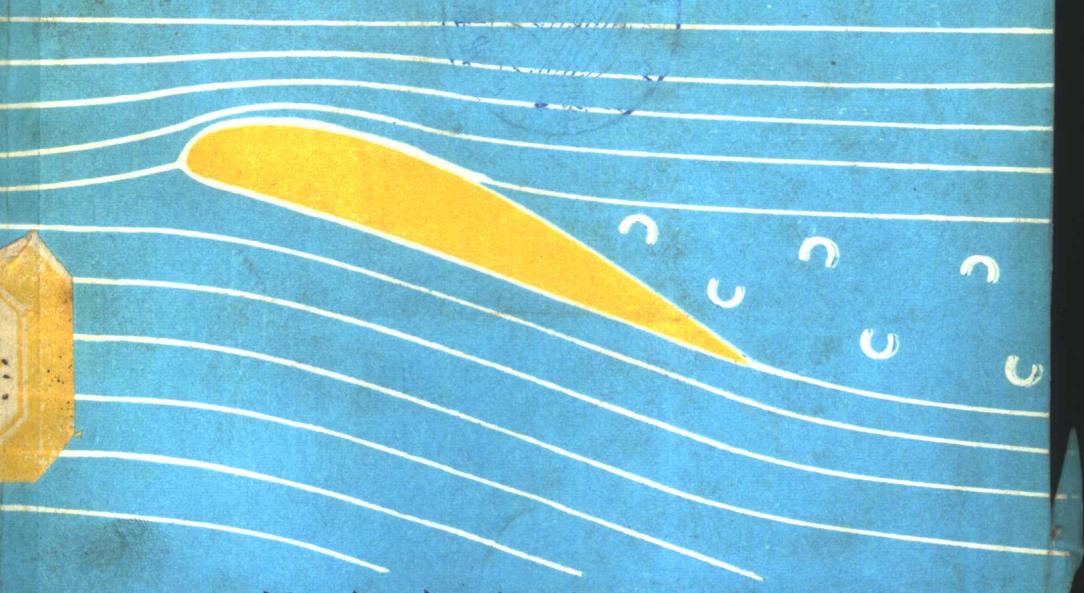


921129

流体力学

— Fluid Dynamics —

陈玉璞等 编著



河海大学出版社

921129

O35
7411

O35
7411

流 体 动 力 学

陈玉璞等 编著

河海大学出版社

内 容 简 介

本书主要内容：流体运动的基本概念和基本方程，涡量与环量的一般原理，均质不可压缩粘性流体的运动，不可压缩流体的无旋运动，紊流理论基础，层流与紊流边界层，自由紊流与非均质流体中的紊流。每章末附有习题，书末列出矢量分析、笛卡尔张量、正交曲线坐标等三个附录。

本书突出物理概念和力学原理，阐释明确，论证严谨，叙述深入浅出，文字精炼流畅。体系上以不可压缩粘性流动为主线，内容上着重不可压缩实际流体的动力学，反映了编著者多年讲授流体力学课的经验，有自己的特色。

本书可作为水利、水电、水运、治河、环境、海洋、流体机械、工程力学等专业的研究生和本科生的专业基础课教材，也可供主要以不可压缩流体为工作对象的专业师生及有关技术人员参考。

责任编辑：刘润生

流 体 动 力 学

陈玉璞等 编著

*

河海大学出版社出版
(210024 南京西康路1号)

江苏省新华书店发行

江苏溧水印刷厂印刷

*

开本 850×1168毫米 1/32 印张 14.875 字数 391.000

1990年6月第1版 1990年6月第1次印刷

印数 1—1000 册

ISBN 7-5630-0164-6/TV·26

定价：3.10元

前　　言

本书的前身是河海大学的流体力学讲义，主要为水利、水电、环境、流体机械、治河、海岸、港口及航道等工程专业和工程力学、工程水文专业的研究生和需要流体力学知识较多的高年级本科生编写。河海大学各专业共十一届研究生和工程力学专业两届本科生的教学实践证明，本书的内容、体系和叙述方法是可行的，且效果良好。在总结经验的基础上，充实调整内容，拓宽服务对象，完善体系，发扬特色，数易其稿，始成本书。

本书在内容上着重不可压缩实际流体的动力学，间或涉及某些可压缩流动问题，也是为了更好地阐明不可压缩流动的基本原理。在体系上打破了先理想流体、后粘性流体并且重前者、轻后者的惯常安排，以不可压缩粘性流动为主线，把理想流体看作一定条件下和一定范围内对粘性流体的近似；在读者对不可压缩粘性流动的主要性质和一般解法有通盘了解后，再展开无粘性流动特别是势流理论的叙述。显然，仅当对实际流动中粘性的作用和可以忽略粘性的条件与范围有所认识以后，才谈得上对无粘流理论特别是势流理论的正确理解与实际应用。本书这样安排，一方面符合近代流体力学在内容构成和研究方法上的特点；另一方面既可减免重复，节省学时，又能使读者脉络清楚、概念明确、易于掌握。考虑到当前我国部分工程研究人员不顾条件和范围，动辄套用势流解法和其他张冠李戴的流行弊病，我们认为，按此体系组织教学，尤为必要。

流体力学必然涉及对大学生甚至研究生来说都显得较多、较艰深的数学内容，但是以各种流动问题的数学解法作为教学重点，无疑是与本课程的性质、任务不相符合的。因此本书力图把重点放在流动现象、实验事实的描绘和力学概念、力学原理的阐释上，

同时对如何把力学问题化为数学问题，和怎样运用数学方法和数学技巧，也给予适当的注意。

我们在撰写过程中注意遵循理论联系实际的原则。对于从实际流动问题中抽象提炼出力学概念和原理，以及这些概念、原理和实际情况的对比、联系这两个方面，都予以重视。并且注意加强与水力学的联系，例如把三维分析所得的结论通过一维处理简化成常见的水力学公式，又如对读者已经熟知的水力学解法，运用流体力学原理来分析其理论依据等。

本书用五分之二以上的篇幅讨论了标志近代流体力学发展的两个重要部分——紊流和边界层。对其中一些属于学科发展前沿或实用价值较大的内容，如紊流统计理论和模式理论、紊流边界层结构和解法、紊动扩散与离散，浮射流理论基础等，也进行了一定的讨论。

设想读者已具备理论力学、水力学（或初等流体力学）、数理方程、线性代数、复变函数、矢量计算和概率论等方面的基本知识。为便于查考，附录列有矢量分析的常用公式。至于笛卡尔张量与正交曲线坐标，仅在附录中列出基础内容，略去数学推导。如读者从未学过，教师可结合正文需要，适当利用附录进行补充讲授。

各章撰写分工为：第一、二、四、九章，陈玉璞；第三章，陈玉璞、赵文绮；第五章，赵文绮；第六、八章，辽阳王惠民；第七章，咸阳王惠民；附录及全部绘图，张志军。全书由陈玉璞修订统编。

全国高等学校水利水电专业教学委员会主任委员左东启教授和武汉水利电力学院徐正凡教授对书稿进行了全面审查，并提供了许多宝贵的改进意见；河海大学领导、研究生部和教研室同事对本书出版给予了支持；刘润生副教授为提高本书质量作了不少努力，谨向他们致以衷心的感谢。

限于水平，缺点、错误在所难免，欢迎批评指正。

陈玉璞

1989年12月于河海大学

目 录

1 流体的力学性质与流体运动的基本概念	1
1-1 流体力学的研究对象与流体的连续介质模型.....	1
1-2 作用于流体的力.....	6
1-3 流体的流动性与粘滞性.....	8
1-4 流体压缩性.....	11
1-5 描述流体运动的两种方法.....	13
1-6 迹线与流线.....	19
1-7 流体微团运动分析.....	22
1-8 流动分类.....	27
习题	30
2 流体运动的基本方程	32
2-1 系统法与控制体积法.....	32
2-2 连续性方程.....	37
2-3 运动流体中的应力场.....	40
2-4 应力张量与应变率张量的主要性质.....	44
2-5 动量方程与动量矩方程.....	48
2-6 应力形式的运动微分方程与静力平衡方程.....	51
2-7 牛顿流体的变形律——本构方程.....	57
2-8 纳维-斯托克斯方程与欧拉方程	60
2-9 能量方程.....	63
2-10 流体中的分子输运过程.....	71
习题	74
3 涡量与环量的一般原理	78
3-1 涡量场.....	78
3-2 N-S 方程的替代形式与涡量输运方程.....	82
3-3 速度环量.....	86
3-4 环量守恒定理及其推论.....	88

3-5	速度势函数与无旋运动守恒定理.....	92
3-6	流动非正压及质量力无势时旋涡的产生.....	95
3-7	流体粘性对旋涡形成与变化的作用.....	100
3-8	涡量场诱致无旋速度场.....	102
3-9	直线涡丝, 涡层.....	105
	习题	111
4	均质不可压缩粘性流体的运动.....	114
4-1	均质不可压缩粘性流动的完整方程组及求解的一般分析.....	115
4-2	不可压缩粘性流动的无因次特征数.....	120
4-3	恒定平行直线运动.....	127
4-4	非恒定平行直线运动.....	132
4-5	同心圆流动.....	140
4-6	不同压缩流体二维流动的流函数.....	146
4-7	线性化的蠕动流.....	151
4-8	无粘性流动.....	160
4-9	边界层流动.....	167
	习题	173
5	不可压缩流体的无旋运动.....	177
5-1	无旋运动的基本方程与一般性质	177
5-2	平面无旋运动的基本性质	182
5-3	平面无旋运动的数学提法与一般解法	186
5-4	基本平面势流.....	188
5-5	基本平面势流的叠加.....	197
5-6	绕圆柱的无环量及有环量流动.....	201
5-7	二维柱体上有环量绕流的升力与阻力.....	208
5-8	镜像法.....	212
5-9	奇点叠加法解轴对称无旋运动.....	217
5-10	分离变量法解轴对称无旋运动.....	223
5-11	非恒定流与附加质量	225
	习题	235
6	层流边界层.....	239
6-1	边界层基本特征及边界层厚度.....	239

6-2	二维不可压缩层流边界层方程.....	244
6-3	二维恒定层流边界层的精确解.....	248
6-4	楔形柱体层流边界层($U = Cx^m$ 情形).....	258
6-5	边界层方程化为常微分方程的条件.....	262
6-6	层流边界层动量方程和能量方程.....	265
6-7	二维不可压缩层流边界层的近似解法.....	268
	习题	275
7	紊流理论基础.....	277
7-1	概述	277
7-2	层流的稳定性及层流转变为紊流的现象	284
7-3	雷诺方程	294
7-4	紊流能量方程.....	298
7-5	紊流统计理论概要.....	305
7-6	紊流半经验理论.....	336
7-7	紊流方程的模式理论.....	353
	习题	368
8	紊流边界层.....	371
8-1	紊流边界层基本方程	371
8-2	平板紊流边界层的近似解	375
8-3	外流速度为 $U(x)$ 情形的近似解	379
8-4	紊流边界层的结构	384
8-5	边界层分离与绕流阻力	387
	习题	395
9	自由紊流与非均质流体中的紊流.....	397
9-1	自由紊流	397
9-2	紊动射流	400
9-3	尾迹流	405
9-4	混合层	409
9-5	紊动扩散的欧拉分析法	411
9-6	紊动扩散的拉格朗日分析法	414
9-7	剪切紊流中的离散	420
9-8	环境流体中的射流、羽流和浮射流	428

附录	441
A 矢量分析若干公式与指标表示法	441
A-1 微分公式	441
A-2 积分公式	442
A-3 指标表示法	443
B 笛卡儿张量基础	446
B-1 坐标变换与笛卡儿张量的定义	446
B-2 笛卡尔张量的代数运算	448
B-3 张量的微分运算	450
B-4 二阶张量	451
C 正交曲线坐标	456
C-1 正交曲线坐标系	456
C-2 正交曲线坐标系中的梯度、散度和旋度	459
C-3 圆柱坐标系中的方程	460
C-4 球坐标系中的方程	461
参考文献	464

1 流体的力学性质与流体运动的基本概念

流体力学和固体力学同为力学的两大分支，二者研究的运动形式相同，但物质对象不同。它们采用相同的连续介质模型并遵从相同的牛顿力学定律。然而，流体有着不同于固体的力学性质，并且流体运动的描述方法、流体运动的基本形式和流体运动的具体分类，都和固体运动有所不同。本章将阐释这些内容，作为全书的基础。

1-1 流体力学的研究对象与流体的连续介质模型

自然界存在着各种各样的运动形式，不同的运动形式构成不同学科的研究对象。机械运动是一种以物体位置随时间而变动为特征的运动形式，是力学的研究对象。流体力学是力学的一个分支，它研究流体（液体、气体）机械运动的规律。流体力学所研究的机械运动乃是物质的宏观运动，亦即大量分子所组成的质点系统的运动，不涉及物质的微观运动及其量子效应。而且所研究的流体运动速度远小于光速，因此也不必考虑相对论效应。

流体和固体一样，是由分子组成的。分子之间存在空隙。分子本身作永不停息的、不规则的运动，分子与分子之间还存在相互作用力。这些统属于微观范畴，原非本课程研究对象。然而，流体的宏观运动是和流体的微观结构及微观运动有密切联系的。流体宏观运动的物理量，往往是大量分子微观运动的物理量统计平均

的结果。稍许涉及流体的微观结构与微观运动，有助于理解流体运动的物理本质。标准状态下， 1cm^3 的气体中含有 2.7×10^{19} 个分子，相邻分子间距约 $3.2 \times 10^{-7}\text{cm}$ 。而 1cm^3 的水约含 3.3×10^{22} 个分子，相邻分子间距约为 $3.1 \times 10^{-8}\text{cm}$ 。一般而言，两个中性分子间距 d 接近 10^{-7}cm 时，分子间仅有互吸力，其大小与 d^7 成反比。当两分子靠近到电子云开始重叠时，就出现互斥力，其大小与 d^n ($n > 7$ ，可高达 $n = 13$) 成反比。当两分子间距 $d = d_0 \approx (3 \sim 4) \times 10^{-8}\text{cm}$ 时，互吸力与互斥力平衡，总效应为零。气体分子间距约为液体分子间距的 10 倍，因而液体分子互吸力是气体分子互吸力的 10^7 倍。气体分子间相互作用弱，分子热运动的动能足以克服分子间的相互吸引，因而气体分子可以自由运动，分子排列是完全无序的。气体分子热运动速度大，平均自由程比分子直径大千倍。这些就是气体的体积和形状都很容易改变的根本原因。在固体中，一般而言，分子排列是有序的，固定的，每个分子只在其平衡位置附近振动，因而固体的体积和形状都不容易改变。液体体积不易改变，形状却容易改变，介乎固体与气体之间。有人据以推断液体分子间距也介乎固体与气体之间，这是一种误解。实际上，液体分子间距与固体分子间距是同一数量级的，约为 $(3 \sim 4) \times 10^{-8}\text{cm}$ ，液体也和固体一样，其体积不易改变。液体的形状容易改变的根本原因在于其分子排列是部分有序的，分子群具有很大的活动性，在一定条件下，分子群可以相对地自由移动。液体内部还存在空穴，其分子可以向空穴移动。以上我们简略地极不完全地描绘了气体与液体的分子图象，一则借以认识一下我们的研究对象——流体的本来面目；二则往后介绍流体的物理力学性质时，可以此作为解释其微观根源的基础。

尽管流体本身存在分子结构、分子运动和分子作用力，在流体力学中还是把流体看作连续介质。首先，我们把流体物质看作是连续分布的，亦即连续地占满它所占有的全部空间，不留任何空隙。其次，表征流体性质、描述流体运动的各个物理量如速度、压

强、密度等在流动空间的每一点，都具有确定的有限的数值，而且在一般情况下也是连续分布、连续变化的。这就是说，它们都可以表示为空间点坐标与时间的连续函数。往后可以看到，这一点也是由流体的微观特性予以保证的。第三，连续介质是从宏观运动的观点出发而提出的理论模型，在此基础上建立起来的流体力学是一种宏观科学。一方面，在流体力学中不考虑流体内部的微观结构和微观运动；另一方面，对于流体的微观运动，有关连续介质的概念和定律都不适用。然而，微观和宏观这两种运动是相互关联的。大量微观粒子的随机运动会显示为具有一定规律的宏观效应，而宏观运动的各种性质又可以认为是大量微观粒子运动性质的统计平均的结果。比方说，在边长为 0.001 cm 的小立方体内，就含有 2.7×10^{10} 个气体分子，这些分子在 10^{-6} 秒内相互碰撞 10^{14} 次。大量气体分子的频繁撞击，宏观上就形成气体各部分之间以及气体与器壁之间的压力。由于大量气体分子频繁撞击器壁，单位时间内器壁的单位面积上所受到的平均冲量（即分子动量变化的统计平均值）就表现为气体对器壁的压强。在流体力学中，对气体分子碰撞过程本身并不追究，而只考虑它们的宏观效应——气体压强。把连续介质作为研究流体的模型，是欧拉(L. Euler)于 1753 年确立的，因而一般称为欧拉连续介质模型。当然这只是一个理论的抽象。然而按照流体力学研究流体的宏观机械运动的要求，这种理论抽象既是必然的又是合理的。一则通常所考虑的空间范围或空间尺度比流体分子间距大得很多；二则研究流体机械运动的目的就在于确定宏观的大量分子的平均力学特性。在前述实例中，对流体机械运动而言，气体压强是必不可少的研究课题，而形成气体压强的微观根源——气体分子的相互碰撞则无直接的意义。

在流体力学中，引进这种连续介质模型不仅可使研究工作大为简化，而且以连续函数为基础的数学分析这一强有力的工具得以应用。两个世纪以来，在连续介质模型的基础上所建立起来的流体力学理论，已为大量的实验结果所证实，这就更加有力地说明

了这种模型的合理性。任何理论模型都不是完美无缺的，都不能绝对化。连续介质模型也是这样。当流动的特征长度小到可以和分子尺度相比拟（如微粒在液体中的布朗运动）时或当流体分子运动的平均自由程大到可以和运动物体的尺度相比拟（如极稀薄气体中一般物体的运动）时，对于这些情况下的流体运动，连续介质模型都不适用。

由连续介质模型出发，还可引进流体质点作为流体力学研究的基本单元。所谓流体质点乃是组成流体的微小物质单元。宏观地看，流体质点是很小的，其大小完全可以忽略不计，其空间范围可看作一个没有大小的几何点，物理量在其上的变化也觉察不到。微观地看，流体质点又是很大很大的，它包含大量分子，使得统计平均方法和连续介质模型可以使用。简而言之，流体质点就是一个“宏观小、微观大”的流体单元。

在流体内取一系列形状相似而大小不等的封闭曲面，它们都围绕着同一点 P ，从大到小，一个包围着另一个。推求各封闭曲面内流体团质量 Δm 对体积 ΔV 之比即流体密度 ρ 与体积 ΔV 之间的对应关系，绘成图 1·1。当流体团尺度很大时，比值 $\Delta m/\Delta V$ 并不是 P 点的流体密度，而只是该流体团的平均密度。随着 ΔV 的减小， $\frac{\Delta m}{\Delta V}$ 可能发生的变化，是由宏观上流体质量分布不均匀所引起的。当流体团的尺度缩小到接近于很小的 ϵ 值（比方说 0.1 cm 或 0.01

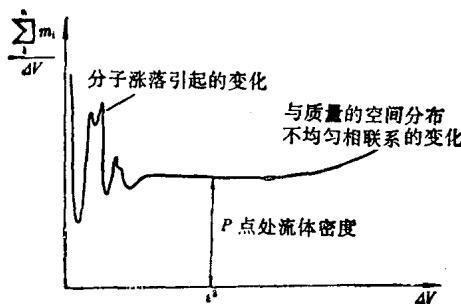


图 1·1

(cm), 宏观上可以把流体团看成一个没有大小的几何点(P 点)时, ΔV 内仍包含着数量众多的流体分子(对于液体, 分子数高达 $3 \times 10^{18} \sim 3 \times 10^{16}$)。比值 $\Delta m/\Delta V$ 是大数分子统计平均的结果, 是和 ΔV 的大小无关的确定的有限值, 也就是 P 点处的流体密度。实际上, 流体质量集中于各个流体分子特别是它的原子核上, 而分子间隙对质量并没有贡献, 亦即 $\Delta m = \sum_1^n m_i$, m_i 为第*i*个分子的质量。采取宏观尺度, 分子数*n*值很大时, 任何宏观测量仪器都反映不出这种微观上质量集中的现象。如果想像地再令 ΔV 向 P 点无限缩小, 直到其尺度接近于微观尺度(10^{-8} cm), ΔV 内分子数*n*非常有限时, ΔV 的变化将引起其中分子数起伏不定, 分子热运动又有明显影响, 比值 $\Delta m/\Delta V$ 也就随之涨落而得不出确定值。由此可见, 一点处流体密度的理论定义式

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1 \cdot 1)$$

应代以实际上的定义式

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow \epsilon^3} \frac{\Delta m}{\Delta V}. \quad (1 \cdot 2)$$

换句话说,(1·1)式中, ΔV 无限减小, 并不是真正地趋于数学上的零, 而是如(1·2)式所示趋向于 ϵ^3 , 也可以说趋向于物理上的零。而此 ϵ^3 实际上就是流体质点的体积, 如前所述, 它应是宏观小、微观大的。

按照上述取体积极限的过程, 得出各空间点处流体密度的局部值, 就可以把流体密度表示为空间点坐标的连续函数, 即。

$$\rho = \rho(x, y, z). \quad (1 \cdot 3)$$

类似地考虑连续介质中流体质点的其他物理量, 也可以得到空间点坐标的相应的连续函数。往后, 我们不仅要考虑物理量在各空间点处的局部值, 而且要涉及它们的瞬时值。这里所说的瞬时, 也就是进行统计平均所需要的时间, 必须是宏观充分短微观充分长的。

1-2 作用于流体的力

流体的力学性质实际上也就是流体在力的作用下有什么样的性态或响应。故在讨论力学性质之前，先对作用于流体的力进行一般分析。流体作用力按其来源及表现形式的不同，可分为质量力和表面力。

质量力起源于外力场对流体的作用，例如最常见的重力就是地球引力场引起的。场源不必与流体直接接触，质量力就能显现其作用，并且是作用于每个流体质点上。因此，质量力又称为远程力或超距力。电磁场对于带电流体所作用的电磁力也是一种质量力，它在电磁流体力学中起重要作用，但本课程不涉及这种力。

一般来说，质量力可以与空间点坐标建立起一一对应的关系，或者说，质量力也可以表示为空间点坐标与时间的函数。定义 $f_i = f_i(x, y, z, t)$ 为 t 时刻作用在空间某点 $P(x, y, z)$ 处单位质量流体的质量力，即

$$f_i = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta F_i}{\rho \Delta V} \quad (1 \cdot 4)$$

式中， ρ 为流体密度， ΔV 为 P 点处流体微团的体积， ΔF_i 为作用于该微团的质量力。

一般情况下，本课程所涉及的质量力并不随时间而变化。且因质量力的大小随场源与作用对象之间距离的增加而缓慢地减小（与距离的平方成反比），对于小范围的流体，作用于流体团的总的质量力可以近似地认为正比于流体团的质量，其作用点就是流体团的质心。

按达朗伯原理处理动力学问题时，或在非惯性（加速或旋转）参照系中观察、描述运动时，都会出现惯性力。例如在作加速运动的水车内，在质量为 m 加速度为 a 的流体元上，加一反向的惯性力 $-ma$ ，则可将动力学问题化为平衡问题来处理。又如由于地球自

转，在刚连于地球的旋转坐标系中观察、描述运动，不仅会出现离心惯性力而且会出现科里奥利力。惯性力也作用于每一个流体质点上，且其大小也与质量成正比，因而也是一种质量力。

表面力（或界面力）起源于流体与流体之间的分子相互作用（互吸或互斥）。分子作用力的大小随着分子间距离的增加而急剧地减小（与距离的⁷次方到¹³次方成反比），仅当相互作用的两部分流体分子间的距离与分子间距（ 10^{-7}cm 或 10^{-8}cm ）同数量级时，才显现其作用。换句话说，表面力的作用范围只限于靠近作用面的薄层之内，因此，又称为近程力或接触力。宏观上认为表面力作用于两部分流体的接触面上，而且，只要所考虑的作用面比分子作用力的影响范围大得多时，其上的总表面力的大小就取决于作用面积的大小，在此意义上，表面力又可称为面积力。

运动流体中某点 P 处，作用在面积为 ΔA 法线为 n 的界面上的表面力为 $\Delta \Sigma_n$ ，则单位面积上的表面力即应力为（图 1·2a）

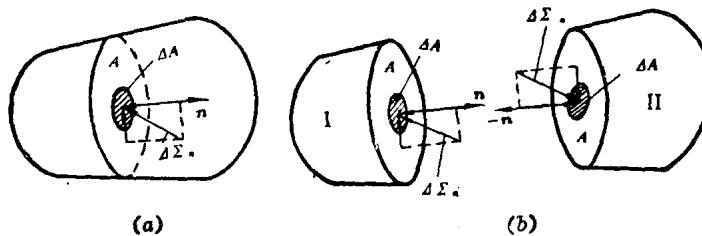


图 1·2

$$\sigma_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \Sigma_n}{\Delta A} \quad (1.5)$$

一般情况下，应力矢量 σ_n 应为空间点坐标与时间的函数，而且和作用面的方位有关，即

$$\sigma_n = \sigma(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t). \quad (1.6)$$

现在来分析一下同一点处法线方向相反的两个作用面上应力矢量之间的关系。如图所示的流体团中沿过 P 点的界面切割，将两侧流体 I 与 II 想像地分开，则分开的两个表面外法线分别为 n

与 $-n$,而其上的表面力则分别为 $\sigma_n \cdot \Delta A$ 与 $\sigma_{-n} \cdot \Delta A$ (图1.2b)。按照牛顿第三定律应有

$$\sigma_{-n} = -\sigma_n \quad \text{或} \quad \sigma(-n) = -\sigma(n), \quad (1.7)$$

亦即 σ_n 是 n 的奇函数。

表面力一般可分解为垂直于作用面的拉力或压力与平行于作用面的切力。实际上气体根本不能承受拉力,液体在很特殊的情况下可承受微弱的拉力,一般地认为液体也只能承受压力。流体力学课程中,沿袭材料力学的符号规定,拉力为正,压力为负。

1-3 流体的流动性与粘滞性

液体和气体具有一个共同的最基本的特性就是流动性。正是由于这一特性,才能将二者统一于流体这一概念之内而和固体区别开来。从力学的角度来看,流动性是指:流体受到不管多么小的切力作用都会发生连续变形的特性。如图1·3所示,原来水平放置的容器内盛有某种粘稠液体,各水平液体层在重力与层间压力作用下保持平衡。将容器一端迅速抬起,则重力在平行于液面方向的分力就会导致各层面间的切力,从而使各液体层发生连续的剪切变形(相对流动而不是整体运动)直至液面水平,重力所引起的沿各层面的切向力消失为止。俗话说:“水向低处流”,实际上也是重力沿地面的切向分力作用的结果。液体和气体在切力作用下不能保持平衡,这是它们和固体的根本不同之处。



图 1·4

流体变形一经发生,其内部就会出现抵抗。抵抗力的大小,

不仅与变形大小,而且与变形快慢有关。流体对于外加切力或剪切变形表现出抵抗的性质,就是粘滞性。这种抵抗与变形之间的