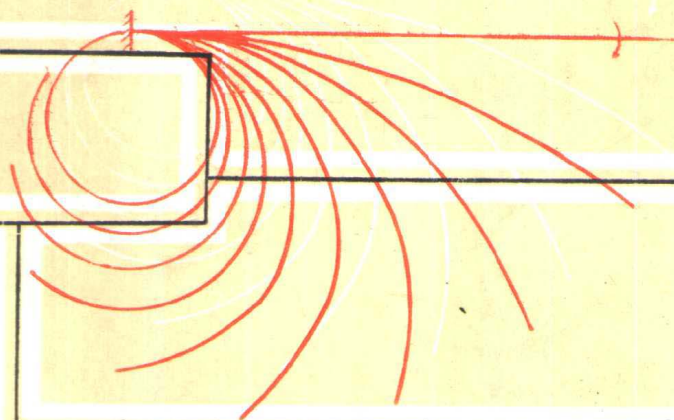


高等学校教学参考书

有理力学

● 非线性连续力学 ●

陈至达 著



YOU LILIXUE

中国矿业大学出版社

高等学校教学用书

有理力学

(非线性连续体力学)

陈至达 著

中国矿业学院出版社

内 容 简 介

本书作者以非线性几何场论为中心,建立了新的非线性连续体力学体系。

本书重点讲解基本理论的数学方法与应用,内容包括:拖带坐标参考系(或称自然坐标系)描述法的几何意义;有限变形的应力描述;S-R(应变-转动)分解定理;局部转动和应变的几何学;非线性力学基本方程组;高阶变形现象;大变形的变分原理等。书中还介绍了用S-R分解定理解决大变形和大转动问题的数值解法和实验分析法,并列举了一些在工程及物理应用中的实例。

本书既是近代力学专著,也可作为理工科研究生的教材,适合力学、物理、应用数学、地质、土木、机械、生物等学科研究有限变形与非线性效应的研究生、科学工作者阅读,也可供大学力学教师参考。

责任编辑: 阎前辉

高等学校教学用书

有 理 力 学

陈至达 著

中国矿业学院出版社出版

江苏省徐州市中国矿业学院内

编辑部 徐州市学院路13号

北京新亚技术公司 电脑排版

中国矿业学院印刷厂 印刷

开本 787×1092 1/16 印张 19.7

字数 468 千字 印数 3000

1988年6月第1版 1988年6月第1次印刷

定价 3.25元

ISBN7-81021-025-4/O.2

Rational Mechanics

(Non-linear Continuum Mechanics)

Resumé

This book concerns a new theory of non-linear continuum mechanics, which is based on a non-linear field theory developed by the author. The plan of the book emphasizes on the mathematical methods of basic theory and its applications. The principal contents include: The geometric meaning of co-moving coordinate system (or natural embedding system), stress description of finite deformation, S-R (strain-rotation) decomposition, theorem geometry of finite strain and location, governing equations of non-linear continuum mechanics, high order phenomenons, variational principles for large deformation etc.. It contains also chapter on numerical and experimental methods for solving problems of large deformation and large rotation by S-R theorem, practical examples are exemplified; new routes have been developed for various applications to engineering and physical problems.

This book is a treatise of modern mechanics, but a textbook for graduate students of engineering and science. It is written specially in some purposes for the graduate students, scientific workers of mechanics, physics, applied mathematics, geology, civil and mechanical engineering and others, who study on problems of finite deformation and non-linear effects.

前 言

雕塑家的创造从一块原始材料开始,用现实三维空间的想像力和抽象的灵感构思,将粗坯塑成精美的作品。然而科学家的作品和雕塑家美感的衡量准则有所不同。科学家的作品必须以客观自然运动规律为依据,不符合自然规律的理论最终将毫不留情地被淘汰。一个科学理论从初始的形式到成熟阶段必然要经过无数的实践检验,通过许多学者的讨论、争论、以至非议,逐步修正完善,成为一个严格的理论。

自牛顿在1686年印行《自然哲学之数学原理》(*Philosophiae naturalis principa mathematica*)至今整整三百年。在这期间,力学产生了许多分支,而新的交叉学科又正在不断地产生。力学的理论体系仍在不断发展、补充、完善。

有理力学(Rational mechanics)这个名称是很古老的,源于牛顿时代。19世纪的科学家 Poisson 就是有理力学教授。牛顿在1686年的著作序言中说:“古人用二种方法演述力学,其一是纯理的,用精确的论证进行。另一是实用的。一切技术工作均属后者,力学之名实由此得采。”

按牛顿的说法,有理力学也可称为纯理力学或理论力学(我国有些学者采用理性力学名称)。一个科学的建立,合适名称固然有用,但最根本的是理论的实质内容。

自牛顿之后,在19世纪中,连续体力学得到迅速发展。但是物体在空间作任意形式大形变运动时,如何合理而准确地标定形变体中一点邻域的有限应变状态及局部转动仍是一个数学难题。英国物理学家 William Thomson(1824~1907)曾谈到他自己为了解决这个问题进行过长时间的探讨。在他之后又有许多学者提出种种解决方案。但或因数学上的不合理性,或因物理上的缺点,都不能构成严格的理论。本书将详细讨论如何应用 S-R(应变-转动)分解定理解决这个历史性的难题,使近代力学取得进展。和目前其他非线性连续体力学理论相比,其实用价值是十分明显的。本书所阐述的原理与方法最后能构成经典力学的统一场论,而其他理论还达不到这个目标。

本书虽然以变形体非线性力学基础理论为中心,但重点是有限变形力学。作者在近二十年来紧张的工作中,不断吸取国内外学者提出的宝贵见解,使非线性连续体力学理论逐步成熟并臻完善。要接受一个新的理论体系,往往是以改革传统观念作为代价,而这一点无论在学术上或是社会上常常要有一个过程,并非易事。

作者感谢有理力学杂志 (Archiv of Rational Mechanics and Analysis)主编 C.Truesdell 教授,和比利时科学院院士 M.A.Biot 教授。几年来,在学术交流中,他们不断提供精辟论著,使作者从中吸取了许多有价值的科学哲学思想来丰富著作内容。特别使作者感动的是, Biot 教授在临终时仍念念不忘鼓励后辈为他未尽的科学事业努力。

作者感激他的老师钱伟长教授和张维教授的教诲和积极支持。

对于给本书提出许多宝贵意见的同事、研究生,作者谨致谢意。特别是我的研究生秦忠、尚勇、谢和平三位博士、姜耀东硕士,以及其他许多研究生,他们孜孜不倦地努力为本书补充了新内容。

有理力学理论的丰富内容大大扩大了力学领域,应用前途十分广阔。本书不可避免还有许多不完善的地方,希望读者在具有深刻哲理的近代力学困难理论著述中,与其责备其

•• [] ••

缺点，不如一齐来研究与补充，这样更为有益、有趣。

在本书内容的安排方面，作者有意舍弃非线性几何场论在电磁场理论的应用部份。因这些内容纳入著作之前，尚须进行大量工作。

最后，对中国矿业学院领导及出版社对本书出版的支持，对协助本书稿整理工作的韩玉英副教授，研究生王业，以及本书责任编辑阎前辉同志的辛勤细心工作，致以谢意。

陈至达

1986, 12

目 录

绪论	(11)
§ 0.1 有理力学的研究目标	(11)
§ 0.2 力学发展简史	(12)
§ 0.3 基本原理	(14)
第一章 运动变换	(15)
§ 1.1 点集的概念, 刚体与质点, 可变形体	(15)
§ 1.2 运动变换与物体的变形, 物理可能的变换	(16)
§ 1.3 运动变换的分解, Holmholtz 原理	(19)
§ 1.4 运动变换的基本形式	(23)
§ 1.5 变形的度量和应变张量	(26)
§ 1.6 度量有限变形的一些方法	(27)
§ 1.7 Cauchy 应变张量和 Green 应变张量的适用范围	(29)
§ 1.8 拖带坐标系	(30)
第二章 张量分析与曲线坐标系	(34)
§ 2.1 张量的概念	(34)
§ 2.2 不变量, 协变量与逆变量	(35)
§ 2.3 Ricci-Eddington 广义量纲原理	(39)
§ 2.4 二次不变式, 度规张量	(42)
§ 2.5 曲线坐标系, Christoffel 记号	(43)
§ 2.6 推广的 Kronecker 符号, 排列张量	(47)
§ 2.7 示例	(49)
§ 2.8 绝对微分与导数	(50)
§ 2.9 Riemann-Christoffel 张量	(52)
§ 2.10 绝对平行, Cauchy 应变张量在曲线坐标系的表示, 物理分量	(53)
§ 2.11 张量运算的一些基本法则总结和公式补充	(58)
第三章 在拖带坐标系中的应力分析	(63)
§ 3.1 面力、体力、体矩	(63)
§ 3.2 体积改变	(63)
§ 3.3 面积的张量表示, 面积改变	(64)
§ 3.4 应力张量	(68)
§ 3.5 示例	(70)
§ 3.6 主应力	(72)
§ 3.7 应力张量的坐标变换	(73)
§ 3.8 运动方程, 动量定理	(74)
§ 3.9 动量矩定理	(77)
§ 3.10 示例	(79)

§ 3.11 Kirchhoff-Piola 应力张量	(81)
§ 3.12 应力的对称性与非对称性	(83)
第四章 变形与转动分离的数学方法	(85)
§ 4.1 位移与变形的相对度量	(85)
§ 4.2 固定参考系的标准尺规和拖带系的自然尺规	(85)
§ 4.3 经典有限变形应变张量的定义及其缺点	(89)
§ 4.4 变换的形变与转动的极分解定理	(92)
§ 4.5 形变与转动分离的 Biot 公式	(95)
§ 4.6 变换的应变与转动(S-R)分解定理	(96)
§ 4.7 点集空间转动的 Euler 参数表达式, 转动张量	(100)
§ 4.8 应变张量	(103)
§ 4.9 转动张量和应变张量的物理分量	(106)
§ 4.10 主应变	(107)
§ 4.11 变形体转动张量化为刚性转动张量的条件	(109)
§ 4.12 局部转动	(110)
§ 4.13 线段转动的分布函数	(112)
第五章 速度和加速度场	(116)
§ 5.1 推广的 Euler 运动学公式	(116)
§ 5.2 刚性运动	(117)
§ 5.3 局部转动速度与旋量	(118)
§ 5.4 变形体中一点加速度分量的计算	(120)
§ 5.5 速率梯度的物理分量	(125)
§ 5.6 应力速率	(127)
第六章 大应变与转动计算示例	(132)
§ 6.1 已知位移函数求应变与转动	(132)
§ 6.2 渐进变形, 主轴转动	(137)
§ 6.3 球体的有限转动与膨胀的复合	(142)
§ 6.4 数值分析示例: 转动与伸长	(145)
§ 6.5 数值分析示例: 简单剪裁、平滑	(147)
§ 6.6 有限变形测量的网格法	(150)
第七章 热力学原理与物性方程	(153)
§ 7.1 系统和状态函数	(153)
§ 7.2 热力学第一定律	(153)
§ 7.3 熵, 热力学第二定律	(154)
§ 7.4 变形体的能量定律	(155)
§ 7.5 Clausius-Duhem 不等式, 热传导方程	(157)
§ 7.6 应变能函数与余能函数	(158)
§ 7.7 物性方程	(159)
§ 7.8 固体弹塑性变形, 不可逆热力学	(162)

§ 7.9 塑性条件的凸函数性质	(165)
§ 7.10 弹塑性定律	(168)
§ 7.11 有限变形应变能的物理意义	(171)
§ 7.12 关于物性方程的基本原理	(177)
第八章 一些问题的解和非线性效应	(179)
§ 8.1 基本方程	(179)
§ 8.2 刚性运动	(182)
§ 8.3 简单剪切的横向效应	(184)
§ 8.4 薄板大挠度变形	(188)
§ 8.5 长板纯弯曲的二阶效应, 逐步逼近法	(191)
§ 8.6 Weissenberg 效应	(194)
§ 8.7 回转磁效应和复合角动量	(199)
§ 8.8 有限变形的位移协调条件	(201)
§ 8.9 简单大剪切的增量解法	(205)
第九章 变分原理	(210)
§ 9.1 单稳态和多稳态, 非线性问题解的多值性	(210)
§ 9.2 保守力与非保守力	(212)
§ 9.3 判别稳定性的能量准则	(215)
§ 9.4 有限变形力学的变分原理	(216)
§ 9.5 应用例题	(219)
§ 9.6 两类变分原理等价定理	(226)
§ 9.7 Hamilton 原理及连续体力学的统一 Lagrange 方程	(230)
第十章 实验现象及实验方法	(239)
§ 10.1 大变形现象, 理论与实验	(239)
§ 10.2 圆杆扭转伸长现象, Poynting 的实验	(239)
§ 10.3 橡皮索中的拉伸变形冲击波	(241)
§ 10.4 弹性液体的非线性现象	(242)
§ 10.5 大变形力学问题的困难和实验解法	(242)
§ 10.6 圆环大变形	(243)
§ 10.7 平面有限变形与转动测量的实验云纹(Moire)法	(246)
§ 10.8 微小变形应变分量近似性讨论	(250)
§ 10.9 有限变形与转动的激光频谱分析法	(250)
§ 10.10 激光通过单狭缝的绕射	(251)
§ 10.11 激光通过长方形孔的衍射	(254)
§ 10.12 激光通过斜方孔的衍射图样	(256)
§ 10.13 平面均匀变换的应变分量与平均整旋角实验分析	(258)
§ 10.14 Fourier 变换和频谱分析	(260)
第十一章 非线性有限元分析	(262)
§ 11.1 引言	(262)

§ 11.2 基本方程	(263)
§ 11.3 增量虚功原理	(264)
§ 11.4 有限元基本方程	(266)
§ 11.5 接触问题、地下工程问题和板壳问题的有限元分析	(270)
§ 11.6 非线性问题计算实例	(276)
附录 A 逆矩阵	(285)
附录 B 正交矩阵的性质	(288)
附录 C 各向同性张量	(290)
习题	(292)
参考文献	(305)

CONTENTS

INTRODUCTION	(11)
0.1. The general purpose of rational mechanics	(11)
0.2. Sketch of the history of mechanics	(12)
0.3. Basic principles	(14)
1. TRANSFORMATION OF MOTION	(15)
1.1. Concept of point set. Rigid body and particle. Deformable body.....	(15)
1.2. Transformation of motion and deformation of a body. Physically possible transformation.	(16)
1.3. Decomposition of transformation of motion. Helmholtz's principle	(19)
1.4. Basic types of transformation of motion	(23)
1.5. Measure of deformation. Strain tensor	(26)
1.6. Some measure codes of finite strain.....	(27)
1.7. Adaptability of Cauchy strain tensor and Green tensor	(29)
1.8. Co-moving coordinate system	(30)
2. TENSOR ANALYSIS • CURVILINEAR COORDINATE SYSTEM	(34)
2.1. Concept of tensor	(34)
2.2. Invariant. Covariant and contravariant	(35)
2.3. Ricce-Eddington's principle of generalized dimension.....	(39)
2.4. Second invariant. Metric tensor	(42)
2.5. Curvilinear coordinate system. Christoffel symbol	(43)
2.6. Generalized Kronecker symbol. Permutation tensor.....	(47)
2.7. Example	(49)
2.8. Absolute differential and derivative	(50)
2.9. Riemann-Christoffel tensor.....	(52)
2.10. Absolute parallelism. Expression of Cauchy strain tensor in curvilinear coordinate system. Physical Component	(53)
2.11. Assembly of some fundamental rules of tensor analysis and supplement of formulas	(58)
3. STRESS ANALYSIS IN CO-MOVING FRAME	(63)
3.1. Surface force. Body force. Body couple	(63)
3.2. Volume change	(63)
3.3. Tensorial expression of area. Area change	(64)
3.4. Stress tensor	(68)
3.5. Example	(70)
3.6. Principal stress	(72)
3.7. Transformation of stress tensor in coordinate change	(73)

3.8. Equation of motion. Theorem of linear momentum.....	(74)
3.9. Theorem of angular momentum.....	(77)
3.10. Example	(79)
3.11. Kirchhoff-Piola stress tensor	(81)
3.12. Symmetry and skew symmetry of stress	(83)
4. MATHEMATICAL METHODS OF SEPARATION OF STRAIN	
AND ROTATION.....	(85)
4.1. Relative measure of displacement and strain	(85)
4.2. Standard gauge of fixed frame. Natural gauge of co-moving frame.....	(85)
4.3. Classical definitions of finite strain and their defects	(89)
4.4. Deformation induced by transformation. Theorem of Polar decomposition	(92)
4.5. Biot's formula for separation of deformation and rotation	(95)
4.6. Theorem of S-R decomposition of transformation.....	(96)
4.7. Euler parametric form of spatial rotation of point-set Rotation tensor.....	(100)
4.8. Strain tensor	(103)
4.9. Physical components of rotation tensor and strain tensor	(106)
4.10. Principal strain.....	(107)
4.11. Condition of reduction to the case of rigid rotation	(109)
4.12. Distribution function of rotation of line elements Local rotation	(110)
4.13. Distribution function of rotation of line elements.	(112)
5. VELOCITY AND ACCELERATION FIELD	(116)
5.1. Generalized Euler kinematic formula	(116)
5.2. Rigid body motion	(117)
5.3. Local angular velocity and spin	(118)
5.4. Velocity components at a point of a deformable body	(120)
5.5. Physical components of velocity gradient	(125)
5.6. Stress rate	(127)
6. NUMERICAL EXAMPLES OF PROBLEMS OF LARGE STRAIN AND	
LARGE ROTATION	(132)
6.1 Calculation of strain and rotation by given displacement function	(132)
6.2 Progressive deformation. Rotation of principal axes	(137)
6.3 Combination of finite rotation and expansion of a sphere.....	(142)
6.4 Numerical example : combination of rotation and stretch	(145)
6.5 Numerical example : simple shear, plane slide	(147)
6.6 Grid method for measurement of large deformation	(150)
7. THERMODYNAMIC PRINCIPLES AND CONSTITUTIVE EQUATIONS.....	(153)
7.1. Systems. Functions of state	(153)
7.2. First law of thermodynamics	(153)
7.3. Entropy. Second law of thermodynamics	(154)

7.4. Energy balance law of deformable body.....	(155)
7.5. Clausius–Duhem inequality. Equation of heat conduction	(157)
7.6. Strain energy function. Complementary energy function	(158)
7.7. Constitutive equations	(159)
7.8. Elasto–plastic deformation of solid. Irreversible thermodynamics	(162)
7.9. Convex functional property of yield condition	(165)
7.10. Elasto–plastic law	(168)
7.11. Physical meaning of finite strain energy	(171)
7.12. About the fundamental principles of constitutive law.....	(177)
7.13. Remark.....	(179)
8. SOLUTIONS OF SOME PROBLEMS. NON–LINEAR EFFECTS	(179)
8.1. Governing equations.....	(179)
8.2. Rigid body motion	(182)
8.3. Cross effect of simple shear	(184)
8.4. Large deflection of thin plate	(188)
8.5. Second order effect of pure bending of long plate. successive approximation	(191)
8.6. Weissenberg effect.....	(194)
8.7. Gyro–magnetic effect. Complex angular momentum	(199)
8.8. Compatibility condition for displacement field of finite deformation	(201)
8.9. Incremental solution of large simple shear	(205)
9. VARIATIONAL PRINCIPLES	(210)
9.1. Single stable state and multi–stable states. Multiple values property of solution of non–linear problems.....	(210)
9.2. Conservative and non–conservative forces.....	(212)
9.3. Energy criterion of stability	(215)
9.4. Variational principles of mechanics of finite deformation	(216)
9.5. Examples of some applications	(219)
9.6. Equivalent theorem of two classes of variational principles	(226)
9.7. Hamilton’s principle. Unified Lagrangian equations of continuum mechanics	(230)
10. EXPERIMENTAL FACTS. EXPERIMENTAL METHODS	(239)
10.1. Phenomena of large deformation, theory and experiment	(239)
10.2. Elongation of a torsional bar. Experiment of Poynting	(239)
10.3. Shock wave of a rubber string suffering to tension	(241)
10.4. Non–linear phenomenon of elastic liquid.....	(242)
10.5. Difficulties in solving large deformation problems and experimental analysis	(242)
10.6. Large deformation of a circular ring.....	(243)
10.7. Moire method for measurement of plane finite strain and finite rotation.....	(246)

10.8. Discussion on the approximation of infinitesimal strain tensor	(250)
10.9. Laser beam spectral analysis of finite strain and finite rotation	(250)
10.10. Diffraction of laser beam through a single slit	(251)
10.11. Diffraction of laser beam through a rectangular hole	(254)
10.12. Diffraction of laser beam through an oblique hole	(256)
10.13. Experimental analysis of finite strain and finite rotation in plane deformation	(258)
10.14. Fourier transformation and spectral analysis.....	(260)
11. NONLINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS	(262)
11.1. Introduction	(262)
11.2. Fundamental equations	(263)
11.3. Principle of incremental virtual power	(264)
11.4. Basic equations of finite element method	(266)
11.5. Finite element analysis of contact problem, underground engineering and shell problems.	(270)
11.6. Numerical examples.	(276)
APPENDIX A Inverse matrix	(285)
B Properties of orthogonal matrix	(288)
C Isotropic tensor	(290)
PROBLEMS.....	(292)
REFERENCES	(305)

前 言

雕塑家的创造从一块原始材料开始,用现实三维空间的想像力和抽象的灵感构思,将粗坯塑成精美的作品。然而科学家的作品和雕塑家美感的衡量准则有所不同。科学家的作品必须以客观自然运动规律为依据,不符合自然规律的理论最终将毫不留情地被淘汰。一个科学理论从初始的形式到成熟阶段必然要经过无数的实践检验,通过许多学者的讨论、争论、以至非议,逐步修正完善,成为一个严格的理论。

自牛顿在1686年印行《自然哲学之数学原理》(*Philosophiae naturalis principia mathematica*)至今整整三百年。在这期间,力学产生了许多分支,而新的交叉学科又正在不断地产生。力学的理论体系仍在不断发展、补充、完善。

有理力学(Rational mechanics)这个名称是很古老的,源于牛顿时代。19世纪的科学家 Poisson 就是有理力学教授。牛顿在1686年的著作序言中说:“古人用二种方法演述力学,其一是纯理的,用精确的论证进行。另一是实用的。一切技术工作均属后者,力学之名实由此得采。”

按牛顿的说法,有理力学也可称为纯理力学或理论力学(我国有些学者采用理性力学名称)。一个科学的建立,合适名称固然有用,但最根本的是理论的实质内容。

自牛顿之后,在19世纪中,连续体力学得到迅速发展。但是物体在空间作任意形式大形变运动时,如何合理而准确地标定形变体中一点邻域的有限应变状态及局部转动仍是一个数学难题。英国物理学家 William Thomson(1824~1907)曾谈到他自己为了解决这个问题进行过长时间的探讨。在他之后又有许多学者提出种种解决方案。但或因数学上的不合理性,或因物理上的缺点,都不能构成严格的理论。本书将详细讨论如何应用 $S-R$ (应变-转动)分解定理解决这个历史性的难题,使近代力学取得进展。和目前其他非浅性连续体力学理论相比,其实用价值是十分明显的。本书所阐述的原理与方法最后能构成经典力学的统一场论,而其他理论还达不到这个目标。

本书虽然以变形体非线性力学基础理论为中心,但重点是有限变形力学。作者在近十年来紧张的工作中,不断吸取国内外学者提出的宝贵见解,使非线性连续体力学理论逐步成熟并臻完善。要接受一个新的理论体系,往往是以改革传统观念作为代价,而这一点无论在学术上或是社会上常常要有一个过程,并非易事。

作者感谢有理力学杂志 (*Archiv of Rational Mechanics and Analysis*)主编 C.Truesdell 教授,和比利时科学院院士 M.A.Biot 教授。几年来,在学术交流中,他们不断提供精辟论著,使作者从中吸取了许多有价值的科学哲学思想来丰富著作内容。特别使作者感动的是, Biot 教授在临终时仍念念不忘鼓励后辈为他未尽的科学事业努力。

作者感激他的老师钱伟长教授和张维教授的教诲和积极支持。

对于给本书提出许多宝贵意见的同事、研究生,作者谨致谢意。特别是我的研究生秦忠、尚勇、谢和平三位博士、姜耀东硕士,以及其他许多研究生,他们孜孜不倦地努力为本书补充了新内容。

有理力学理论的丰富内容大大扩大了力学领域,应用前途十分广阔。本书不可避免还有许多不完善的地方,希望读者在具有深刻哲理的近代力学困难理论著述中,与其责备其

缺点，不如一齐来研究与补充，这样更为有益、有趣。

在本书内容的安排方面，作者有意舍弃非线性几何场论在电磁场理论的应用部份。因这些内容纳入著作之前，尚须进行大量工作。

最后，对中国矿业学院领导及出版社对本书出版的支持，对协助本书稿整理工作的韩玉英副教授，研究生王业，以及本书责任编辑阎前辉同志的辛勤细心工作，致以谢意。

陈至达

1986. 12

目 录

绪论	(11)
§ 0.1 有理力学的研究目标	(11)
§ 0.2 力学发展简史	(12)
§ 0.3 基本原理	(14)
第一章 运动变换	(15)
§ 1.1 点集的概念, 刚体与质点, 可变形体	(15)
§ 1.2 运动变换与物体的变形, 物理可能的变换	(16)
§ 1.3 运动变换的分解, Holmholtz 原理	(19)
§ 1.4 运动变换的基本形式	(23)
§ 1.5 变形的度量和应变张量	(26)
§ 1.6 度量有限变形的一些方法	(27)
§ 1.7 Cauchy 应变张量和 Green 应变张量的适用范围	(29)
§ 1.8 拖带坐标系	(30)
第二章 张量分析与曲线坐标系	(34)
§ 2.1 张量的概念	(34)
§ 2.2 不变量, 协变量与逆变量	(35)
§ 2.3 Ricci-Eddington 广义量纲原理	(39)
§ 2.4 二次不变式, 度规张量	(42)
§ 2.5 曲线坐标系, Christoffel 记号	(43)
§ 2.6 推广的 Kronecker 符号, 排列张量	(47)
§ 2.7 示例	(49)
§ 2.8 绝对微分与导数	(50)
§ 2.9 Riemann-Christoffel 张量	(52)
§ 2.10 绝对平行, Cauchy 应变张量在曲线坐标系的表示, 物理分量	(53)
§ 2.11 张量运算的一些基本法则总结和公式补充	(58)
第三章 在拖带坐标系中的应力分析	(63)
§ 3.1 面力、体力、体矩	(63)
§ 3.2 体积改变	(63)
§ 3.3 面积的张量表示, 面积改变	(64)
§ 3.4 应力张量	(68)
§ 3.5 示例	(70)
§ 3.6 主应力	(72)
§ 3.7 应力张量的坐标变换	(73)
§ 3.8 运动方程, 动量定理	(74)
§ 3.9 动量矩定理	(77)
§ 3.10 示例	(79)