

113

光电子学教程

张季熊 编著

华南理工大学出版社

·广州·

内 容 简 介

本书系统地介绍了光电子学的基本内容,包括激光产生原理及特性、光在介质中的传播、光电检测的原理及方法、发光器件、光电转换器件、光调制、非线性光学现象、光学信息处理与光全息、光纤通信等。本书注重物理概念的阐述,注意理论联系实际,内容由浅入深,既介绍基本概念,又叙述相关的重要的应用,较广泛地涉及了光电子学的各个领域。

本书可以作为大学中的光电信息专业以及相近的应用物理、电子信息等专业的本科生的教材及研究生的教学参考书,也可供科研人员、工程技术人员及高校其他专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

光电子学教程/张季熊编著. —广州:华南理工大学出版社, 2001.8
ISBN 7-5623-1772-0

I. 光… II. 张… III. 光电子学-高等学校-教材 IV. TN201

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 080373 号

总发行: 华南理工大学出版社 (广州五山华南理工大学 17 号楼, 邮编 510640)

发行电话: 020-87113487 87111048 (传真)

E-mail: scut202@scut.edu.cn

<http://www2.scut.edu.cn/press>

责任编辑: 欧建岸

印刷者: 广东农垦印刷厂

开本: 787×1092 1/16 印张: 29.5 字数: 750 千

版次: 2001 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

印数: 1—2000 册

定价: 45.50 元

版权所有 盗版必究

前 言

光学与电子学相结合的产物——光电子学作为一门在人们研究光与物质相互作用的过程中发展起来的新兴学科,已经成为现代信息科学的一个极为重要的组成部分,以光电子学为基础的光电信息技术是当前最为活跃的高新技术之一。自 20 世纪 60 年代激光诞生以来,光电子学在理论及应用方面都取得了巨大进展,特别是以光纤通信、光学信息处理等为代表的信息技术新领域,从深度和广度上促进了科学技术的发展,光电信息的概念已经日益深入人心。更多的人希望了解光电子学的概念,熟悉光电子学的基础知识以及实际应用。面对光电子学及光电信息技术迅猛发展的形势,为光电信息有关专业的学生以及有志于这方面研究的读者编一本内容适当的教材是有必要的。

本书是在原来编写的《光电子学基础》讲义及多年讲课经验总结的基础上写成的。在内容选择及材料安排上希望做到两点:①着重本学科的基础知识的传授,讲清重要的物理概念及理论方法;②注意理论与实践的结合,安排适当的章节介绍光电子学在有关领域中的应用。全书共 11 章,大致可分为三部分。第一部分包含第 1~5 章,主要介绍辐射的基本概念,以及以光的产生、传输、探测为线索分别阐述激光产生的原理与特性、光在介质(主要是在光纤)中的传输特性以及光探测的原理与方法等。第二部分包含第 6~7 章,是在第一部分的基础上进一步介绍两大类型的常用器件:发光器件和光电转换器件。第三部分包含第 8~11 章,这一部分分别介绍与光信号加载有关的光调制概念、强光作用下的非线性光学现象、信息光学的核心内容——光学信息处理与光学全息,最后介绍有广阔发展前景的光纤通信。为帮助学生学习,在每章后面均安排了一定数量的思考题与练习题,在全书的最后,给出了与课本中知识有关的附录。本书的先修知识包括物理光学、电磁波理论和半导体物理等方面的基础内容。

光电子学发展到现在,已经积累了极为丰富的内容。作为一本教材,学时有限,只能从大量的材料中选择基本而又重要的内容。考虑到本学科内容的广泛性,以及本课程作为专业基础课的重要地位,在教材内容的编写上,除了给出最基本的学习内容外,还适当地扩大了篇幅,增加了一些理论及应用方面的内容。教师可根据计划学时数及实际要求作出取舍,对未讲授的内容可指导学生进行选择阅读,以扩大知识面。本教材作为一个整体,较全面介绍了光电子学的基本体系,而部分章节的组合也可以作为教师开设某一专题的选修课的内容,如第 1、2、3 章及第 6 章有关部分可作为激光原理的基本内容;第 4、5、6、7 章的部分内容及 11 章,可作为光纤通信原理的基本内容等。因此,本书具有较广泛的适应性,它的基本作用是作为大学光电信息专业、电子信息类和应用物理类本科生的教材以及研究生的教学参考书,也可供高等学校其他专业的本、专科学生选择使用,同时又可以作为有关科研人员、工程技术人员的参考用书。

由于编者的水平有限,衷心希望广大的读者对本书中存在的缺点及错误提出批评和指正。

编者

2001.7

目 录

第一章 光与物质相互作用基础

§ 1-1 光的波动理论与光子学说	(1)
§ 1-2 物质的微观结构与能量状态	(6)
§ 1-3 热辐射的一般概念	(12)
§ 1-4 黑体辐射	(16)
§ 1-5 自发辐射、受激吸收和受激辐射	(18)
§ 1-6 谱线形状和宽度	(21)
§ 1-7 均匀加宽和非均匀加宽	(25)
§ 1-8 辐射的经典理论	(29)

第二章 介质中的光增益

§ 2-1 粒子数的反转分布	(35)
§ 2-2 光在介质中的小信号增益	(39)
§ 2-3 介质中的增益饱和与烧孔效应	(42)

第三章 激光振荡与工作特性

§ 3-1 激光的特性	(47)
§ 3-2 光学谐振腔	(50)
§ 3-3 激光产生的阈值条件	(52)
§ 3-4 激光的纵模与频率特性	(54)
§ 3-5 激光的横模及高斯光束	(61)
§ 3-6 连续激光器的输出功率与最佳透过率	(69)
§ 3-7 激光器速率方程组	(71)
§ 3-8 脉冲激光器工作特性	(74)

第四章 光辐射在介质波导中的传播

§ 4-1 光在介质分界面上的反射与折射	(79)
§ 4-2 介质平板光波导的射线分析方法	(83)
§ 4-3 平板波导的电磁理论	(89)
§ 4-4 矩形介质波导基本概念	(96)
§ 4-5 光纤中的射线分析	(100)
§ 4-6 光纤中的电磁波模式理论	(111)
§ 4-7 光纤的损耗与色散	(122)

第五章 光辐射的探测

§ 5-1 物质中的光吸收	(130)
---------------------	-------

§ 5-2	光探测的基本物理效应	(136)
§ 5-3	光辐射探测过程中的噪声	(144)
§ 5-4	光辐射的探测方法	(153)

第六章 发光器件

§ 6-1	气体激光器	(163)
§ 6-2	固体激光器	(174)
§ 6-3	半导体激光器	(190)
§ 6-4	发光二极管	(203)
§ 6-5	场致发光屏、液晶显示器件、电子束显示器件	(209)
§ 6-6	热辐射光源与气体放电光源	(220)
§ 6-7	大屏幕发光器件	(224)

第七章 光电转换器件

§ 7-1	光电导探测器	(230)
§ 7-2	光电池	(234)
§ 7-3	光电二极管	(239)
§ 7-4	光电倍增管	(246)
§ 7-5	变像管、像增强管、摄像管	(252)
§ 7-6	电荷耦合器件(CCD)	(258)

第八章 光波调制

§ 8-1	晶体中光的传播特性	(265)
§ 8-2	电光效应	(276)
§ 8-3	在外电场作用下的晶体中光传播特性	(283)
§ 8-4	电光器件	(289)
§ 8-5	声光效应	(298)
§ 8-6	声光衍射现象	(304)
§ 8-7	磁光效应	(311)
§ 8-8	声光器件与磁光器件	(316)

第九章 光在介质中的非线性现象

§ 9-1	线性极化与非线性极化	(324)
§ 9-2	耦合波方程	(328)
§ 9-3	二次谐波与光学升频效应	(331)
§ 9-4	参量放大与振荡	(341)
§ 9-5	受激散射	(345)
§ 9-6	相位共轭波	(350)
§ 9-7	自聚焦、光学双稳态及其他三次非线性光学现象	(354)

第十章 光学信息处理与光学全息

§ 10-1 光波衍射的理论基础	(361)
§ 10-2 二维光场分布的频谱分析	(366)
§ 10-3 阿贝成像原理及空间滤波	(373)
§ 10-4 光学信息处理	(376)
§ 10-5 光学全息	(384)

第十一章 光纤通信

§ 11-1 概论	(402)
§ 11-2 光发送机	(403)
§ 11-3 光接收机	(412)
§ 11-4 光纤通信系统	(422)
§ 11-5 光纤通信新技术	(433)
主要参考书目	(444)

第一章 光与物质相互作用基础

从 19 世纪末 20 世纪初开始的物理学革命一百年来已经取得了巨大的成就。光学作为一门古老而传统的学科,也在这样的进程中取得了重大的突破与进展,现代光学已经具有了比古典光学更为广泛而深刻的内容。科学技术的发展加速了不同学科之间的相互渗透、相互促进,形成了新的研究领域。光学与电子学的结合所产生出来的光电子学,由于其理论上及实践上的重要性受到了极大的关注,且在 20 世纪 60 年代以后获得了飞速的发展。

光电子学是研究光与物质相互作用的科学。激光的出现,使人们掌握了强大的武器,对物质世界进行了更深入的探索,发现了许多新现象,认识了许多新规律。正是在这种不断的进取之中,增强了人们认识自然、改造自然的能力,而学科本身的内容也变得更加丰富。本书就是在有限的章节里介绍光电子学这门学科的一些最基础的内容,使读者对光电子学的研究对象、范围以及应用有一个初步的了解,并为进一步的深入学习与研究打下基础。

本章前两节将对在以后的学习中可能涉及到的有关光及物质的基础知识作比较简要的介绍,以期帮助读者理解将要学习的内容。如需对这两节的有关知识作进一步掌握,还需查阅有关书籍。

§ 1-1 光的波动理论与光子学说

对光的认识经历了从微粒说—波动说—波粒二象性的逐步深入的过程,人们已经意识到不能简单地把宏观世界物质运动的规律运用到微观世界里去。对于光来说,其属性已无法用以宏观理论为基础的微粒说或波动说作出完善的说明,而波粒二象性则成功地描述了微观世界中物质运动的特征。光具有波粒二象性,表明光既具有波动的特性,也具有微粒的特性,只有对这两方面的理论基础有所了解,才能对光与物质相互作用过程中发生的现象以及表现出来的规律有更深入的认识。

一、光的波动学说 自麦克斯韦创立电磁波理论以来,人们已经了解到,光就是波长很短的电磁波。因此有关电磁波的一些基本知识也适用于光波。

1. 麦克斯韦方程与波动方程 麦克斯韦总结了变化的电场产生磁场,变化的磁场产生电场的规律,以简洁的方程形式描述了电磁场的变化规律,指出了电磁波的存在。对于电场量(电场强度 E 和电位移矢量 D)与磁场量(磁感应强度 B 和磁场强度 H)之间的关系,麦克斯韦方程组可写成如下形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-1-1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-1-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot B = 0 \end{array} \right. \quad (1-1-3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot D = \rho \end{array} \right. \quad (1-1-4)$$

式中, J 为电流密度, ρ 为电荷密度。本方程组适用于任何媒质。要完全确定电场与磁场,还需要了解 D 与 E 、 B 与 H 的关系。这两对矢量的相互关系与具体的介质情况有关,在静止、线

性和各向同性介质中,有

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} & (1-1-5) \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} & (1-1-6) \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} & (1-1-7) \end{cases}$$

(1-1-5)~(1-1-7)式被称为介质的本构关系。 ϵ 为介质的介电常数,与真空中的介电常数 ϵ_0 的关系为 $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ 。 ϵ_r 为相对介电常数,一般大于 1。 μ 为介质的磁导率,对非铁磁物质, μ 与真空磁导率 μ_0 几乎相同,磁化效应可不考虑。 σ 为介质电导率。

为导出电场或磁场的变化规律,需要对麦克斯韦方程组作进一步的推演。下面先求 $\mathbf{E}$ 所满足的微分方程。将(1-1-2)式两边取旋度,有

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-1-8)$$

将(1-1-6)式及(1-1-1)式代入上式,利用矢量运算规则,可得到

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} - \mu \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} \quad (1-1-9)$$

如果是各向同性介质,可将 $\mathbf{D}$ 的表达式(1-1-5)代入。如果考虑更一般的情况, $\mathbf{D}$ 可表示成

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1-1-10)$$

式中 $\mathbf{P}$ 是电极化强度, $\mathbf{P}$ 与 $\mathbf{E}$ 的关系为

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (1-1-11)$$

式中 χ 是电极化率。将(1-1-10)式代入(1-1-9)式,得到

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} - \mu \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1-1-12)$$

下面作出几点假设。在电磁波传播时(不在源区)可认为 $\mathbf{J} = 0, \rho = 0$;在均匀介质中产生极化时,束缚体电荷密度 $\rho_p = -\nabla \cdot \mathbf{P} = 0$,则由 $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$,可导出 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 。于是,(1-1-12)式可写成

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1-1-13)$$

这就是求解 $\mathbf{E}$ 的波动方程,上式也可写成

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-1-14)$$

或

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-1-15)$$

(1-1-14)式中 $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi)$, (1-1-15)式中 v 为电磁波在介质中的传播速度。(1-1-13)式中含 $\mathbf{P}$ 的微商项可以视为源项,表示由于介质的极化所产生的影响。

用类似方法,可得出求解磁场的波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-1-16)$$

波动方程要与边界条件相结合,才能最终确定电磁场的分布。在不同介质分界面上的边界条件有:

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma_s \text{ 或 } \mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \sigma_s \quad (1-1-17)$$

$$B_{1n} = B_{2n} \text{ 或 } \mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (1-1-18)$$

$$E_{1t} = E_{2t} \text{ 或 } \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1-1-19)$$

$$H_{1t} - H_{2t} = J_s \text{ 或 } \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (1-1-20)$$

式中 σ_s 、 $\mathbf{J}_s$ 分别为电荷面密度和面电流密度, $\mathbf{n}$ 表示法线方向, t 表示切线方向。当 σ_s 、 $\mathbf{J}_s$ 为 0 时, D_n 以及 H_t 在界面上也是连续的。

2. 电磁波的有关性质 光波作为一种电磁波, 具有电磁波的一般共性, 讨论光与物质相互作用, 需要对此有一个基本的了解。下面介绍一些有关的物理量及重要的概念。

(1) 光是一种横波。电场与磁场的振动方向都是在垂直于光的传播方向 $\mathbf{k}$ 的平面内, 而 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{H}$ 也是互相垂直的, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{k}$ 三个矢量的方向成右手螺旋关系。

(2) 能量密度与能流密度的概念。能量密度 (w) 是指电磁场内单位体积中, 电场的能量密度 (w_e) 与磁场的能量密度 (w_m) 的总和, 即 $w = w_e + w_m$ 。 w_e 和 w_m 分别是

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad (1-1-21)$$

$$w_m = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad (1-1-22)$$

能流密度 $\mathbf{S}$ 表示单位时间通过垂直于光传播方向上单位面积的能量, 又称为坡印廷矢量。

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1-1-23)$$

$\mathbf{S}$ 与 w 的关系可写成

$$\mathbf{S} = w\mathbf{v} \quad (1-1-24)$$

式中 v 是光在介质中的传播速度。

(3) 时谐变电磁场的概念。在实际运用中, 场源、场量大多是随时间作正弦变化(或余弦变化)的函数。因此, 在讨论光与物质相互作用的特性时, 常常将光波作为简谐波处理, 具有一定的波长、频率、传播速度、振幅和相位等。为了简化问题起见, 进一步假设光波是以均匀平面波的形式传播的, 例如一个沿 z 方向传播的光波, 其电场变化规律可写成

$$E(z, t) = E_m \cos(\omega t - \beta z + \varphi_0) \quad (1-1-25)$$

这个波的等相位面是平面, 且平面上场量的振幅处处相等(与 x 、 y 方向的坐标无关), 场量除了是时间 t 的函数外, 在空间坐标上仅是表示等相位面所在位置的惟一坐标变量(z)的函数。讨论平面波的传播规律较为简单, 也具有普遍意义, 因为任何一种复杂的波形都可分解为平面波的叠加。

研究时谐变电磁场, 引入复数表示方法是很方便的。例如, 将(1-1-25)式改写为

$$E(z, t) = \text{Re}[E_m e^{j(\omega t - \beta z + \varphi_0)}] = \text{Re}[E_m e^{-j(\beta z - \varphi_0)} e^{j\omega t}] \quad (1-1-26)$$

Re 表示取实部。括号中的 $E_m e^{-j(\beta z - \varphi_0)}$ 定义为复振幅 $\dot{E}_m$, 则(1-1-26)式可改写为

$$E(z, t) = \text{Re}[\dot{E}_m e^{j\omega t}] \quad (1-1-27)$$

将电磁场量表示成(1-1-27)式的形式, 可以给麦克斯韦方程的求解带来很大的方便, 因为对场量的复数运算比对场量的瞬时值的运算要简便得多。根据复数运算法则, 瞬时值的加、减运算可等效为复振幅矢量的加、减运算, 而瞬时值对时间的微商或积分则等效为对其复振幅矢量乘以 $j\omega$ 或除以 $j\omega$ 。采用复振幅表示方法后, 波动方程(1-1-14)式可改为新的形式

$$\nabla^2 \dot{E}(r) + k^2 \dot{E}(r) = 0 \quad (1-1-28)$$

式中 $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = (\omega/v)^2$ 。这个方程称为亥姆霍兹方程, 是求解时谐场量分布的基本方程。

(4) 电场矢量与磁场矢量的关系。在垂直于传播方向上的平面内 E 与 H 总是互相垂直的。当电场只有 y 分量时, 磁场只有 x 分量, 即 E_y 与 H_x 组成一组分量波, 同理 E_x 与 H_y 构成另一组分量波。在量值上, 每一对电场量与磁场量的复振幅之比称为波阻抗。记为

$$Z = \pm \sqrt{\mu/\epsilon} \quad (1-1-29)$$

当 E, H, k 方向满足右手螺旋定则时, 取“+”号, 反之, 取“-”号。光在真空中传播时, 有 $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi(\Omega)$ 。在无损耗介质中, $\sqrt{\mu/\epsilon}$ 是实数, 因此空间任一点的电场与磁场是同相位的, 此时电场量与磁场量的瞬时值之比也等于波阻抗。

(5) 平面波的极化。在光传播的过程中, 如果场量(以电矢量为例)始终在一个方向振动, 就把这种波称为线性极化波。线性极化波的特点是, 它的两个场分量(x 方向与 y 方向)的相位差是 0 或者 π 。如果两个分量的相位差不满足 0 或 π 的条件, 则会出现振动矢量的方向随着光波的传播而发生变化的现象, 形成椭圆偏振光(特殊情况下是圆偏振光), 这种极化现象是研究光传播特性的一个重要内容。

(6) 光在介质中传播时, 其传播常数可表示为

$$\gamma = (-\omega^2 \mu \epsilon)^{1/2} = \alpha + j\beta \quad (1-1-30)$$

式中 α 是损耗系数, β 是相位常数。对理想介质, $\alpha = 0$, 光传播随空间坐标(假设为 z 方向)变化规律为 $e^{-j\beta z}$, 相应介电常数是实数。对非理想介质, 由于 $\sigma \neq 0$, 介电常数用复数表示为 $\epsilon_c = \epsilon(1 - j\sigma/\omega\epsilon)$, 由(1-1-30)式看出, $\alpha \neq 0$, 表明光在介质中传播时会发生衰减。光随 z 变化规律为

$$e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z} \quad (1-1-31)$$

式中 β 表示波长为 λ 的光, 在沿 z 方向传播单位距离后所引起的相位变化, 记为 $\beta = 2\pi/\lambda$ 。

(7) 光在自由空间中传播时是一种行波。如果在传播中遇到其他介质, 一部分光会透射过去, 另一部分会反射回原来介质。只要满足一定边界条件, 入射波与反射波会合成驻波形式, 形成一种稳定的光强分布。

二、光子学说

光的波动学说在解释光的干涉、衍射等现象方面是成功的, 但在说明辐射现象方面遇到了困难(后面将会简要讨论这个问题), 人们最终认识到光不仅有波动特性, 同时也具有粒子性的一面, 从而导致出现了光子学说。光子学说的核心就是光是由一些以光速 c 传播的物质单元——光子所组成。光子的基本属性有

① 光子具有能量 ϵ , 而这种能量与一定的光频率相对应

$$\epsilon = h\nu \quad (1-1-32)$$

② 光子具有动量 p , 而这种动量与一定的光波长、一定的传播方向相对应

$$p = \frac{h}{\lambda} n_0 = \hbar k \quad (1-1-33)$$

n_0 为光子行进方向上的单位矢量, $\hbar = h/2\pi$, $k = (2\pi/\lambda)n_0$ 。

③ 光子具有质量 m , 但光子静态质量 $m_0 = 0$, 动态质量与能量的关系为

$$\epsilon = mc^2 \quad (1-1-34)$$

此外光子还具有两种独立的偏振态, 具有自旋等。

光子的状态描述不同于宏观物体的表达形式, 对宏观的质点可以用三个位置坐标和三个动量坐标构成相空间中的一点表示, 也就是说, 在多维空间中, 宏观质点的运动状态可以精确确定, 但对微观粒子来说, 由于测不准关系的限制, 位置与动量是不能同时确定的。例如对 x

与 p_x 有

$$\Delta x \Delta p_x \geq h \quad (1-1-35)$$

如将 y 与 z , p_y 与 p_z 考虑在内,则在

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \leq h^3 \quad (1-1-36)$$

的范围内,光子的状态是不能精确确定的。 h^3 称为相体积(或称相格),这是光子所能被分辨的最小尺度。所以光子的状态对应的不是一点,而是一个相格(占有六维空间的体积),相应的坐标空间的体积为

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{h^3}{\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z} \quad (1-1-37)$$

在一个有限的空间里,光子数是如何按动量或频率分布的呢?

设空间体积为 V ,动量处于 $p \sim p + dp$ 范围内的光子集合所对应的相体积为

$$4\pi p^2 dp V \quad (1-1-38)$$

因为一个光子所占据的相体积为 h^3 ,所以在空间 V 中,光子的状态数为

$$G(p)dp = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3} \quad (1-1-39)$$

以 $p = nh\nu/c$ (n 为折射率)以及 $dp = (nh/c)d\nu$ 代入上式,则在光子频率 $\nu \sim \nu + d\nu$ 范围内的光子状态数为

$$P(\nu)d\nu = \frac{4\pi n^3 V}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (1-1-40)$$

考虑到光子有两个偏振状态,可进一步得到以下表达式

$$P(\nu)d\nu = \frac{8\pi n^3}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (1-1-41)$$

这就是在单位体积中,光子集合在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 范围内的状态数,也称为态密度。

如果光子是在一定的立体角范围内行进,则态密度应该乘以 $\Omega/4\pi$ 。光束在 dt 时间内占据的体积为 $(ds c/n)dt$ (ds 为光束截面积),则在立体角 $d\Omega$ 范围内, dt 时间内通过 ds 面积的频率在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 范围内的光子数为

$$F(\nu)d\nu d\Omega ds dt = \frac{2n^2}{c^2} \nu^2 d\nu d\Omega ds dt = \frac{2}{\lambda^2} d\nu d\Omega ds dt \quad (1-1-42)$$

一个相格代表一种光子的量子态,但光子与电子不同,可以有多个光子处于同一种量子态上,这种现象称为简并。处于同一量子态的平均光子数目称为光源的光子简并度。

光子所服从的分布规律属玻色-爱因斯坦分布律,允许出现两个以上的光子处于同一量子状态,或者说处于同一相格之中。在一种特殊的辐射体中(后面将要提到的黑体)处于一个状态的平均光子数

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (1-1-43)$$

由(1-1-43)式,可以估计,在频率较低时,简并度较高,频率增大后,简并度逐渐降低。例如对 $\lambda = 0.6\mu\text{m}$ 的可见光,当 $T = 300\text{K}$ 时,可以得到 $\bar{n} \approx 10^{-35}$ 。所以在一般情况(常温)下,光频段光子的简并度是很低的,但采用特别的方法,有可能在光频段获得极高的简并度,形成一种新的光源,这就是后面将要介绍的光的受激辐射现象。这种新光源发出的光,单色亮度高,大量光子处于相同的量子状态,有确定的运动方向、频率和偏振,称之为相干光。相干光比起通常情况下存在的非相干光有许多优越性。

§ 1-2 物质的微观结构与能量状态

一、原子的 微观结构

作为已被普遍接受的观点,物质是由分子组成的,分子是由原子组成的,原子又包含了原子核和电子,核内又有质子、中子等。在科学研究中观察到的许多现象,探索到的许多规律,有不少是在分子、原子层面上发生变化的结果。

对于一个原子而言,其核心是占据体积极少的原子核,内部的质子带有正电荷,中子是不带电的,在核外,与质子数量等同的电子按一定的规律绕核旋转,构成了“壳层模型”。按照量子论的观点,电子只能处于一些特定的轨道上,其能量是量子化的。根据电子与原子核“距离”的远近,可以将轨道分成几层,从最内层开始,每层的代号分别为 K, L, M, N, O, P, Q 等,每一层都有许多电子绕核运动。同层电子的能量在没有其他作用或情况出现的时候,应该是相等的,但实际上事情远不是这样简单。当同一壳层的电子以不同的空间轨迹(圆形轨道,椭圆轨道)运动时,由于电子与核的相互作用不完全相同,而可能出现能量的微小差别。另外,由于电子绕核运动,具有轨道动量矩与轨道磁矩,而电子自身也存在自旋动量矩和磁矩,这两种磁矩的相互作用,也会产生附加的能量变化。正是这些因素的存在,使得电子的微观状态不能仅用一个轨道能量表示,而必须将轨道形状、轨道平面的空间取向和自旋方向等因素都加以考虑,所以描述一个电子的微观状态需要用多个量子数进行表述。

(1)主量子数 n 上面提到的壳层结构,从 K 至 Q,相应于从 $n=1\sim 7$,这个量子数代表了电子的主要能量值。

(2)副量子数 l 同一壳层,虽然主量子数相同,但不同的绕行轨道表现了电子之间的区别,因而可以用不同的副量子数 l 表示。 l 取值为 $0, 1, \dots, n-1$, 共 n 个状态,也可以认为在同一壳层中出现了 n 个支壳层。 l 越小,椭圆轨道越扁,电子与核的作用越强,能量越低。最大的 l 数相当于一个圆形轨道,能量最高。副量子数也称为角量子数, l 的不同,代表了电子具有不同的动量矩。要注意的是, $l=0$ 的状态在经典理论中是无法说明的,在量子理论中能够作出正确解释。

(3)自旋量子数 s 其值常取为 $1/2$,表示自旋动量矩的取值情况。

(4)内量子数 j 其取值为 $l \pm 1/2$,表示自旋动量矩与轨道动量矩的相互作用,“+”号表示两种动量矩方向相同,“-”号则表示反向。

如果考虑轨道动量矩及自旋动量矩在磁场方向上投影的量子化,还可引入磁量子数 m_l 、 m_s 以及总动量矩的磁量子数 m_j 。 m_j 与内量子数 j 的关系为 $j, (j-1), \dots, -(j-1), -j$, 共 $2j+1$ 个,代表了总动量矩在磁场方向的投影值。由 n, l, j, m_j 四个量子数可以确定一个电子在强磁场中的微观状态(也可采用 n, l, m_l, m_s 四个量子数来表示电子的微观状态)。对每一个 l 值,可相应地有 $2(2l+1)$ 个状态对应,而对每个壳层又有 n 个 l 取值,因而可计算得出,对一个 n 值,共有 $2n^2$ 个微观状态。因此,相对于 $n=1\sim 7$,每个壳层可能有的微观状态数分别为 2, 8, 18, 32, 50, 72, 98。核外电子根据一定的规律处在一定的微观状态里。

二、能量状态 的表示方法

对每一个电子,都可以用量子数表示其微观状态,主量子数,用 $1, 2, 3, \dots$ 分别表示壳层的序号,副量子数,用 $s, p, d, f, g, h, \dots$ 等分别表示 $l=0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 各个状态,表示总动量矩的内量子数用 $l+1/2$ 和 $l-1/2$ 表示。例如 $3d_{5/2}$ 表示电子处在第三壳层($n=3$), $l=2, j=5/2$ 的微观状态。当 $l=0$ 时,表示轨道动量矩为 0,总动量矩只等于自旋动量矩,而由于自旋动量矩只有一个,所以相应能量为

一个。但当 $l=1,2,\dots$ 时,轨道矩与自旋矩可以是同向,也可以是反向,导致发生能级分裂,因而常在字母左上角标明一个 2 字,表示双项。对 S 项虽然仅为单项,往往也标上 2 字,表示双项系统中的一项。

对一个原子系统,如果内部壳层已填满,最外壳层的电子(价电子)状态往往就决定了原子的性质。因此,描述一个原子状态,通常只需写出外层电子的状态即可。一般用大写字母来表示原子状态。对于只有一个价电子的原子,其电子状态与原子状态分别如表 1-2-1 所示。

表 1-2-1 具有一个价电子的原子的状态表示

n	l	j	价电子的状态符号	原子的状态符号	n	l	j	价电子的状态符号	原子的状态符号
1	0	$\frac{1}{2}$	$1s_{\frac{1}{2}}$	$1^2S_{\frac{1}{2}}$	3	0	$\frac{1}{2}$	$3s_{\frac{1}{2}}$	$3^2S_{\frac{1}{2}}$
2	0	$\frac{1}{2}$	$2s_{\frac{1}{2}}$	$2^2S_{\frac{1}{2}}$		1	$\frac{1}{2}$	$3p_{\frac{1}{2}}$	$3^2P_{\frac{1}{2}}$
		$\frac{1}{2}$	$2p_{\frac{1}{2}}$	$2^2P_{\frac{1}{2}}$			$\frac{3}{2}$	$3p_{\frac{3}{2}}$	$3^2P_{\frac{3}{2}}$
	1	$\frac{1}{2}$	$2p_{\frac{1}{2}}$	$2^2P_{\frac{1}{2}}$			$\frac{3}{2}$	$3d_{\frac{3}{2}}$	$3^2D_{\frac{3}{2}}$
		$\frac{3}{2}$	$2p_{\frac{3}{2}}$	$2^2P_{\frac{3}{2}}$		2	$\frac{5}{2}$	$3d_{\frac{5}{2}}$	$3^2D_{\frac{5}{2}}$

电子填充能量状态的基本规律有两个:泡里不相容原理及能量最低原理。泡里不相容原理是指在一个原子系统内,不能有两个或两个以上的电子处于完全相同的量子态。能量最低原理是指电子填充能级总是从最低能级开始,能量低的状态填满后,才填充较高的能级。由于两条规律都要符合,所以实际的壳层填充电子数并不完全按照上面列出的壳层微观状态数来进行。比如对 $n=1\sim 4$,填满壳层的电子数分别为 2,8,8,18。但是由于电子绕核旋转的轨道不同,使得属于某些高壳层的低电子能级比低壳层中的高电子能级更低,出现了能级交错的现象。各支壳层的能量由低到高的顺序为:

$$1s2s2p3s3p4s3d4p5s4d5p6s4f5d6p7s5f\dots$$

这也是电子填充支壳层的先后顺序,由此可以确定原子中电子的基本组态。例如硅(Si, $Z=14$)处于基态的电子组态为 $1s^22s^22p^63s^23p^2$ 或简写成 $3s^23p^2$,而把所有能级已被电子填满的满壳层省去。如果有一个 3p 电子激发到 4s 态,则这时的硅原子的电子组态为 $3s^23p4s$ 。

对于有多个电子的原子,总动量矩的矢量合成可以有两种不同的组合方法:jj 组合法和 LS 组合法。其中 LS 组合法是最常用的方法,其合成方法是将各个电子的自旋动量矩 s_i 按矢量加法合成原子的总自旋动量矩 S ;将各个电子的轨道动量矩 l_i 合成原子的总轨道动量矩 L ,则原子总动量矩为

$$J = L + S \tag{1-2-1}$$

J 可取的数值为

$$J = L + S, L + S - 1, L + S - 2, \dots, |L - S| \tag{1-2-2}$$

在表示有两个价电子的原子状态时,总自旋动量矩有两种可能:如果两个电子自旋方向相反,自旋量子数为 $S = (1/2) - (1/2) = 0$,而方向相同时,量子数为 $S = (1/2) + (1/2) = 1$ 。对于 $S=0$,有 $J=L$,只有一个数值。对于 $S=1$,有 $J=L+1, L, L-1$,即出现了能级分裂,变成了三重项。原子状态可用表 1-2-2 表示出来。注意对电子状态描写是使用小写字母,对原子状态描写,则采用大写字母。要完整地描述微观状态,可将电子状态写在原子状态前面。例

如,一个电子处于 $1s$ 态,另一个电子处于 $2p$ 态,且两个电子自旋方向相同,则可以写成 $1s2p^3P_0$, $1s2p^3P_1$, $1s2p^3P_2$, 分别对应于 $J=0,1,2$ 。如自旋方向相反,则只有一项 $1s2p^1P_1$ 。大写字母左上角表示是三重态或单态。

电子从一个能量状态变到另一个能量状态,必须遵循一定的

选择定则。例如对 LS 组合的选择定则为: $\Delta S=0$, $\Delta L=0$ 或 ± 1 (但 $0 \rightarrow 0$ 不存在); $\Delta J=0$ 或 ± 1 (但 $0 \rightarrow 0$ 不存在); $\Delta M=0$ 或 ± 1 (但 $0 \rightarrow 0$ 不存在)。

三、分子结构及能量状态

大多数分子可以看成是两个以上原子组成的束缚系统,也可以看成是电子与两个以上原子核构成的束缚系统,分子微观状态的分析比起原子微观状态的分析更加繁杂。分子里原子之间的作用力称为化学键,它属于电磁作用,主要与原子的外层电子状态有关。最基本的化学键有两种:共价键和离子键。共价键的理论主要用于解释非金属单质分子(H_2 、 N_2 、 Cl_2 等)与其他非金属组成的化合物分子(H_2O 、 NH_3 等)中原子之间的结合。在这类分子中,原子的外层电子组成电子偶,这些电子偶为分子内的原子所共有。离子键理论主要用于解释活泼金属与非金属原子之间的结合,例如碱金属和碱土金属的原子与卤素或氧族原子之间的结合就采用了离子键的形式。

对分子光谱的分析表明,分子光谱与原子光谱有许多不同的地方。如图 1-2-1 所示。整个光谱 III 由多个光谱带组 II 构成,每个光谱带组 II 也由多个光带 I 构成,而每个光带由光谱线构成。

分子光谱的这种结构与分子内部的微观状态有密切的关系。实际上,分子里

不仅有电子的运动,还存在着分子的振动和转动。三者之中,电子运动的能量(W_e)最大(约为 $10eV$),电子跃迁的频率处于可见光区和紫外光区。分子的振动是指构成分子的原子相对于平衡位置的变化,一般以谐振子模型来描述,振动能量 W_v 比较小,一般为电子能量的 1%,所发出的光在近红外区。分子的转动是指整个分子如同一体或点系作围绕某一轴的转动,转动能量 W_r 更小,大约为振动能量的 1%,对应的跃迁频率在远红外或微波区。这三种运动形成的谱线结构分别如图中的 III、II、I 所示。可以想象,一个电子能级对应许多密集的振动能级,而一个振动能级也对应许多更为密集的转动能级。分子的总能量是这三种类型能量之和,三者之间互相影响,但是由于能量值相差很大,在讨论问题时,往往可以认为其中两种不变,而只对另一种运动形式进行分析。这是在处理分子问题时经常用到的一种简化近似方法,称为玻恩—奥本海默近似。在这种近似指导下,分子总能量可以写为

$$W = W_e + W_r + W_v$$

分子中的内层电子在原子核周围形成封闭层,与原子未结合成分子时一样,但外层电子却是另一种情况。对双原子来说,外层电子在两个核的电场内运动,电场具有了轴对称性质,轴即为两个核之间连线,外层电子的分布情况就与此方向有密切关系。因而可用轨道动量矩在

表 1-2-2 具有两个价电子的原子状态表示

第一个电子	第二个电子	L	S=0(单项)		S=1(三重项)	
			J	符 号	J	符 号
1s	1s	0	0	1S_0	1	3S_1
1s	2p	1	1	1P_1	0,1,2	$^3P_0, ^3P_1, ^3P_2$
1s	3d	2	2	1D_2	1,2,3	$^3D_1, ^3D_2, ^3D_3$
1s	4f	3	3	1F_3	2,3,4	$^3F_2, ^3F_3, ^3F_4$

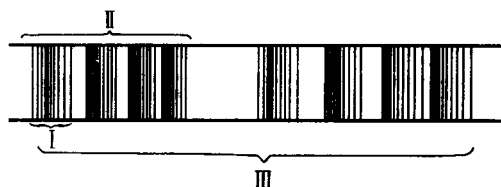


图 1-2-1 分子光谱

轴上投影来表示外层电子运动状态。量子数用 λ 表示, λ 类似于磁量子数的作用。通常对不同的 λ 值, 可用符号表示

$$\lambda = 0, 1, 2, \dots$$

符号 $\sigma, \pi, \Delta, \dots$

如果外层电子数大于 1, 在表示电子运动状态时要考虑各个轨道动量矩在轴上投影的总和, 此时相应的量子数为 Λ

$$\Lambda = \sum \lambda_i \quad (1-2-3)$$

对应于不同 Λ 值, 所使用的符号为

$$\Lambda = 0, 1, 2, \dots$$

符号 $\Sigma, \Pi, \Delta, \dots$

如外电子层为两个 σ 电子, 则 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \Lambda = 0$, 得到 Σ 态, 如果是两个 π 电子, 则 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \Lambda = 1 - 1 = 0$ 或 $1 + 1 = 2$, 前一情况相当 Σ , 后一情况相当 Δ 。

自旋的情况与原子情况类似, 将所有外层电子的各个自旋投影值相加(代数和), 以 Σ 表示, 因此分子的外电子层具有的动量矩为轨道动量矩与自旋动量矩的总和, 由此得到量子数

$$\Omega = \Lambda + \Sigma \quad (1-2-4)$$

对一个已知 Λ 的数值, Ω 可以取 $(2\Sigma + 1)$ 个不同数值, 相当于电子有 $(2\Sigma + 1)$ 个不同的自旋方向。因而在分子中也出现能级的分裂, 如同在原子中一样, 每一层的多重性也用数字表示, 记在字母的左上角, 而 Ω 的值则记在右下角。例如, 外电子层只有一个 π 电子, 则 $\Lambda = 1$, 分子的定态为 Π 态, 此时自旋投影可以为 $+\frac{1}{2}h$ 或 $-\frac{1}{2}h$, 得到 $\Omega = 1 - (1/2) = 1/2$ 或 $\Omega = 1 + 1/2 = 3/2$, 前者表示 ${}^2\Pi_{1/2}$, 后者表示 ${}^2\Pi_{3/2}$ 。

分子里的电子分布情况同样地也要满足泡里不相容原理的规定, 能级之间跃迁也要满足选择定则, 如 $\Delta\Lambda = 0, \pm 1$ 。

一般地讨论分子振动比较复杂, 下面简要介绍双原子分子的情况, 这时两个原子核在平衡位置振动的图像可用图 1-2-2 表示。 r_0 表示两核平衡时的距离。图中的横线代表振动的量子化能级。在 r_0 附近振动时, 振动能级可写成

$$W_v = \left(n + \frac{1}{2}\right)a \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1-2-5)$$

a 是常数。上式表明, 在准弹性力作用下的振动能级是等间距的, 且 $n = 0$ 时, W_v 不为 0。如果振动位移较大, 相互作用已不是准弹性力, 则

$$W_v = \left(n + \frac{1}{2}\right)a - \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 b \quad (1-2-6)$$

b 是另一常数, 一般情况 $b \ll a$ 。这时的能级趋于密集, 如图中接近 $W_{\text{位}}^0$ 的地方所示。在准弹性力情况下, 振动状态改变的选择定则为

$$\Delta n = \pm 1 \quad (1-2-7)$$

分子只作转动时的能量也是量子化的, 可表示成

$$W_r = \frac{h^2}{2J} m(m+1) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (1-2-8)$$

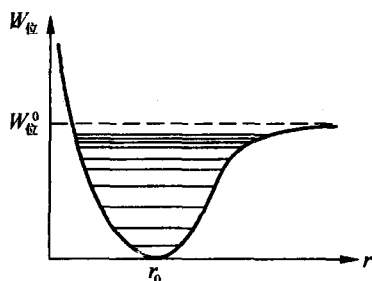


图 1-2-2 分子在平衡位置振动位能

式中 J 是转动惯量。能量水平线的分布不是等距的, m 越大, 间隔越大。在同一电子运动能量范围内转动能量改变的选择定则为

$$\Delta m = \pm 1 \quad (1-2-9)$$

一条实际出现的光谱线, 包含这三种能级跃迁的综合结果。三种能级之间关系可用图 1-2-3 表示。由于振动能量不为 0, 且 $\Delta n = \pm 1$, 所以在不同电子能级之间变化时, 必定包含了振动能级的变化, 如图中的 ν' 。而转动能级的变化则除了 $\Delta m = \pm 1$ 外还出现 $\Delta m = 0$ 的跃迁。 $m - m' = +1$, $m - m' = 0$, $m - m' = -1$ 分别称为 P 支、Q 支、R 支光谱带。

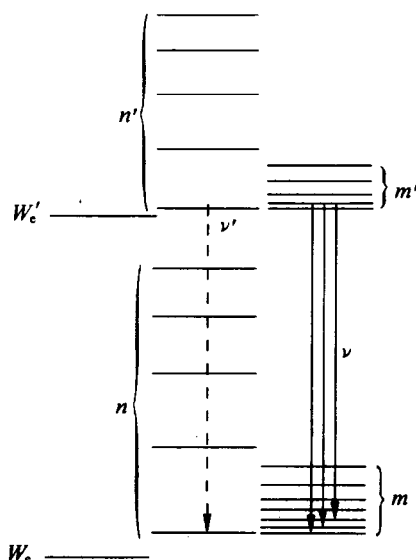


图 1-2-3 分子的三种能级示意图

四、固体的能带

固体是由许多原子组成的, 每个原子又包含原子核及许多电子, 研究电子的运动状态是属于量子力学中的多体问题, 一般无法得出严格的解。通常采用近似的方法, 将多体问题简化为多电子问题, 再设想每个电子是在固定的原子核势场及其他电子的平均场中运动, 从而又将多电子的运动简化为单电子运动状态的研究。现在所研究的电子, 已经不是属于某一个原子而是为整个物体所共有, 电子已处于一个周期性的势场之中, 出现了共有化运动。这种假设是考虑到原子之间靠得很近, 相互作用强烈而作出的。这种运动的结果导致了能级的分裂。原来作为孤立原子存在时, 能级是离散的, 一旦聚合在一起后, 共有化电子可能占据相同的能级, 这是不符合泡里不相容原理的, 因而相互作用的结果, 使得一个能级分成了许多极为接近的能级, 从而形成了能带结构。因此, 研究固体中电子的运动状态要用到能带理论, 一些光学现象就是电荷在能带之间跃迁造成的。

对一个理想的晶体模型, 原子周期性地排列, 作用于电子的势垒也在空间周期性分布

$$V(x) = V(x+a) = V(x+2a) = \dots \quad (1-2-10)$$

a 为晶格常数, 也是势垒的周期。采用量子力学的方法可以证明, 电子与周期性势垒相互作用的结果, 有一些能量值是不允许电子具有的, 因而在电子的能量图上, 出现了容许能带与禁带交替出现的排列, 如图 1-2-4 所示。从图看出, 禁带的出现也是有规律的, 它发生在电子波矢量 $k = \pm n\pi/a$ 的位置上。电子波矢量

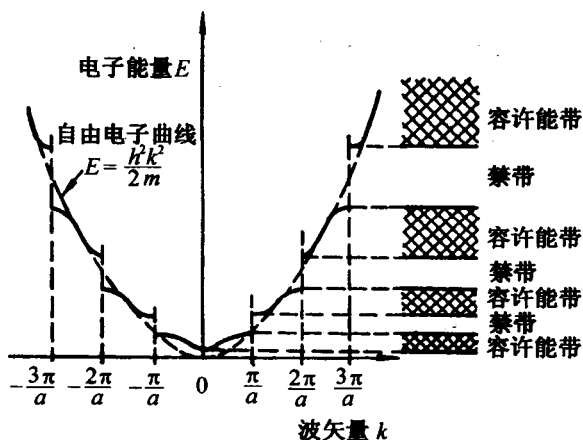


图 1-2-4 克朗尼格-朋奈模型中势能作用下电子的 $E-k$ 曲线及相应的能带结构

对晶轴取向不同, 使得其不同方向上的运动受到原子间的距离及内部势能分布的影响, 造成了波矢不同、能量不同的现象。不同晶体的能带结构可能有较大的差别。

对于半导体材料来说,两个容许电子能量存在的能带称为导带和价带,两者之间称为禁带。价带在 0K 时是全部被电子占据的,导带则完全空着。在高于 0K 时,由于存在着热运动现象,有一部分电子获得足够能量后,会越过禁带而到达导带。处于导带的电子具有较高的能量,受到的束缚较少,更容易在介质中运动。价带中的电子离开后,留下带正电的空位。当价带中有电子来填充这个空位时,相当于正电荷发生了移动,因此把这种带正电的空位称为空穴,相当于带有正电荷的载流子。价带中空穴在外电场的作用下,也会形成电流,称为空穴电流,区别于在导带中形成的电子电流。

五、微观粒子的统计分布规律

微观粒子的运动状态不能用宏观定律得出精确结果,而是遵守统计分布的规律。气体分子的速度大小,具有某种能量的粒子的多少等问题只能运用概率方法加以解决。在研究微观粒子的情况时,有如下几种经常用到的统计分布定律。

1. 麦克斯韦速率分布律 麦克斯韦速率分布律适用于理想气体的情况。在热平衡状态下,当气体分子间的相互作用可以忽略时,分布在任一速率区间 $v \sim v + dv$ 内的分子的比率为

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv \quad (1-2-11)$$

速率分布函数为

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (1-2-12)$$

式中 m 是分子质量, k 是玻耳兹曼常数, T 是绝对温度。

速率分布律是确定在速率区间 $v \sim v + dv$ 内沿一切可能方向运动的分子比率,如果要考虑分子在 $v_x \sim v_x + dv_x$, $v_y \sim v_y + dv_y$, $v_z \sim v_z + dv_z$ 之内分子的比率,则得到麦克斯韦速度分布率为

$$\frac{dN}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{kT}} dv_x dv_y dv_z \quad (1-2-13)$$

2. 玻耳兹曼分布律 玻耳兹曼分布律是表示微观粒子按能量分布的规律。能量是连续分布,但在考虑了测不准关系后,在热平衡状态下,能量为 ϵ 的粒子数 dN 与 $\exp(-\epsilon/kT)$ 和能量的状态数 $(dp_x dp_y dp_z dx dy dz / h^3)$ 的乘积成正比,即

$$dN \propto e^{-\epsilon/kT} (dp_x dp_y dp_z dx dy dz / h^3) \quad (1-2-14)$$

因为按量子力学测不准关系, $\Delta p_x \Delta x \geq h$, $\Delta p_y \Delta y \geq h$, $\Delta p_z \Delta z \geq h$, 因此在粒子的动量及坐标六维空间里,体积元 h^3 只能看成粒子的一个微观状态,故上面括号内可认为是粒子能量在 $\epsilon \sim \epsilon + d\epsilon$ 时相应的微观状态数。

微观的线性谐振子运动状态按能级分布的情况,可将能级 E 的量子状态数 g 取代 (1-2-16) 式中括号内表示方式。则在量子化条件下,微观粒子按能量分布的玻耳兹曼分布律写成

$$N_i \propto g_i e^{-E_i/kT} \quad (1-2-15)$$

g_i 称为能级 E 的简并度,表示能量的微观状态(量子态)的数目。

3. 费密分布律 对于服从泡里不相容原理的粒子(例如电子、质子、中子等),具有能量 E 的几率为