

经 济 数 学 基 础 之 二

线性代数、 概率论与数理统计 学习与解题指导

主 编 程从沈 李艳娟 金光成
副主编 曹士信 赵春昶 孟立红



中国人民大学出版社

经济数学基础之二

线性代数、概率论与数理统计 学习与解题指导

主 编 程从沈 李艳娟 金光成
副主编 曹士信 赵春昶 孟立红

中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

线性代数、概率论与数理统计学习与解题指导/程从沈主编.

北京:中国人民大学出版社,2002

(经济数学基础)

ISBN 7-300-04331-3/O·54

I. 线…

II. 程…

III. ①线性代数-高等学校-教学参考资料

②概率论-高等学校-教学参考资料

③数理统计-高等学校-教学参考资料

IV. ①0151.2②021

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 066962 号

经济数学基础之二

线性代数、概率论与数理统计

学习与解题指导

主 编 程从沈 李艳娟 金光成

副主编 曹士信 赵春昶 孟立红

出版发行:中国人民大学出版社

(北京中关村大街 31 号 邮编 100080)

邮购部: 62515151 门市部: 62515148

总编室: 62511142 出版部: 62511149

本社网址 www.crup.com.cn

人大教研网: www.tenet.edu.cn

经 销:新华书店

印 刷:北京密兴印刷厂

开本: 890×1240 毫米 1/32 印张 11 125

2002 年 9 月第 1 版 2002 年 12 月第 2 次印刷

字数: 314 000

定价: 18.00 元

(图书出现印装问题,本社负责调换)

前 言

经济数学基础是教育部指定的财经类本科专业的核心课程之一,包括“微积分”、“线性代数”、“概率论与数理统计”三门课程。在多年的教学实践中,我们体会到,财经类的同学普遍感到做数学题比较吃力。特别是线性代数习题比较抽象,证明题较多;概率论与数理统计又是同学们初次接触关于随机现象研究的课程,学习难度明显增加,往往对一些问题不知如何下手。不做习题又想学好数学只能是异想天开。同时,现在的大学生课程多、时间紧,还要应付各种过级考试,没有更多的精力大量演算习题。因此,我们编写了这套学习与解题指导,旨在帮助学生通过选做较少的有典型意义的习题,使解题能力迅速提高,并且很好地掌握基本概念、基本理论及基本运算技能,从而收到较好的学习效果。从已出版的《微积分学习与解题指导》来看,确实达到了上述目的,受到了同学的普遍欢迎。

本书内容分为两篇,每篇包含若干章。每章均包含基本要求及学习重点、主要内容的理解与剖析、典型例题解析、习题及解答四部分。作为一本辅助教材,指明要点、强化练习是本书的特点。本书可以与国家教育部指定的优秀教材,如中国人民大学出版社出版的《线性代数》、《概率论与数理统计》配合使用,也可以作为其他各类社会办学的本科层次学生的学习用书或参考书。

本书的编写是在集体讨论的基础上完成的。具体编写分工如下:第一章,刘玉蓉;第二章,李艳娟;第三章,孟立红;第四章、第五章,金光成;第六章,曹士信;第七章,赵春昶;第八章,张良;第九章,李艳娟、张良;第十章,张毅;第十一章,张毅、马丽萍;第十二章,马丽萍;第十三章、第十四章,程从沈;第十五章、第十六章,蔡生。

本书的编写得到了尹绍平教授、赵宝凌副教授的支持与帮助。在出版过程中,陈林先生始终给予热情的帮助和支持,全体编者在此向他们表示深深的谢意。另外向为本书付出辛勤工作的中国人民大

ABD 72/01

学出版社的编辑表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中的缺点和错误一定不少,欢迎读者批评指正。

编者

2002 年 6 月

目 录

第一篇 线性代数

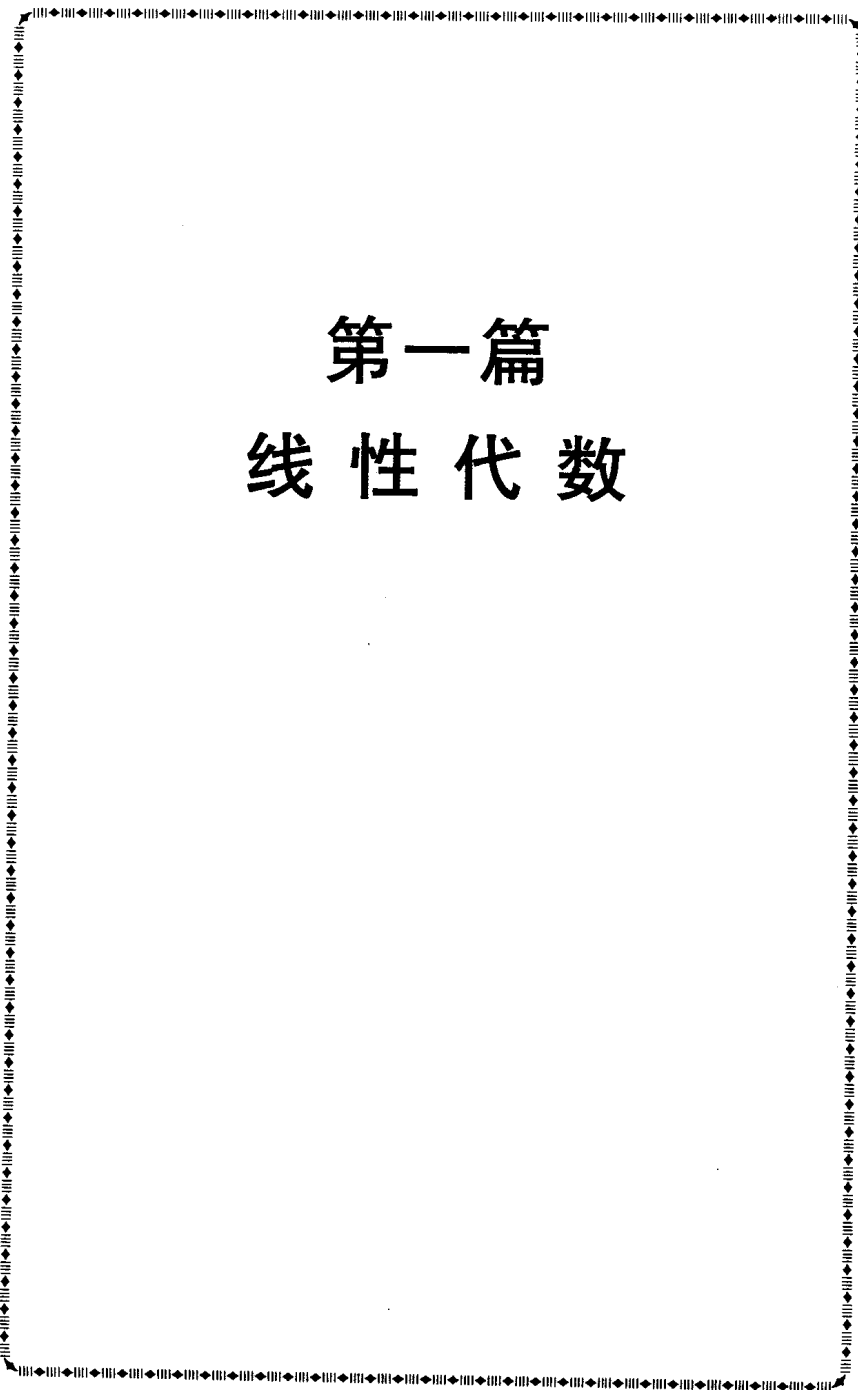
第一章 行列式	(3)
一、基本要求及学习重点	(3)
二、主要内容的理解与剖析	(3)
三、典型例题解析	(10)
四、习题与解答	(23)
第二章 矩 阵	(44)
一、基本要求及学习重点	(44)
二、主要内容的理解与剖析	(44)
三、典型例题解析	(50)
四、习题及解答	(63)
第三章 线性方程组	(81)
一、基本要求及学习重点	(81)
二、主要内容的理解与剖析	(82)
三、典型例题解析	(88)
四、习题及解答	(101)
第四章 矩阵的特征值	(116)
一、基本要求及学习重点	(116)
二、主要内容的理解与剖析	(116)
三、典型例题解析	(119)
四、习题及解答	(125)
第五章 二次型	(135)
一、基本要求及学习重点	(135)
二、主要内容的理解与剖析	(135)

三、典型例题解析	(139)
四、习题及解答	(148)

第二篇 概率论与数理统计

第六章 随机事件及其概率	(165)
一、基本要求及学习重点	(165)
二、主要内容的理解与剖析	(165)
三、典型例题解析	(169)
四、习题及解答	(181)
第七章 随机变量及其分布	(190)
一、基本要求及学习重点	(190)
二、主要内容的理解与剖析	(190)
三、典型例题解析	(194)
四、习题及解答	(207)
第八章 随机变量的数字特征	(225)
一、基本要求及学习重点	(225)
二、主要内容的理解与剖析	(225)
三、典型例题解析	(228)
四、习题及解答	(231)
第九章 几种重要的分布	(237)
一、基本要求及学习重点	(237)
二、主要内容的理解与剖析	(237)
三、典型例题解析	(243)
四、习题及解答	(246)
第十章 大数定律与中心极限定理	(259)
一、基本要求及学习重点	(259)
二、主要内容的理解与剖析	(259)
三、典型例题解析	(261)
四、习题及解答	(265)
第十一章 马尔可夫链	(269)

一、基本要求及学习重点	(269)
二、主要内容的理解与剖析	(269)
三、典型例题解析	(272)
四、习题及解答	(276)
第十二章 样本分布	(280)
一、基本要求及学习重点	(280)
二、主要内容的理解与剖析	(280)
三、典型例题解析	(284)
四、习题及解答	(289)
第十三章 参数估计	(294)
一、基本要求及学习重点	(294)
二、主要内容的理解与剖析	(294)
三、典型例题解析	(298)
四、习题及解答	(303)
第十四章 假设检验	(308)
一、基本要求及学习重点	(308)
二、主要内容的理解与剖析	(308)
三、典型例题解析	(312)
四、习题及解答	(316)
第十五章 方差分析	(320)
一、基本要求及学习重点	(320)
二、主要内容的理解与剖析	(320)
三、典型例题解析	(325)
四、习题及解答	(330)
第十六章 回归分析	(335)
一、基本要求及学习重点	(335)
二、主要内容的理解与剖析	(335)
三、典型例题解析	(339)
四、习题及解答	(343)



第一篇

线性代数

第一章 行列式

一、基本要求及学习重点

(一) 基本要求

1. 正确理解 n 阶行列式的定义,能够熟练地计算二阶行列式、三阶行列式和三角行列式的值.
2. 熟知行列式的性质,并能够熟练地运用.
3. 正确理解余子式和代数余子式的概念,掌握行列式按行(列)展开定理,并能灵活运用行列式的性质与行列式按行(列)展开定理计算行列式的值或证明等式.
4. 掌握克莱姆(Cramer)法则,能熟练应用克莱姆求解简单的线性方程组.

(二) 学习重点

1. 行列式的定义.
2. 行列式的性质.
3. 利用行列式的性质和按行列展开定理计算行列式的值.

二、主要内容的理解与剖析

(一) 排列与逆序

1. 排列

由 n 个自然数 $1, 2, \dots, n$ 组成的一个有序数组称为一个 n 级排列.

例如, 235461 是一个 6 级排列.

2. 逆序

在一个 n 级排列中,若较大的数排在较小的数前面,而且这种大小颠倒位置的情况共出现了 k 次,则称这个排列的逆序数为 k .

排列 $i_1 i_2 \cdots i_n$ 的逆序数通常记作 $N(i_1 i_2 \cdots i_n)$. 逆序数为奇数的排列称为奇排列; 逆序数为偶数的排列称为偶排列. 计算逆序数的方法为: 若比 1 大而排在 1 前面的数有 k_1 个, 比 2 大而排在 2 前面的数有 k_2 个, 比 3 大而排在 3 前面的数有 k_3 个等等, 则这个排列的逆序数就等于 $k_1 + k_2 + k_3 + \cdots$. 例如, $N(54213) = 3 + 2 + 2 + 1 = 8$.

3. 对换

将一个排列中的任意两个数互换位置, 其他的数不变, 这种对排列的变换称为对换.

例如, 排列 54321 经过 5 和 2 互换位置, 这种对换变成了排列 24351.

定理 1.1 任意一个排列经过一次对换后排列的奇偶性改变.

定理 1.2 n 级排列共有 $n!$ 个, 并且当 $n > 1$ 时, 在 $n!$ 个不同的 n 级排列中, 奇排列和偶排列各占一半.

(二) n 阶行列式的定义

1. n^2 个元素 $a_{ij} (i, j = 1, 2, \cdots, n)$ 组成的符号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

表示所有可能的取自不同行和不同列的 n 个元素乘积的代数和, 各项的符号是: 当这一项中 n 个元素的行标按自然数的顺序排列后, 若对应的列标构成的排列为偶排列, 则取正号; 若是奇排列, 则取负号, 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{N(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

称为 n 阶行列式.

n 阶行列式中横排为行, 纵排为列. 以 $a_{ij} (i, j = 1, 2, \cdots, n)$ 为元素的 n 阶行列式简记为 $|a_{ij}|$. 由于 n 级排列共 $n!$ 个, 而且当

$n > 1$ 时, 奇偶排列各占一半, 所以行列式的展开式一共有 $n!$ 项. 当 $n > 1$ 时, $n!$ 项中一半前面取正号, 另一半前面取负号.

2. 几种特殊的行列式

$n = 1$ 时, 一阶行列式

$$|a_{11}| = a_{11}$$

$n = 2$ 时, 二阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$n = 3$ 时, 三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

下三角形行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

上三角形行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

对角形行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

(三) 行列式的性质

性质 1 行列式 D 与其转置行列式 D^T 相等, 即 $D = D^T$.

由此性质可知, 行列式的行与列具有对称的地位, 因此在行列式的性质中, 凡是对行成立的对列也同样成立, 反之亦然.

性质 2 交换行列式的两行(列), 行列式的值变号. 即若令

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

则 $D_1 = -D$

推论 若行列式有两行(列) 完全相同, 则此行列式为零.

性质 3 用数 k 乘以行列式某一行(列) 的所有元素等于用 k 乘以此行列式. 即若令

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{r1} & ka_{r2} & \cdots & ka_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

则 $D_1 = kD$

推论 1 行列式某行(列) 所有元素的公因子可以提到行列式外面.

推论 2 若行列式某行(列) 的所有元素都是零, 则其值为零.

性质 4 若行列式有两行(列) 元素成比例, 则其值为零. 即若令

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{r1} & ka_{r2} & \cdots & ka_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

则 $D = 0$

性质 5 行列式具有分行(列) 相加性. 即若令

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} + a'_{r1} & a_{r2} + a'_{r2} & \cdots & a_{rn} + a'_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a'_{r1} & a'_{r2} & \cdots & a'_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

则 $D = D_1 + D_2$

性质 6 将行列式某一行(列) 的所有元素同乘以数 k 后加到另一行(列) 对应位置的元素上, 行列式值不变. 即若令

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{s1} + ka_{r1} & a_{s2} + ka_{r2} & \cdots & a_{sn} + ka_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

则 $D = D_1$

(四) 行列式按行(列)展开

1. 余子式和代数余子式

在 n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

中,把元素 a_{ij} 所在的第 i 行和第 j 列划去,剩下的元素按其原来的相对位置所构成的 $n-1$ 阶行列式称为元素 a_{ij} 的余子式,记作 M_{ij} . 即

$$M_{ij} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j-1} & a_{1j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ a_{i-11} & \cdots & a_{i-1j-1} & a_{i-1j+1} & \cdots & a_{i-1n} \\ a_{i+11} & \cdots & a_{i+1j-1} & a_{i+1j+1} & \cdots & a_{i+1n} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj-1} & a_{nj+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

若记

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

则称 A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式.

2. 行列式按行按列展开

n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

等于它的任意一行(列)的各元素与其对应的代数余子式乘积之和。
即

$$D = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in}, 1 \leq i \leq n$$

或
$$D = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj}, 1 \leq j \leq n$$

n 阶行列式 D 的任意一行(列)的各元素与另一行(列)对应元素的代数余子式乘积之和等于零。

即
$$a_{i1}A_{s1} + a_{i2}A_{s2} + \cdots + a_{in}A_{sn} = 0, i \neq s$$

或
$$a_{1j}A_{1t} + a_{2j}A_{2t} + \cdots + a_{nj}A_{nt} = 0, j \neq t$$

3. 克莱姆法则

非齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

则方程组有惟一解:

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, \dots, x_n = \frac{D_n}{D}$$

其中 $D_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 为 D 中的第 j 列元素用线性方程组的常数项 $b_1, b_2, \dots, b_n$ 替换而得到的行列式。

齐次线性方程组