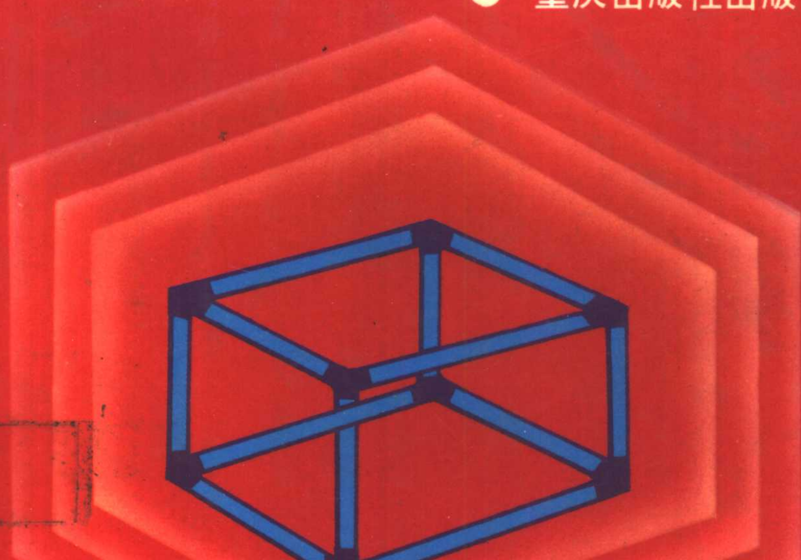
重庆出版社科学学术著作出版基金资助

结构振动分析的矩阵摄动理论

● 陈塑寰 著

● 重庆出版社出版



陈塑寰 著

重庆出版社出版

结构振动分析的矩阵摄动理论

责任编辑　夏树人　罗　敏
封面设计　姚长辉
技术设计　聂丹英

陈　塑　寰　著

结构振动分析的矩阵摄动理论

重 庆 出 版 社 出 版、发 行（重庆长江二路205号）
新　华　书　店　经　销　重庆新华印刷厂印刷

*

开本850×1168　1/32　印张7.125　插页7　字数170千
1991年3月第一版　　1991年3月第一版第一次印刷
印数：1- 3，000

*

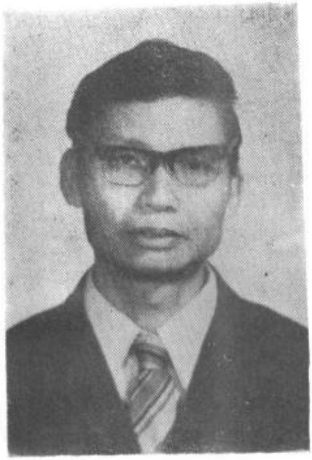
ISBN　7-5366-1424-1/O・13

科技新书目：234—330　定价：6.05元

CHONGQING PUBLISHING HOUSE
Chongqing, P. R. China

MATRIX PERTURBATION THEORY IN STRUCTURAL VIBRATION ANALYSIS

SU-HUAN CHEN
Jilin University of Technology
Changchun, P. R. China



作 者 简 介

陈塑寰，男，生于1934年11月，广东省兴宁县人。1956年毕业于长春汽车拖拉机学院，现任吉林工业大学计算力学专业教授、博士研究生导师，并任中国振动工程学会理事会理事等多职。长期从事理论力学和振动理论方面的教学、科研、学术工作，在培养计算力学的高级人才的工作中卓有贡献，发表学术论文40多篇，“NASTRAN”程序的研究与开发获机械部科技进步二等奖，在重复固有频率和密集模态的摄动理论的研究与应用方面，均取得了国际先进水平。获“吉林省有突出贡献的科技拔尖人才”的称号。

内容提要

本书系统讨论结构振动分析的的矩阵摄动理论，它包括孤立特征值的摄动法，重特征值的摄动法，复模态的摄动法，摄动法的计算机程序实施，矩阵摄动法在模态灵敏度分析及随机特征值分析等重要问题中的应用，连续系统振动特征值问题的摄动法，迭代摄动法及其在动态有限元分析、结构动力缩减和非线性系统响应分析中的应用。内容丰富，反映了目前国内外在这方面的最新研究成果。

本书可供高等院校的研究生和教师参考，也可供从事机械、土木、航空、航天、海洋、船舶和车辆工程结构分析和设计的科技工作者参考。

ABSTRACT

A matrix perturbation theory in structural vibration analysis was systematically discussed in this book. The theory covers a broad spectrum of subjects, distinct eigenvalues, muitple eigenvalues, complex mode, eigenproblem of continuous systems, and computer program *implementation*. Various applications of the theory in structural dynamics such as design sensitivity analysis of the vibration modes with respect to design parameters, random eigenproblem analysis were included. An iterative perturbation method and its application in dynamic finite element analysis, dynamic reduction, and response analysis of nonlinear systems were also presented. The contents synthesized the most recent research results in this field.

This book is recommended to gradates, engineers and scientists of mechanical, civil, aerospace, ocean and vehicle engineering.

前　　言

随着我国"四化"建设事业的迅速发展，在机械、土木、航空、航天、海洋、船舶及车辆工程部门中，有大批大型复杂结构，需要进行分析和计算。特别是近年来，这些大型复杂结构的设计已由静态设计逐渐转为动态设计。人们希望在产品的设计、制造、安装调试及使用过程中能全面保证产品的动态特性。由于结构振动分析方法的完善，以及大型、高速电子计算机的广泛应用，产生了像NASTRAN、ADINA、SAP等大型通用的结构分析程序供工程结构设计使用。但由于结构的复杂性，大型复杂结构的振动分析是相当耗费计算时间的。特别是在大型复杂结构的迭代设计过程中，为了获得满意的设计需要多次修改设计和多次反复分析计算，这就需要惊人的计算机时。因此，结构修改后的快速而有效的重分析技术是十分必要的。不仅如此，在结构迭代设计中还需要有快速的动态灵敏分析的计算方法。

结构振动分析的矩阵摄动理论主要研究结构参数有微小变化时，结构的固有频率和模态的变化。而矩阵摄动理论是结构修改后的重分析和结构动态灵敏度分析的有力工具．因此，对矩阵摄动理论的研究是一项很有学术价值和应用价值的课题，是工程技术界十分关注的一个问题。结构振动分析的矩阵摄动理论，经过了系统理论研究，现在正在逐步应用于工程。到目前为，止无论是国内还是国外，都未出版过这方面的专门著作，而科技工作者又

迫切希望系统了解矩阵摄动理论。有鉴于此，我在近年来对矩阵摄动理论的研究基础上，综合目前国内外的有关文献，撰写成此书，以期能对高等学校的研究生、教师以及从事工程结构设计和研究的读者有所帮助，并对推动我国计算机辅助设计(CAD)的发展起到一定的作用。

本书分成六章。

第一章，简单介绍矩阵摄动理论必要的预备知识。

第二章，系统讨论离散系统的孤立特征值、重特征值的矩阵摄动理论，给出矩阵摄动法的几个计算机程序，并用一些数值例子来说明其应用。

第三章，讨论复模态的摄动理论，而且仅限于讨论非亏损系统。

第四章，讨论矩阵摄动理论的若干重要应用，包括从约束结构的模态参数中提取自由—自由结构的模态参数，弱耦合结构系统的子结构摄动分析，振动模态的设计灵敏度分析，Guyan缩减的精度估计以及随机参数结构的随机特征值分析等。

第五章，讨论连续系统(包括杆、梁、膜、薄板等)振动特征问题的摄动法，并给出摄动问题的统一表达式。

第六章，讨论迭代摄动法及其在动态有限元分析、结构动力缩减和非线性系统动力响应分析中的应用。

本书可供高等学校的研究生和教师参考，也可供从事机械、土木、航空、航天、海洋、船舶和车辆工程结构设计、研究的科技工作者参考。

陈塑寰

1989年1月于吉林工业大学

目　　录

CONTENTS

第一章 预备知识

§1.1 结构振动特征问题

考虑线性结构的固有振动问题．设结构已按某种方式离散化了，因此我们只考虑有N个自由度的离散系统．令$\{q\}$为广义坐标列阵，$[K]$和$[M]$为与$\{q\}$相应的刚度矩阵和质量矩阵，ω为固有频率．因此，在略去机械能的损耗后，结构的固有振动方程为

$$[M]\{\ddot{q}\}+[K]\{q\}=0. \tag{1.1}$$

这里$\{\ddot{q}\}$为广义加速度向量．结构的固有振动为简谐振动，即

$$\{\ddot{q}\}=\{u\}\cos(\omega t-\varphi). \tag{1.2}$$

式中$\{u\}$为模态向量．将(1.2)代入(1.1)，便可导出结构振动特征问题

$$[K]\{u\}=\lambda[M]\{u\}. \tag{1.3}$$

其中 $$\lambda=\omega^2.$$

在结构振动分析中求解结构的固有频率和模态向量的问题，在数学上归结为求解振动特征问题(1.3)．在所讨论的是线弹性问题时，方程(1.3)中的$[K]$和$[M]$一般都不是ω的函数，即它们是常数矩阵．方程(1.3)为线性特征问题．

由线性代数理论可知，要使方程(1.3)有非零解，其充分必要条件为

$$\det([K]-\lambda[M])=0。\tag{1.4}$$

这就是结构的特征方程．若令

$$p(\lambda)=\det([K]-\lambda[M])。\tag{1.5}$$

称为特征多项式．设结构离散后的自由度数为N，即$[K]$和$[M]$均为N阶矩阵．方程(1.3)中的特征值一定是特征多项式$p(\lambda)$的根，而$p(\lambda)$的根也必然是方程(1.3)中的特征值．

如果所考虑的结构没有刚体和机构自由度(简称刚体自由度)，那么对应于任一非零位移$\{u\}$都有

$$\{u\}^T[K]\{u\}>0。$$

这时的刚度矩阵是正定的．如果结构有刚体位移$\{u_0\}$，那么

$$[K]\{u_0\}=0，因而\{u_0\}^T[K]\{u_0\}=0。$$

这时$[K]$是半正定的．与刚体位移相应的特征值是$\lambda=\omega_0{}^2=0$．在结构分析中一般不会出现刚体位移的情况，因为对一般的结构，总是有足够的支承约束，使得结构不致产生刚体位移．只有在某些特殊情况，如在飞行中的飞机，运行中的汽车、轮船等，才会出现$\lambda_i=0$，并且，零特征值的个数一定等于系统的刚体自由度．数．

当结构有刚体位移时，其刚度矩阵$[K]$一定是奇异的．这时，可用移位的方法来消除刚度矩阵$[K]$的奇异性．为此，在方程(1.3)两端加上$-\rho[M]\{u\}$，则(1.3)式变为

$$([K]-\rho[M])\{u\}=(\lambda-\rho)\{u\}。\tag{1.6}$$

或写成

$$[\bar{K}]\{u\}=\mu[M]\{u\}。\tag{1.7}$$

式中

$$[\dot{K}]=[K]-\rho[M], \quad \mu=\lambda-\rho,$$

ρ称为移位值。比较(1.3)式和(1.7)式可以看出，两者具有相同的特征向量$\{u\}$，但特征值相差移位值ρ，即

$$\lambda_i=\mu_i+\rho. \tag{1.8}$$

以上结论说明，如果出现刚体模态($\lambda=0$)，我们总可以对刚度矩阵进行移位，使得所有特征值都变为正。

对于实际结构，有了振动必然会有动能，即对于任意的非零$\{u\}$都有

$$\{u\}^{\mathrm{T}}[M]\{u\}>0.$$

这时质量矩阵是正定的。不过当采用集中质量矩阵时，其某些对角元素可能为零。设对角质量阵中的第r个元素为零，其特征解为

$$(\lambda_i, \{u_i\})=(\lambda_\infty, \{u_\infty\}).$$

其中$\lambda_\infty\to\infty$，而

$$\{u_\infty\}^{\mathrm{T}}=[0, 0, \cdots, 0, \underset{(r)}{1}, \cdots 0]=\{e_r\}^{\mathrm{T}}.$$

即1个零对角质量元素就有1个无穷特征值，而对应的特征向量可取为单位向量，其中1的位置对应于$[M]$中的零质量元素。

如果结构出现零质量自由度，就存在非零的位移$\{u\}=\{u_\infty\}$，能使

$$[M]\{u_\infty\}=0, \text{ 因而} \{u_\infty\}^{\mathrm{T}}[M]\{u_\infty\}=0.$$

这时质量矩阵$[M]$是半正定的。这些没有质量的自由度，可称为纯静态自由度。这时，我们可用静力凝聚的方法来消去这些纯静态自由度。为此，我们把广义特征问题(1.3)式写成分块的形式

$$\begin{bmatrix} K_{aa} & \vdots & K_{ac} \\ & \cdots\cdots & \\ K_{ca} & \vdots & K_{cc} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_a \\ \cdots \\ u_c \end{Bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix} M_a & \vdots & 0 \\ & \cdots\cdots & \\ 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_a \\ \cdots \\ u_c \end{Bmatrix}. \tag{1.9}$$