 、 k 两点的横梁应力，那末容易地写出以下两个联立方程式：

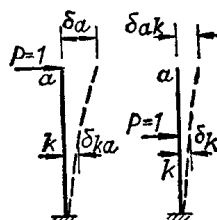


图 1-2

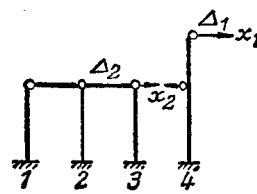


图 1-3

$$\left. \begin{aligned} -x_2 \delta_{ak(4)} + x_1 \delta_{a(4)} &= \Delta_1 \\ -x_2 \delta_{k(4)} + x_1 \delta_{ak(4)} &= \Delta_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

解上式，得

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= Q_{k(4)} \Delta_1 - Q_{ak(4)} \Delta_2 \\ x_2 &= Q_{ak(4)} \Delta_1 - Q_{a(4)} \Delta_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

其中

$$Q_{a(4)} = \frac{\delta_{a(4)}}{Z_{(4)}} \quad Q_{k(4)} = \frac{\delta_{k(4)}}{Z_{(4)}} \quad Q_{ak(4)} = \frac{\delta_{ak(4)}}{Z_{(4)}} \quad \textcircled{1}$$

$$Z_{(4)} = \delta_{a(4)} \delta_{k(4)} - \delta_{ak(4)}^2$$

当 a 和 k 合为一点时（即等高跨）：

$$Q_a = \frac{1}{\delta_a}$$

柱（4） a 点的剪力：

$$H_{a(4)} = x_1 = Q_{k(4)} \Delta_1 - Q_{ak(4)} \Delta_2$$

柱（4） k 点的剪力：

$$H_{k(4)} = x_1 - x_2 = (Q_{k(4)} - Q_{ak(4)}) \Delta_1 + (Q_{a(4)} - Q_{ak(4)}) \Delta_2$$

如将 Δ_1 、 Δ_2 以图1-1中的 Δ^0 关系来表示，即得

$$\left. \begin{aligned} H_{a(4)} &= (Q_{k(4)} C_{1L} - Q_{ak(4)} C_{1L} C_{2L}) \Delta^0 \\ H_{k(4)} &= [(Q_{k(4)} - Q_{ak(4)}) C_{1L} + (Q_{a(4)} - Q_{ak(4)}) C_{1L} C_{2L}] \Delta^0 \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

同理，可将图1-1中柱（6）的剪力写为

$$\left. \begin{aligned} H_{a(6)} &= (Q_{k(6)} - Q_{ak(6)} C_{1L}) \Delta^0 \\ H_{k(6)} &= [(Q_{k(6)} - Q_{ak(6)}) - (Q_{ak(6)} - Q_{a(6)}) C_{1L}] \Delta^0 \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

根据每个同高层的剪力平衡条件 $\Sigma H = 0$ ，并以图1-1的中层（即4-5-6跨）为例，则

$$H_{a(4)} + H_{a(5)} + H_{k(6)} = H_{a(6)}$$

将以上的 H 值代入，整理并消除共同项 Δ^0 后，可得传播系数：

$$C_{1L} = \frac{Q_{ak(6)}}{Q_{a(6)} + Q_{a(5)} + Q_{k(4)} - Q_{ak(4)} C_{2L}} \quad (1-6)$$

同理求得

$$C_{2L} = \frac{Q_{ak(4)}}{Q_{a(4)} + Q_{a(1)} + Q_{a(2)} + Q_{a(3)}} \quad (1-7)$$

从式（1-6）可知，欲求 C_{1L} ，必须先知 C_{2L} ，因此计算应从端部开始，逐一推算。

为了便于读者对照起见，现将各种典型单元的传播系数公式，列于表1-1内。表内公式无需记忆，只要把原理及概念了解清楚，即不难导出。

表1-1内的公式很有规律，可用下列通式来表明：

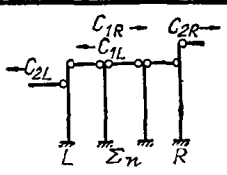
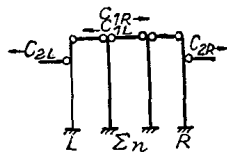
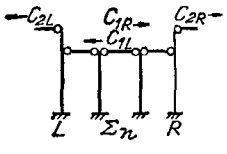
$$C_{1L} = \frac{Q_{ak(R)}}{Q_{k(R)} + \Sigma Q_{a(n)} + Q_{k(L)} - Q_{ak(L)} \cdot C_{2L}} \quad (1-8)$$

┌ 与低层接用 k ┐
└ 与高层接用 a ┘

式（1-8）只需根据本层与邻层连接的情况直接列出。

① Q_a 、 Q_k 及 Q_{ak} 等值可由附录 I 查得。

表 1-1

典型单元	C_{1L} 及 C_{1R}
	$C_{1L} = \frac{Q_{ak(R)}}{Q_{a(R)} + \sum Q_{a(n)} + Q_{k(L)} - Q_{ak(L)}C_{2L}}$ $C_{1R} = \frac{Q_{ak(L)}}{Q_{k(L)} + \sum Q_{a(n)} + Q_{a(R)} - Q_{ak(R)}C_{2R}}$
	$C_{1L} = \frac{Q_{ak(R)}}{Q_{k(R)} + \sum Q_{a(n)} + Q_{k(L)} - Q_{ak(L)}C_{2L}}$ $C_{1R} = \frac{Q_{ak(L)}}{Q_{k(L)} + \sum Q_{a(n)} + Q_{k(R)} - Q_{ak(R)}C_{2R}}$
	$C_{1L} = \frac{Q_{ak(R)}}{Q_{a(R)} + \sum Q_{a(n)} + Q_{a(L)} - Q_{ak(L)}C_{2L}}$ $C_{1R} = \frac{Q_{ak(L)}}{Q_{a(L)} + \sum Q_{a(n)} + Q_{a(R)} - Q_{ak(R)}C_{2R}}$

至于 C_{1R} 和 C_{2R} 值, 同样可按 (1-8) 式求算, 此时只需将式中的脚码 L 和 R 互换即得。

(二) 原始侧移 Δ^0 以图1-1的 (6-7-8) 跨为例, 设柱 (7) 上承受某一外力 M , 我们先求出柱 (7) 上端自由时, 在 M 作用下所产生的侧移 $\delta_{aM(7)}$, 则柱 (7) 顶的虚反力 $R_{a(7)} = Q_{a(7)} \delta_{aM(7)}$, 然后将 R 反其向作用于 (6-7-8) 跨的屋面, 并取 $P = -R$ 。

再由剪力平衡条件 $\sum H = P$, 得

$$H_{a(6)} + H_{a(7)} + H_{a(8)} = P$$

将 H 值代入上式并整理后求得

$$\Delta^0 = \frac{P}{Q_{a(7)} + Q_{a(8)} + Q_{k(6)} - Q_{ak(6)}C_{1L}} = \frac{P}{\left(\frac{1}{C_{2R}} - C_{1L}\right)Q_{ak(6)}} \quad (1-9)$$

式 (1-9) 在任何典型单元中都适用, 故可称为通式。

当高低跨连接处的柱 (6) [或柱 (4)] 有外力 W 作用时, 则须先求出 $\delta_{aW(6)}$ 及 $\delta_{kW(6)}$, 再计算 a 和 k 点的虚反力 $R_{a(6)}$ 及 $R_{k(6)}$ 。

由式 (1-2) 得

$$\left. \begin{aligned} R_{a(6)} &= Q_{ak(6)}\delta_{aW(6)} - Q_{a(6)}\delta_{kW(6)} \\ R_{k(6)} &= Q_{k(6)}\delta_{aW(6)} - Q_{ak(6)}\delta_{kW(6)} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

然后反其向作用于 (4-5-6) 跨及 (6-7-8) 跨两屋盖。

总之在任何外力作用下, 先应用以上方式把实际外力化成作用于屋盖的相当水平力 P , 然后代入式 (1-9) 求 Δ^0 。

二、计算程序

用本法分析厂房排架时, 可采用以下计算程序:

1. 求传播系数: 先将柱常数 Q_a 、 Q_{ak} 及 Q_k 求出, 然后分别计算两个方向的传播系数,

从边层开始逐层进行。

2. 求原始侧移并传播之：先求出各层的相当水平力 P ，然后求 Δ^0 ，再进行传播。在多种活荷载作用时，可先求出单位力作用于各层的情况作为基本情况，然后用各种实际荷载乘之即得。

3. 求柱剪力：用已求得的侧移，代入式 (1-3)，即可求出高低跨变化处的柱剪力，至于平跨柱，则其 $H = \Delta \cdot Q$ 。

例 1-1 试分析如图 1-4 所示的四跨两个高低层次的排架。

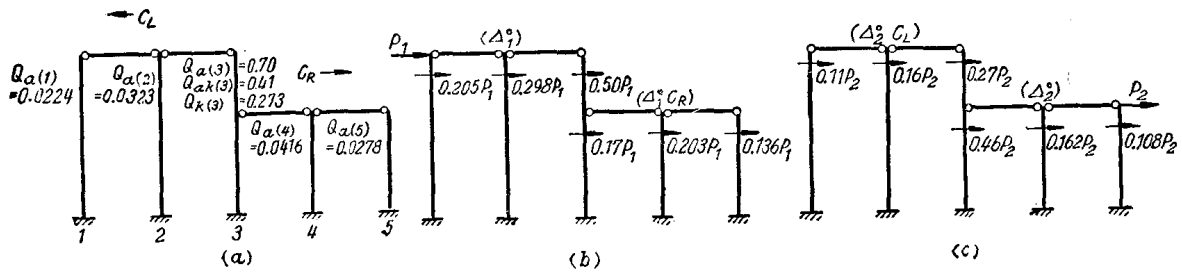


图 1-4

设已知各柱的常数是

柱 1:	$\delta_{a(1)} = 44.67$
柱 2:	$\delta_{a(2)} = 30.67$
柱 3:	$\delta_{a(3)} = 30.67$
	$\delta_{k(3)} = 12$
	$\delta_{ak(3)} = 18$
柱 4:	$\delta_{a(4)} = 24$
柱 5:	$\delta_{a(5)} = 36$

把所有 δ 化为 Q (示于图 1-4)，或由柱尺寸直接由附录 I 查得 Q 。

(一) 求传播系数

$$C_L = \frac{0.41}{0.273 + 0.0224 + 0.0323} = 1.25 \leftarrow$$

$$C_R = \frac{0.41}{0.70 + 0.0416 + 0.0278} = 0.533 \rightarrow$$

(二) 求原始侧移

由于 P_1 :

$$\Delta_1^0 = \frac{P_1}{\left(\frac{1}{1.25} - 0.533\right) \times 0.41} = 9.15P_1$$

$$C_R \Delta_1^0 = 0.533 \times 9.15P_1 = 4.88P_1$$

由于 P_2 :

$$\Delta_2^0 = \frac{P_2}{\left(\frac{1}{0.533} - 1.25\right) \times 0.41} = 3.9P_2$$

$$C_L \Delta_2^0 = 1.25 \times 3.9P_2 = 4.875P_2$$

(三) 求柱剪力

由于 P_1 :

$$H_{a(3)} = 0.273 \times 9.15P_1 - 0.41 \times 4.88P_1 = 0.5P_1$$

$$H_{k(3)} = 0.5P_1 - (0.41 \times 9.15P_1 - 0.70 \times 4.88P_1) = 0.17P_1$$

由于 P_2 :

$$H_{a(3)} = 0.273 \times 4.875P_2 - 0.41 \times 3.9P_2 = -0.27P_2$$

$$H_{k(3)} = -0.27P_2 - (0.41 \times 4.875P_2 - 0.70 \times 3.9P_2) = 0.46P_2$$

其他柱剪力即为 $H=Q_4$, 故可直接在图上写出, 不必列式计算。

三、单向侧移传播

如众周知, 形变的传播与力的传播是相辅相成的, 前者的逆向传播系数即后者的正向传播系数。为了谋求新的简化, 下面采用两个不同的传播过程:

正向传播侧力时, 令传播的前方各层不能侧移, 后方各层可以自由侧移; 而逆向传播层间侧移时, 排架所有各层均可自由侧移。换言之, 正向传播的过程, 就是将已加水平支承的层间, 予以放松的过程; 逆向传播的过程, 就是将已放松的各层, 进一步调整其侧移的过程。其物理概念如下:

试分析图 1-5 所示的排架, 我们先将各层加以水平支承, 使其不能侧移, 求出各支承的虚反力 H^F , 如层间(1、2、3、4)为 H_{1-4}^F ($H_{1-4}^F = R_{a(1)} + R_{a(2)} + R_{a(3)}$), 如图 1-5-a 所示。

然后, 从层间(1、2、3、4)开始放松, 即用大小相等方向相反的侧力 $P = -H_{1-4}^F$ 作用于其上, 并传给邻层, 得虚反力 H_{4-6}^P , 如图 1-5-b 所示, 再将层间(4、5、6)放松, 继续传给层间(6、7、8), 得虚反力 H_{6-8}^P , 如图 1-5-c 所示。这叫正向传播侧力。

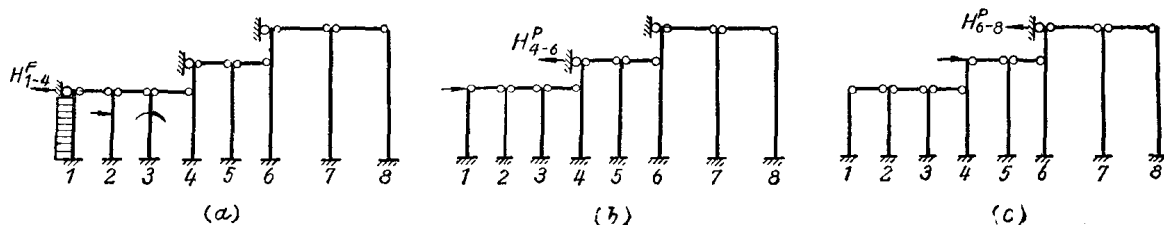


图 1-5

再将各层的原始侧移求出后, 从层间(6、7、8)开始, 将侧移进行逆向传播之。最后, 将各层的原始侧移及传播侧移迭加, 即得结果侧移。

(一) 层间抗剪常数:

以图 1-5-c 为例, 层间(6、7、8)暂不放松, 即 $\Delta_{(6,7,8)} = 0$ 。使层间(4、5、6)产生侧移 $\Delta_{(4,5,6)} = 1$, 所需作用于该层的侧力 P , 定义为该层的抗剪常数, 以后以 $Q_{(4,5,6)}$ 表示。由层间(4、5、6)的剪力平衡条件知:

$$H_{a(4)} + H_{a(5)} + H_{k(6)} = H_{a(6)} + P$$

并注意到

$$\Delta_{(1,2,3,4)} = \Delta_{(4,5,6)} \cdot C_{2L} = C_{2L}$$

于是

$$H_{a(4)} = Q_{k(4)} - Q_{a(4)} \cdot C_{2L}$$

$$H_{a(5)} = Q_{a(5)}$$

$$H_{k(6)} = Q_{a(6)} - Q_{ak(6)} \text{ 及 } H_{a(6)} = -Q_{ak(6)}$$

将其代回上之平衡条件得:

$$Q_{(4,5,6)} = p = Q_{a(6)} + Q_{a(5)} + Q_{k(4)} - Q_{ak(4)} C_{2L} \quad (1-11)$$

(二) 原始侧移 Δ^0 及传播系数 C :

设图1-5-c, 当其层间(4、5、6)作用侧力 $P_{(4,5,6)}$ 时, 则该层产生原始侧移 $\Delta^0_{(4,5,6)}$ 为:

$$\Delta^0_{(4,5,6)} = \frac{P_{(4,5,6)}}{Q_{(4,5,6)}} \quad (1-12)$$

此时层间(6、7、8)的传播侧力为

$$P_{(6,7,8)} = -H_{6-8}^P = -H_{a(6)} = Q_{ak(6)} \Delta^0_{(4,5,6)} = C \cdot P_{(4,5,6)}$$

$$\text{故 } C = \frac{Q_{ak(6)}}{Q_{(4,5,6)}} = C_{1L} \quad (1-13)$$

由此可知, 式(1-13)与式(1-6)相同, 说明由层间(4、5、6)传至层间(6、7、8)的侧力传播系数 C 等于由层间(6、7、8)传至层间(4、5、6)的侧移传播系数 C_{1L} 。

(三) 计算程序:

(1) 计算层间抗剪常数 $Q_{(LnR)}$ 及传播系数 C 。从左边第一层间开始, 依序逐层算至最右边一层为止。

(2) 正向传播侧力, 并求出原始侧移 Δ^0 。

(3) 逆向传播侧移, 并迭加之。

(4) 求柱剪力(同前)。

例 1-2 资料同例 1-1, 并知 $P_1 = P_2 = 10$ 吨。

(1) 计算 $Q_{(LnR)}$ 及 C :

$$Q_{(1,2,3)} = Q_{k(3)} + Q_{a(2)} + Q_{a(1)} = 0.273 + 0.0323 + 0.0224 = 0.3277$$

$$C_L = Q_{ak(3)} / Q_{(1,2,3)} = 0.41 / 0.3277 = 1.25$$

$$\begin{aligned} Q_{(3,4,5)} &= Q_{a(5)} + Q_{a(4)} + Q_{a(3)} - Q_{ak(3)} C_L \\ &= 0.0278 + 0.0416 + 0.70 - 0.41 \times 1.25 = 0.2569 \end{aligned}$$

(2) 侧移单向传播:

层间	(1,2,3)	(3,4,5)
C	← 1.25 →	
$Q_{(LnR)}$	0.3277	0.2569
P	10	10
传播 P →		12.5
Δ^0	30.6	87.5
传播 Δ ←	109.2	
$\Sigma \Delta$	139.8	87.5

1-1-2 剪力传播法

本节中扼要介绍剪力传播法的原理和实例。可以看到, 此法在计算步骤上与上节的侧

移传播法极为相似，即先求出各柱之间的“剪力传播系数”和“原始剪力”，然后将原始剪力循序传播即得各柱的剪力。计算既极简便，又系直接以剪力为计算对象，因此似系一较为妥善的新分析法。

一、公式推导

本法系以排架柱的剪力为计算对象，以剪力的传播系数作为排架的基本常数，当荷载柱的原始剪力 H^0 求出后，乘以传播系数即可求得其他柱的剪力。

全部公式以采用排架“横梁两端位移相等”的原则^[1]，通过建立方程式来推导较为简捷，当然也可采用其他方法推导。

符号规则同侧移传播法，这里不再说明。

现将传播系数 C 及原始剪力 H^0 的公式推导于后。

(一) 传播系数 C 为了系统地说明传播系数公式的规律性，我们先将图 1-6 的有关式子都写出来，通过它们来找出其通式。

由于

$$\begin{aligned} P - x_1 &= H_1 \\ x_1 - x_2 &= H_2 \\ x_2 - x_3 &= H_3 \\ x_3 - x_4 &= H_4 \\ x_4 &= H_5 \end{aligned}$$

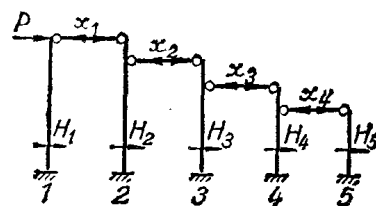


图 1-6

可得

$$\begin{aligned} x_1 &= H_2 + H_3 + H_4 + H_5 = \sum_2^5 H_n \\ x_2 &= \sum_3^5 H_n \\ x_3 &= \sum_4^5 H_n \end{aligned}$$

根据横梁两端位移相等的要求可得

$$H_1 \delta_{1a} = (H_2 + H_3 + H_4 + H_5) \delta_{2a} - (H_3 + H_4 + H_5) \delta_{2ak} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} & (H_2 + H_3 + H_4 + H_5) \delta_{2ak} - (H_3 + H_4 + H_5) \delta_{2k} \\ & = (H_3 + H_4 + H_5) \delta_{3a} - (H_4 + H_5) \delta_{3ak} \quad (b) \end{aligned}$$

$$(H_3 + H_4 + H_5) \delta_{3ak} - (H_4 + H_5) \delta_{3k} = (H_4 + H_5) \delta_{4a} - H_5 \delta_{4ak} \quad (c)$$

$$(H_4 + H_5) \delta_{4ak} - H_5 \delta_{4k} = H_5 \delta_{5a} \quad (d)$$

由 (d) 式得

$$H_5 = \frac{\delta_{4ak}}{\delta_{5a} + \delta_{4k} - \delta_{4ak}} H_4 = C_{45} \cdot H_4 \quad (e)$$

由 (c) 式并将 (e) 式代入，得

$$H_4 = \frac{\delta_{3ak}}{(\delta_{4a} + \delta_{3k} - \delta_{3ak}) + (\delta_{4a} + \delta_{3k} - \delta_{4ak} - \delta_{3ak}) C_{45}} H_3 = C_{34} \cdot H_3 \quad (f)$$

由 (b) 式并将 (f) 式代入，同时令 $C_{35} = C_{34} \cdot C_{45}$ ，得

$$H_3 = \frac{\delta_{2ak}}{(\delta_{3a} + \delta_{2k} - \delta_{2ak}) + (\delta_{3a} - \delta_{3ak} + \delta_{2k} - \delta_{2ak})(C_{43} + C_{35})} H_2 = C_{23} \cdot H_2 \quad (g)$$

由 (a) 式并将 (g) 式代入, 同时令 $C_{24}=C_{23} \cdot C_{34}$ 和 $C_{25}=C_{24} \cdot C_{45}$, 得

$$H_2 = \frac{\delta_{1a}}{\delta_{2a} + (\delta_{2a} - \delta_{2ak})(C_{23} + C_{24} + C_{25})} H_1 \quad (h)$$

上式中, C_{23} 系指柱 (2) 之剪力传播给柱 (3) 时的传播系数, 余类推。

由上可得下列通式 (设排架有 n 跨时):

$$\begin{aligned} C_{23} &= \frac{\delta_{2ak}}{(\delta_{3a} + \delta_{2k} - \delta_{2ak}) + (\delta_{3a} - \delta_{3ak} + \delta_{2k} - \delta_{2ak})(C_{34} + C_{35} + C_{36} + \dots + C_{3n})} \\ &= \frac{\delta_{2ak}}{\delta_{3ak} + \Delta_{3+2} \left(1 + \sum_{i=4}^n C_{3i}\right)} \end{aligned} \quad (1-14)$$

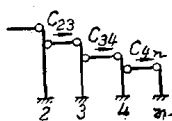
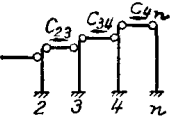
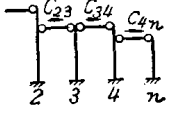
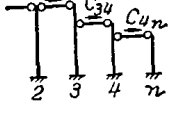
式中 $\Delta_{3+2} = (\delta_{3a} - \delta_{3ak}) + (\delta_{2k} - \delta_{2ak})$

各种型式排架的 Δ_{3+2} 可参看表 1-2, 并定义为 2、3 柱的侧移常数。

从表 1-2 可知, 由低跨传至高跨的传播系数, 只要将相应的 δ_a 换成 δ_k , 又将 δ_k 换成 δ_a 即可, 但 δ_{ak} 值不变。

Δ_{3+2} 值

表 1-2

典型单元	Δ_{3+2} 值	附 注
	$\Delta_{3+2} = (\delta_{3a} - \delta_{3ak}) + (\delta_{2k} - \delta_{2ak})$	
	$\Delta_{3+2} = (\delta_{3k} - \delta_{3ak}) + (\delta_{2a} - \delta_{2ak})$	
	$\Delta_{3+2} = (\delta_{2k} - \delta_{2ak})$	式(1-14)的分母 δ_{3ak} 改 δ_{3a}
	$\Delta_{3+2} = (\delta_{3a} - \delta_{3ak})$	式(1-14)的分子 δ_{2ak} 改 δ_{2a}

按物理概念来说, 由高跨传至低跨时, 先经过高跨的 k 点再传至低跨的 a 点, 故传的柱用 k , 被传的柱用 a , 由低跨传至高跨则反之。

当平跨时, $\delta_a = \delta_k = \delta_{ak}$, 故 $\delta_a - \delta_{ak} = \delta_k - \delta_{ak} = 0$, 而分子之 δ_{ak} 改为 δ_a 。

由这个概念去记表 1-2 将是十分简单的。

(二) 原始剪力 H^0 下列各点均以集中力 P 作用在屋盖的情况为基本情况, 当为其他情况 (如柱中作用任何荷载) 时, 须先求出柱顶虚反力, 再反向作用于屋盖, 然后按以下所述的程序进行推导。

1. 当 P 作用在边柱时, 如图 1-6 所示:

由剪力平衡条件:

$$P = \sum_{n=1}^5 H_n$$

并将 $H_2 = C_{12}H_1$ 、 $H_3 = C_{13}H_1$ 、 $H_4 = C_{14}H_1$ 、 $H_5 = C_{15}H_1$ 代入, 得

$$H^0 = H_1 = \frac{P}{1 + C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15}} = \frac{P}{1 + \sum_{i=2}^5 C_{1i}} \quad (1-15)$$

2. 当 P 作用在中柱时, 如图 1-7 所示:

根据 (3-4) 跨横梁 3 的两端位移相等, 则

$$-x_2 \delta_{3ak} + x_3 \delta_{3k} = (P - x_3) \delta_{4a} - x_4 \delta_{4ak}$$

求 H_3^0 时, 将

$$x_2 = H_3^0 (C_{31} + C_{32})$$

$$x_3 = H_3^0 (1 + C_{31} + C_{32})$$

及

$$x_4 = P - H_3^0 (1 + C_{31} + C_{32} + C_{34})$$

代入上之位移等式, 得:

$$P(\delta_{4a} - \delta_{4ak}) = H_3^0 [\delta_{3ak} + A_{4+3}(1 + C_{31} + C_{32}) - C_{34} \delta_{4ak}] = H_3^0 \left(\frac{1}{C_{43}} - C_{34} \right) \delta_{4ak}$$

则

$$H_3^0 = \frac{C_{43}P}{1 - C_{34}C_{43}} \left(\frac{\delta_{4a}}{\delta_{4ak}} - 1 \right) \quad (1-16)$$

求 H_4^0 时, 将

$$x_2 = P - H_4^0 (1 + C_{45} + C_{46} + C_{43})$$

$$x_3 = P - H_4^0 (1 + C_{45} + C_{46})$$

及

$$x_4 = H_4^0 (C_{45} + C_{46}) \quad \text{代入上之位移等式, 整理后得:}$$

$$H_4^0 = \frac{C_{34}P}{1 - C_{34}C_{43}} \left(\frac{\delta_{3k}}{\delta_{3ak}} - 1 \right) \quad (1-16a)$$

显然, 上式同样适于 P 作用于边柱, 以图 1-6 为例, 因 $\delta_{1k} = \delta_{1ak} = \delta_{1a}$, 故 $H_2^0 = 0$

及

$$H_1^0 = \frac{C_{21}P}{1 - C_{21}C_{12}} \left(\frac{\delta_{2a}}{\delta_{2ak}} - 1 \right) \quad (1-17)$$

同理, 当 P 作用在图 1-7 的柱 6 顶上时, 则 $H_5^0 = 0$ 及

$$H_6^0 = \frac{C_{56}P}{1 - C_{56}C_{65}} \left(\frac{\delta_{5k}}{\delta_{5ak}} - 1 \right) \quad (1-17a)$$

(三) 剪力传播 当原始剪力求出后, 即乘以相应的传播系数以求得其他柱的剪力。

(四) 多柱高低跨排架的简化 当平跨柱较多时, 图 1-8-a、b 及 c 可进一步化成图 1-8-a'、b' 及 c' 的型式。

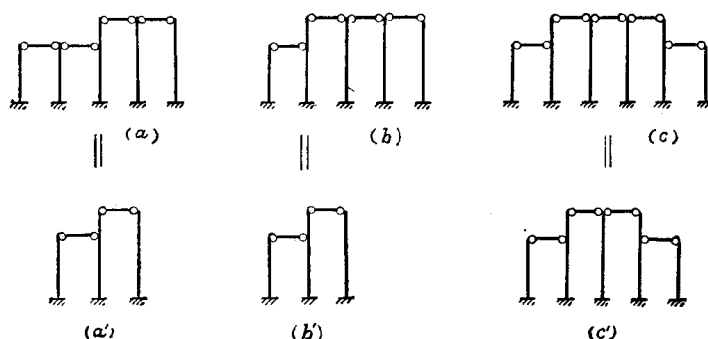


图 1-8

根据并联原则:

$$\frac{1}{\delta_{ni}} = \frac{1}{\delta_n} + \frac{1}{\delta_i} = \sum_n \frac{1}{\delta} \quad (1-18)$$

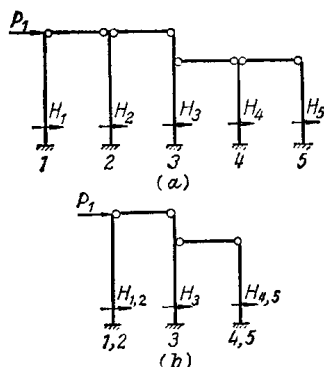
将相应平跨柱由若干根并为一根。

同时,在计算时可以将集中水平力在同一层内任意移动,例如 P 作用在图 1-8-a 的柱 (3) 顶层,可以将其移至柱 (4) 或柱 (5) 顶上,并不影响到剪力计算的结果,因而在计算中可尽量将作用在高低跨柱的集中水平力移至边柱或平跨柱去分析,以求得进一步简化计算。

二、计算程序

用剪力传播法分析排架时,可采用下列步骤:

1. 求剪力传播系数 (若平跨柱较多的排架,应将其先化成简单型式,然后求传播系数)。



2. 用传播系数求出原始剪力再传播之。

3. 当荷载情况较多时,用单位力 $P=1$ 作用在各不等高层上求其相应剪力。

4. 将实际荷载化成集中力后 (即将荷载柱的柱顶虚反力求出后反向作用于屋盖),再乘 (3) 的结果,并一次组合之。

例 1-3 资料同例 1-1。

计算本题时,我们可进一步简化,先将柱 (1)、(2) 及柱 (4)、(5) 合并,如图 1-9-b 所示。

由式 (1-18) 得

$$\delta_{(1,2)a} = \frac{1}{\frac{1}{30.67} + \frac{1}{44.67}} = 18.2$$

$$\delta_{(4,5)a} = \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{36}} = 14.4$$

$$C_{3(4,5)} = \frac{18}{14.4 + 12 - 18} = 2.14$$

$$C_{(1,2)3} = \frac{18.2}{18.0 + 12.67(1 + 2.14)} = 0.315$$

$$\Delta_{(1,2)+3} = 30.67 - 18 = 12.67$$

$$H_{(1,2)}^0 = \frac{P_1}{1 + 0.315 + 0.315 \times 2.14} = 0.502P_1$$

$$H_3 = 0.502P_1 \times 0.315 = 0.158P_1$$

$$H_{4,5} = 0.158P_1 \times 2.14 = 0.339P_1$$

$$H_1 = 0.502P_1 \times \frac{30.67}{30.67 + 44.67} = 0.205P_1$$

$$H_2 = 0.502P_1 \times \frac{44.67}{30.67 + 44.67} = 0.298P_1$$

图 1-9

$$H_4 = 0.339P_1 \times \frac{36}{24+36} = 0.203P_1$$

$$H_5 = 0.339P_1 \times \frac{24}{24+36} = 0.136P_1$$

1-1-3 空间分析

单层工业厂房系由排架、屋盖系统、山墙等组成一个空间结构。在吊车等荷载作用下，由整体厂房来承担，并不是单由受力排架来承担。受力排架将荷载分别传至基础与屋盖，而屋盖又将荷载沿纵向传给其他排架和山墙，这就形成了整体空间作用。

单层厂房的空间计算简图，可以简化为弹性支承连续梁，将屋面系统视作梁，而将排架视作弹性支承。但是目前对屋面系统的水平变形的看法有两种不同意见：一种认为以剪切变形为主，一种认为以弯曲变形为主。前一种看法比较合理，因为它是根据厂房的实测资料统计而得。实测结果^[17]表明：单层厂房变形时，各排架只相互错动，而无出平面的转动，不论屋面是无檩还是有檩系统都是这样。因此，从整体来看，厂房屋面系统的水平变形，是以剪切变形为主，而不是以弯曲变形为主。故本节将按剪切变形进行分析。

一、厂房柱距相同的排架

我国王光远同志曾在文献[17]中，将厂房柱距相同的排架空间计算，简化为弹性地基剪切梁的计算，如图1-10所示，设 c 为弹性支承的弹簧系数，（即使弹性支承发生单位位移时所需的力），其值等于单榀排架的综合抗剪刚度，即 ΣQ 。 l 为排架之间的间距。

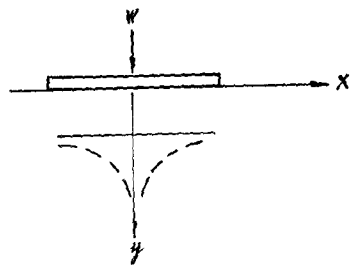


图 1-10

由弹性地基剪切梁的微分方程：

$$GA \frac{dy^2}{dx^2} = \frac{c}{l} y \quad (a)$$

GA ——厂房屋面系统的剪切刚度，

$$\text{令 } \alpha = \sqrt{\frac{cl}{GA}}$$

则式(a)可写为

$$y'' = \left(\frac{\alpha}{l}\right)^2 y$$

其解：

$$y = B_1 e^{\frac{\alpha x}{l}} + B_2 e^{-\frac{\alpha x}{l}} \quad (b)$$

当受力排架的任一侧不少于两榀排架时，梁的边界条件对该侧的位移曲线影响很小，可以近似认为该侧为无限长，则由

$$x = \infty \text{ 时 } y = 0 \quad \text{得 } B_1 = 0$$

$$x = 0 \text{ 时 } y = y_1 \quad \text{得 } B_2 = y_1$$

$$\text{故 } y = y_1 e^{-\frac{\alpha x}{l}}$$

或

$$y_k = y_1 e^{-\alpha k} \quad (c)$$

根据平衡条件：

$$\Sigma cy = W$$