振动分析及其应用

唐一科 编译

重庆大学出版社

振动分析及其应用

唐 一 科 编译

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书是根据目前国外最流行的几本振动教材编译而成，详细介绍了机械振动分析的基本方法和大量应用实例。全书共分六章，包括了单自由度系统、多自由度系统、多自由度系统的近似解法以及具有分布参数的连续系统等内容。书中所收集的近200个例题和习题，涉及到了仪器仪表、涡轮、风机、发电机、牵引车和拖车车架、汽车发动机、飞机的弹射座和机身、船舶推进器以及高层建筑等大量工程结构的振动问题。

本书可作为机械、动力、交通、土木建筑等专业的大学生和研究生的教科书或参考书，课内教学可在32—36学时内完成，也可作为有关专业的工程技术人员自学和工程应用参考书。

振动分析及其应用

唐一科 编译

责任编辑 蒋怒安

●

重庆大学出版社出版发行

重庆大学印刷厂印刷

●

开本：850×1168 1/32 印张：6.75 字数：181千

1993年8月第1版 1993年8月第1次印刷

印数：1—1200

ISBN7-5624-0780-0/TB·7 定价：5.60 元

（川）新登字020号

前　言

高等学校的教材建设，在提高教学质量，深化教学改革的整个教育过程中，都起着十分重要的作用。质量上乘教材体系的建立不仅需要经过多年教学经验的积累，而且还需要不断吸收国内外相近或相似专业教材体系的精华，尤其是吸收外国教材的精华。为此，认真搞好对外国教材的引进、研究、吸收和开发是非常必要的。

工科院校机械制造工艺及设备专业，一般都安排有《机械振动学》专业基础课的教学，为后续的《机械控制工程基础》、《测试技术》等课程打基础。但是，国内传统的《机械振动学》大都是理论型教材，偏难偏多，这不但增加了学生的学习负担，而且所学内容与后续课程的衔接也相距较远，这一状况直接影响到教学质量。我们在研究外国教材的过程中，认为英国C·F·Beards 所著"Vibration Analysis and Control System Dynamics"一书，结构紧凑、内容浅显、其振动分析部份十分适合机械制造专业教学大纲对《机械振动学》课程的基本需求，而控制系统动力学部份又与该专业《机械控制工程基础》课程的基本教学内容相近。因此，我们曾将此教材内容直接用作为机造专业的《机械振动学》课程教材，受到学生欢迎。1988年原作者对该教材作了较大修改和增删，再版后更名为"Vibrations and Control Systems"。以后我们根据教学要求，从美国W·T·THOMSON 所著"Theory of Vibration with Applications"一书中选择了部份内容，与C·F·Beards前后两版教材中的振动分析部份配套，在删去了有关控制系统的内容后，编译成了现在这本与读者见面的《振动分析及其应用》一书，该书由六章组成，即绪论；单自由度系统的振动；多自由度系统的振动；多自由度系

统的近似解法；具有分布质量和弹性参数系统的振动；习题。与我国现有的一些《机械振动学》相比较，该教材具有如下特点：内容精炼，难易适中；注意理论，偏重工程作用；知识更新，新旧互相结合。同时，本书为巩固读者所学的知识，特意编排了133个习题，这些习题对读者将起到加强实践锻炼和扩大信息量的事半功倍之效。

本书可作为机械、动力、交通、土木建筑等专业的本科高年级学生和研究生教材，也适合于以上各专业的工程技术人员自学和参考。

本书由唐一科副教授编译，徐铭陶教授审校。顾乾坤、陈晓慧、谢志江等同志先后参加了初稿的部份整理和编译工作。重庆大学出版社蒋怒安副编审对全书进行了编辑加工，并提出了宝贵的修改意见。由于编译者水平有限，本书的疏漏和不妥之处，敬盼读者批评指正。

唐一科

1993年5月于重庆大学

目　　录

第一章 绪　　言

在大多数机器、机械结构和动态系统中，都不希望发生振动，这不仅因为振动会产生误动、噪声，而且增加能量损耗，影响机器的使用性能，同时还会使机器、结构出现疲劳破坏。

直到本世纪初，由于使用了笨重的梁、支架、铸件和石料工件，所制造的机器和机械结构，都仍具有大质量和大阻尼的特点。加上这些粗大构件中的激励源通常都较小，所以其动力响应也都很低。然而，随着高强度轻型材料的发展，人们对材料性能和结构载荷的进一步了解，以及分析和设计技术水平的进一步提高，使设计的机器和具有特殊功能的机械结构的质量已大大降低。另一方面，由于机构运动速度和效率的提高，又引起了激振力的增大，甚至某些动态系统还包含了引起强烈振动的高能动力源。到目前为此，这种质量和阻尼减少而激励增加的趋势仍在不断扩大，因此，要使所设计的机器能满足动态性能的要求，则应该对其作必要的振动分析。

某个零件出现共振、疲劳或过大振动，而使整个系统失效或不能实现预期性能指标的例子很多。由于动态系统有可能出现过大振动的严重后果，所以在对系统进行某些必要的改进就能方便地消除振动或尽可能降低振动的今天，我们非常必要把振动分析作为机器设计的一个重要组成部分。当然，我们还应考虑到，有时候也需要降低一台现有机器的振动，这可能是因为该机器原设计就不合理，也可能因为该机器功能有所改变，或是因为环境条件和性能要求有所改变。因此，用于动态系统中的振动分析技术不仅适应于设计阶段，而且也应适合于现有系统，根据新设计系统和现有系统的不同情况，求解方法也不完全一样。

对系统的动态分析可以采用以下三个步骤：

1．建立系统的物理模型。

2．根据物理模型，写出系统的运动方程。

3．求系统对特殊激励的响应。

下面即对这三个步骤作更详细的讨论。

一、物理模型

虽然对于真实的动态系统来说，我们可以进行完整的分析，但这种分析往往非常复杂，而且分析结果也会产生许多不必要的信息。因此，系统的简化物理模型通常被认为是能够更经济地产生所需信息，且满足精度要求的模型。不过要用一个简单的物理模型来代替真实系统的动态特性，使其能够给出有用的和实际的信息，也是很不容易的事情。

首先对任何一个实际系统进行建模，都需要对该系统作出大量的简化和假设。例如，一个分布质量可以看成一个集中质量；如果只求系统的共振频率，或在远离共振峰处求动态响应，系统的阻尼影响就可以忽略不计；在超过弹性范围之外，非线性弹簧有时也可以简化成线性弹簧；某些元件和外力对系统的影响很小时，它们也可以忽略不计。此外，质量元件的运动方向也往往被限制在分析者直接感兴趣的地方。

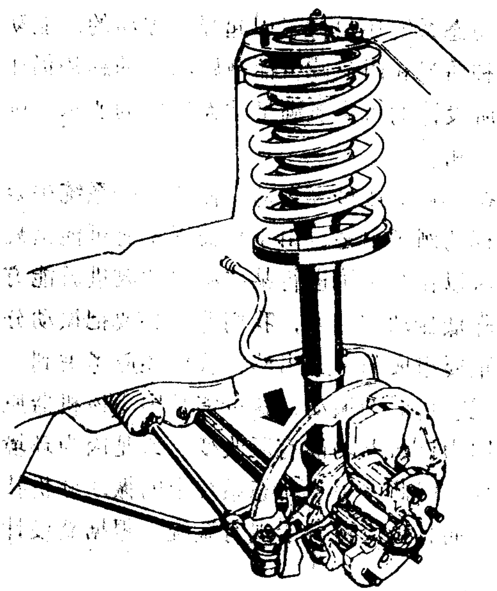

图 1.1

因此，模型往往是在求得简化表达和复杂逼真模拟二者之

间进行的折衷。表达的简化使分析容易，但不能得到精确的结果，逼真的模拟使分析困难但可以给出准确的信息。作为实例，让我们来考虑一辆摩托车前轮的振动分析。图1.1 表示一个典型悬挂装置，图1.2（a）是这个装置的一个非常简单的物理模型，它仅考虑了竖直方向的直线运动。该模型分析起来虽容易，但它不可能给出较为有用的信息。图1.2（b）所示模型给出一些有意义的结果，但需以增加分析工作量为代价，且这种分析仍然是把运动仅限制在竖直方向上。更精确的物理模型，如图1.2（c）所示考虑了摩托车的整体状况，本身可作平移和旋转运动。

如果汽车车身不能考虑成一个刚性质量模型，则有限单元分析法可能是非常有用的，因为这种技术允许用大量的质量元素来

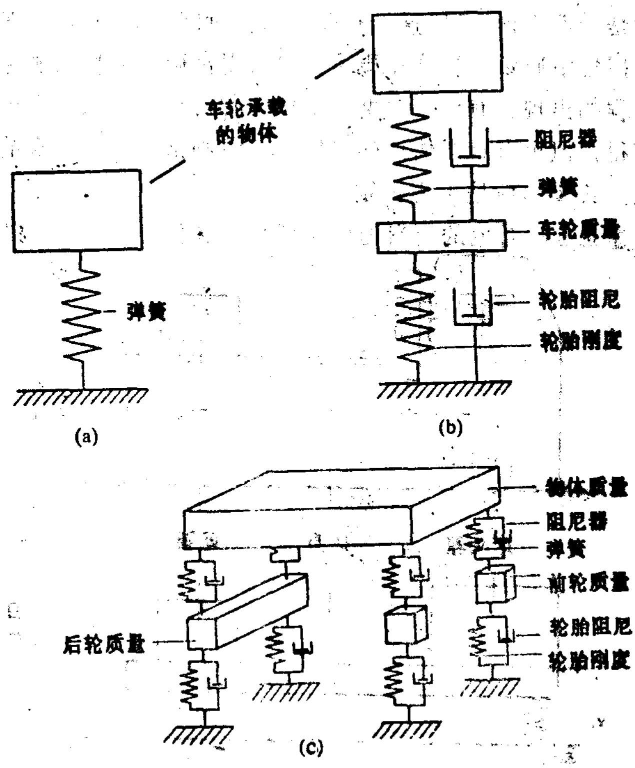

图 1.2

表达汽车车身。

象机床这种机器的振动分析可以用图 1.3 所示的具有两个自由度的系统来建立物理模型。最简单的分析方法是把床身看作为一个有质量和惯性的刚体，床头和床尾均用集中质量来代替，床身的两端分别用图示弹簧来支承，这样一个模型足以用来确定振动的最低或一阶固有频率。当床身不能看作为刚体时，就必须对模型进行仔细推敲，例如可将床身简化为前述情况那样的带附加集中质量的弹性梁等。

由于大多数物理模型的近似性，忽略了次要因素，并认为系统运动属小振动且与周围环境无关，所以，我们有理由作出常参数和线性关系的假设。即假设系统运动方程的系数是常数，而方程本身又是线性方程，显然这将有助于简化对问题的分析。一般地，我们采用集中质量代替分布质量，以获得常微分方程而避免了偏微分方程的出现。有许多模型参数的值都可以直接从对系统的分析来获得，但也有难于估计的时候，此时则需要进行直观的估计或实验，其实质就是工程识别。

建立分析对象的恰当物理模型是不容易的，而这种模型又必

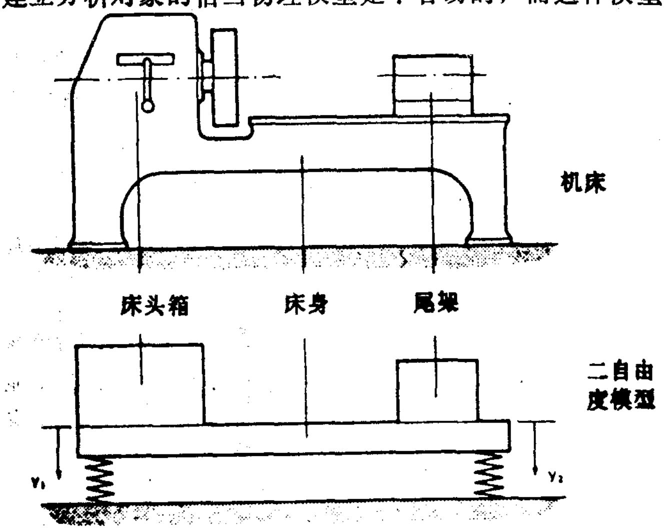

图 1.3

须在分析的第二步之前完成。在后续章节中提供的大多数资料将使读者能够完成第二、三步的分析内容。我们将会发现，这些内容的彻底掌握，对建立第一步所涉及到的物理模型，是有很大帮助的。

二、运动方程

根据物理模型来获得运动方程的方法很多，方法的选择根据模型的具体情况。例如：对模型中每个物体作分离体图来进行分析，通常能迅速得到运动方程。但在某些情况下，采用能量法如拉格朗日方程来建立运动方程，好处会更多。

利用运动方程可以得到系统的特征方程或频率方程，从而求出系统的固有频率、振动模态、稳态响应及稳定性。

三、对特殊激励的响应

尽管在分析的第二步中给出了固有频率、响应和稳定性的许多信息，但并没有给出系统对特殊激励的实际响应。为了确定系统的一些特性，如动态应力、噪声、输出量或对于一系列系统输入（这些输入可能是力或运动，其形式则包括谐波函数、阶跃函数和斜坡函数）的稳态误差，就必须了解系统对某种激励的实际响应。这些均可以通过求解带激励函数的运动方程来实现。

上面已经给出的几个例子，说明了如何给实际系统建立模型，以及建立模型时的分析原则。为了完成一个系统的建模分析，首先必须学会分析单自由度系统的有阻尼和无阻尼，自由振动和受迫振动的问题，如在第二章中所讨论的。这不仅允许对一个较大范围内的问题进行分析，同时也是在第三章和第四章中将讨论的多自由度系统的分析基础，在第五章中，我们分析了具有分布质量的系统，例如梁和板。在这些章节中，每一章都包括有大量的实例，以帮助读者理解所讲述的原理和方法，并且在第六章中收集了大量的习题，以供读者练习。

第二章 单自由度系统的振动

单自由度系统是振动分析中最简单的一种情况，因为它只需要一个坐标就能完整地描述其运动规律。某些实际系统之所以可用这种方法进行简化，或者因为系统本身很简单，例如钟摆；或者因为在某种激励作用下，系统在其它方向上产生的振动可以忽略。此外，在进行复杂系统特殊模态振动分析时，通常要构造该系统的单自由度模型，而且单自由度振动分析中发展起来的许多技术也同样适用于更复杂的系统。因此，单自由度系统的分析是振动分析的基础。

2.1 无阻尼自由振动

2.1.1 直线振动

在图2.1所示的系统中，一质量为m的物体沿固定水平面自由运动，刚度为常数k的弹簧，一端固定，另一端与该物体相联。从平衡位置向右移动物体，产生一个向左的弹簧力（即弹性恢复力）。这个力给物体一个向左的加速度。当物体到达平衡位置时，弹簧恢复力为零，但此时物体已具有一个运动速度，这个速度将带着物体继续向左运动，尽管现在它受到向右的弹性恢复力的阻碍。当物体受弹性恢复力作用而瞬时静止时，因此时刻弹性恢复力的方向向右，这就迫使物体向右运动，通过平衡位置，然后到达它的初始位置。实际上，由于系统的

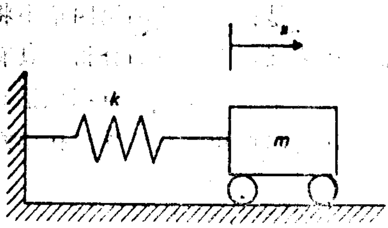

图2.1 单自由度模型

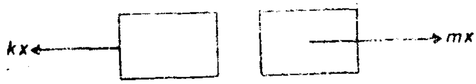

图 2.2

阻尼将消耗一部分振动能量，物体不会完全到达这个初始位置。只是如果阻尼小，其影响可以忽略不计。

如果物体向右位移 x_0，然后释放，则任一位移 x 上的分离体图如图2.2所示。

惯性力总是与位移 x 的正方向相同。物体如减速，$\ddot{x}$ 为负，除火箭燃烧燃料的情况以外，通常都假定物体的质量 m 为定值。又假定弹簧刚度 k 为定值（在一定范围内通常如此），参看2.3节。并且假定弹簧质量与物体质量相比，小得可以忽略不计。

从分离体图可得到系统的运动方程为

$$m\ddot{x} = -kx \quad 或 \quad \ddot{x} + (k/m)x = 0 \tag{2.1}$$

这是简谐运动方程，其解为

$$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t \tag{2.2}$$

其中，A、B 是常数，可由初始条件求得，ω 是振动圆频率。将（2.2）式代入（2.1）式，得到

$$-\omega^2(A\cos\omega t + B\sin\omega t) + (k/m)(A\cos\omega t + B\sin\omega t) = 0$$

而 $\quad A\cos\omega t + B\sin\omega t \neq 0$（否则无运动）

所以 $\quad \omega = \sqrt{k/m} \quad (\text{rad/s})$

$$x = A\cos\sqrt{k/m}\,t + B\sin\sqrt{k/m}\,t \tag{2.3}$$

由以上关系，在 $t=0$ 时刻，$x = x_0$，则 $x_0 = A$；在 $t = 0$ 时刻，$\dot{x} = 0$，则 $0 = B\sqrt{k/m}$，即 $x = x_0\cos\sqrt{k/m}\,t$。

系统参数支配着振动频率 ω 和振动的类型，但不影响幅值 x_0，x_0 由初始条件所决定。物体的质量很重要，而重量关系不

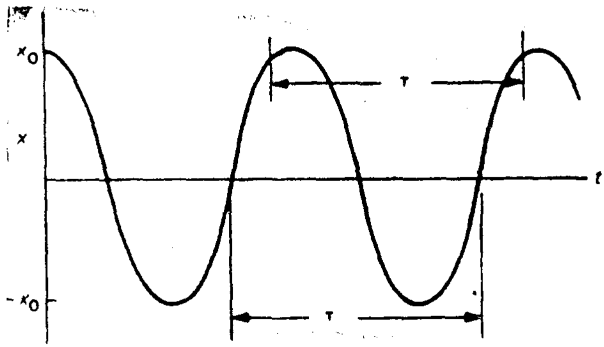

图 2.3

大，因此对某给定系统，ω 与局部引力场无关。

频率 $f=\omega/(2\pi)=1/(2\pi)\sqrt{k/m}$ (Hz) (2.4)

运动如图2.3所示。

周期 τ 为振动一周所花的时间

$$\tau=1/f=2\pi\sqrt{m/k} \quad (\mathrm{s}) \tag{2.5}$$

用上述类似方法，可以分析一个悬挂着的物体，沿垂直或 y 方向振动，该系统如图2.4所示。

当物体固定在弹簧上时，弹簧的伸长量δ由式 $k\delta=mg$ 给定。给物体一个位移 y_0 后释放，则分离体图的任一位移 y 如图 2.5 所示。运动方程为

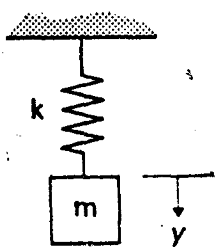

图 2.4

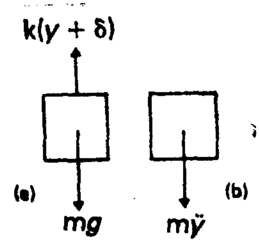

图 2.5

(a) 外加力　　(b) 惯性力

$$m\ddot{y}=mg-k(y+\delta)$$

$$=mg-ky-k\delta=-ky$$

因　　　　$mg=k\delta$

即　　　　$\ddot{y}+(k/m)y=0$　　　　(2.6)

这与方程(2.1)类似，所以通常为

$$y=A\cos\sqrt{k/m}\,t+B\sin\sqrt{k/m}\,t \qquad (2.7)$$

注意$\sqrt{k/m}=\sqrt{g/\delta}$，考虑初始条件 $t=0$，$y=y_0$，$y=0$

则有　　　$y=y_0\cos\sqrt{k/m}\,t$　　　　(2.8)

即不管物体是在水平方向或垂直方向上振动，其振动频率都是相同的。

某些时刻，一个振动系统中有多个弹簧起作用，这些弹簧，被考虑是具有常刚度值的弹性元件，在实际应用中，它们可以取多种形式。例如，可以是一盘钢丝，一块橡皮，一根梁或一个空气袋。在分析时，组合弹簧体可以用具有等效弹簧刚度的单一弹簧来代替。如下面的分析。

1）　串联弹簧

图2 6(a)为三弹簧串联系统，可用图2.6(b)的等效弹簧来代替。

假设作用力 F 使弹簧的伸长量 δ 在两种情况下相同　即

$$\delta=F/k_e=F/k_1+F/k_2+F/k_3$$

于是　　　$1/k_e=\sum_{i=1}^{3}1/k_i$

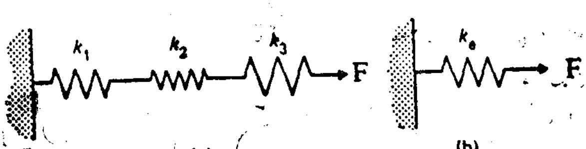

图　2 6