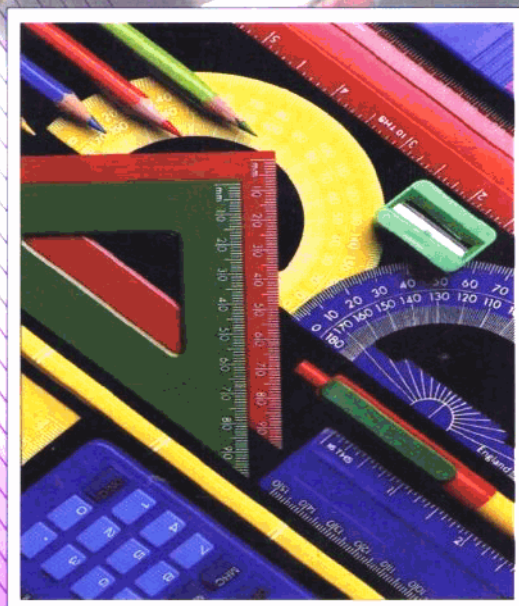


高中自学辅导实验教材

高二数学

习题 复习参考题 测试题及答案



丛书主编 王兴华等
本书主编 刘文武等

科学出版社

目 录

第六章 不等式	(1)
6.1 不等式的性质	(1)
6.2 算术平均数与几何平均数	(2)
6.3 不等式的证明	(4)
6.4 不等式的解法	(5)
6.5 含有绝对值符号的不等式	(11)
本章习题、复习参考题及测试题答案	(17)
第七章 直线和圆的方程	(28)
7.1 直线的倾斜角和斜率	(28)
7.2 直线的方程	(29)
7.3 两条直线的位置关系	(32)
7.4 简单的线性规划	(35)
7.5 实习作业	(36)
7.6 曲线和方程	(36)
7.7 圆的方程	(38)
本章习题、复习参考题及测试题答案	(47)
第八章 圆锥曲线方程	(62)
一、椭圆	(62)
8.1 椭圆及其标准方程	(62)
8.2 椭圆的几何性质	(63)
二、双曲线	(64)
8.3 双曲线及其标准方程	(64)
8.4 双曲线的简单几何性质	(65)
三、抛物线	(66)
8.5 抛物线及其标准方程	(66)
8.6 抛物线的几何性质	(67)
8.7 利用平移化简二元二次方程	(68)
本章习题、复习参考题及测试题答案	(75)
第九章 排列、组合和概率	(82)
一、排列与组合	(82)
9.1 分类计数原理与分步计数原理	(82)
9.2 排列	(83)

9.3 组合	(84)
9.4 二项式定理	(86)
二、概率	(88)
9.5 随机事件的概率	(88)
9.6 互斥事件有一个发生的概率	(90)
9.7 相互独立事件同时发生的概率	(91)
本章习题、复习参考题及测试题答案	(102)

第六章 不 等 式

6.1 不等式的性质

A组

1. 比较 $(2a+1)(a-3)$ 与 $(a-6)(2a+7)+45$ 的大小.
2. 比较 $(x+1)(x^2+\frac{x}{2}+1)$ 与 $(x+\frac{1}{2})(x^2+x+1)$ 的大小.
3. 设 $x \geq 1$, 比较 x^3 与 x^2-x+1 的大小.
4. 用“>”、“<”号填空:
 - (1) 如果 $a > b$, 那么 $-a$ _____ $-b$;
 - (2) 如果 $a < b < 0$, 那么 $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{b}$;
 - (3) 如果 $a > b > c > 0$, 那么 $\frac{c}{a}$ _____ $\frac{c}{b}$;
 - (4) 如果 $0 < a < b < 1, n \in \mathbf{N}^+$, 那么 $\frac{1}{a^n}$ _____ $\frac{1}{b^n}$ _____ 1 .
5. 求证:
 - (1) 如果 $a > b, e > f, c > 0$, 求证: $f-ac < e-bc$;
 - (2) 如果 $a > b > 0$, 那么 $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$;
 - (3) 如果 $a > b > 0, c > d > 0$, 那么: $\sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}$.
6. 设 a, b 是实数, 比较 a^4+b^4 与 a^3b+ab^3 的大小.

B 组

1. 设 $0 < 2a < 1$, $A = 1 - a^2$, $B = 1 + a^2$, $C = \frac{1}{1-a}$, $D = \frac{1}{1+a}$, 试确定 A, B, C, D 的大小关系.

2. 如果 $30 < x < 42$, $16 < y < 24$, 求 $x+y$, $x-2y$ 及 $\frac{x}{y}$ 的取值范围.

3. 设 $a > 0, b < 0$, 且

$$\frac{1}{2}(a+b) > \sqrt{|ab|} \quad \text{①}$$

(1) 在①式中令 $\frac{b}{a} = x$, 试把①式变为关于 x 的不等式;

(2) 比较 x 与 -1 的大小;

(3) 求满足①式的 $\frac{b}{a}$ 的取值范围.

4. 设 $a > 0$, $P = \sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2}} - \sqrt{2}$, $Q = a + \frac{1}{a} - 2$, 试比较 P 与 Q 的大小.

6.2 算术平均数与几何平均数

A 组

1. 求证: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$.

2. 已知 a, b 都是正数, 且 $a \neq b$, 求证: $\frac{2ab}{a+b} < \sqrt{ab}$.

3. 已知 a, b 都是正数, 求证:

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

当且仅当 $a = b$ 时等号成立.

4. 已知 $x > 0$, 求证 $2 - 3x - \frac{4}{x}$ 的最大值是 $2 - 4\sqrt{3}$.

5. 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 求证 $\tan \theta + \cot \theta$ 的最小值是 2.

6. 设 $0 < x < 2$, 求函数 $f(x) = \sqrt{3x(8-3x)}$ 的最大值, 并求相应的 x 值.

7. 求证: 在直径为 d 的圆的内接矩形中面积最大的是正方形, 它的面积等于 $\frac{1}{2}d^2$.

B 组

1. 求证: $\lg 9 \cdot \lg 11 < 1$.

2. 求证: $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$. (其中 $x \in \mathbf{R}$).

3. 当 $a \geq 2$ 时, 求证 $\log_a(a-1) \cdot \log_a(a+1) < 1$.

4. 下列各式能否用“平均不等式”去求它的最大值? 试求之.

$$(1) y = 3x \cdot (5 - 3x) \quad (0 < x < \frac{5}{3})$$

$$(2) y = x(8 - 3x) \quad (0 < x < 2)$$

5. 直角三角形的斜边为定长 c , 求这个直角三角形面积的最大值, 并指出取得最大值的条件.

6.3 不等式的证明

A 组

1. 求证:

$$(1) a^2 + b^2 + 5 \geqslant 2(2a - b);$$

$$(2) a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geqslant ab + bc + cd + da.$$

2. 已知 $a \neq b$, 求证: $a^4 + 6a^2b^2 + b^4 > 4ab(a^2 + b^2)$.

3. 如果 a, b 都是正数, 且 $a \neq b$, 求证: $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

4. 求证: (1) $\sqrt{3} + \sqrt{5} < 4$; (2) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} > \sqrt{5} - 2$.

5. 已知 $a \geqslant 3$, 求证: $\sqrt{a} - \sqrt{a-1} < \sqrt{a-2} - \sqrt{a-3}$.

6. 已知 a, b 是不相等的两个正数, 求证: $(a+b)^2(a^2-ab+b^2) > (a^2+b^2)^2$.

B 组

1. 已知 a, b 都是正数, $x, y \in \mathbf{R}$ 且 $a+b=1$, 求证:

$$ax^2 + by^2 \geqslant (ax + by)^2.$$

2. 求证: $f(x) = x^3 + 2x$ 是增函数.

3. 求证: $f(x) = -x^3 + 1$ 是减函数.

4. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长是 a, b, c , 且 m 为正数, 求证: $\frac{a}{a+m} + \frac{b}{b+m} > \frac{c}{c+m}$.

6.4 不等式的解法

A 组

1. 选择题:

(1) 使不等式 $\sec \theta = \frac{2x^2 + 3x - 7}{x^2 + x + 1}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 成立的 x 的取值范围是().

- (A) $x > 2$ (B) $x < -4$
(C) $(1, 2)$ (D) $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$

(2) 已知函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图象如图

6-1 所示, 则不等式 $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ 的解集为().

- (A) $[5, 25]$ (B) $(-5, 25]$
(C) $(5, 25] \cup [-15, -5)$ (D) $(-15, 5) \cup [15, 25]$

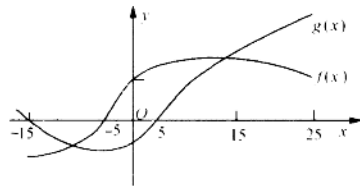


图 6-1

(3) 不等式组

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{3-x}{3+x} > \left| \frac{2-x}{2+x} \right| \end{cases}$$
 的解集是().

- (A) $\{x | 0 < x < 2\}$ (B) $\{x | 0 < x < 2.5\}$
(C) $\{x | 0 < x < \sqrt{6}\}$ (D) $\{x | 0 < x < 3\}$

(4) 不等式 $\sqrt{1-x} - \sqrt{x} \geq \frac{1}{3}$ 的解集是().

- (A) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ (B) $\{x | 0 < x < 1\}$
(C) $\{x | \frac{1}{2} \leq x < 1\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq \frac{3-\sqrt{5}}{6}\}$

(5) 不等式 $\sqrt{x^2 - 2x + 1} > 2x$ 的解集为().

- (A) $\{x | x < -1\}$ (B) $\{x | x < \frac{1}{3}\}$
(C) $\{x | -1 < x < \frac{1}{3}\}$ (D) $\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq 1\}$

(6) 不等式 $\frac{1}{128} < \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 16$ 的整数解的个数为().

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

(7) 已知不等式 $x^2 - 2ax + a > 0$ 对任何实数 x 恒成立, 则不等式 $a^{2x+1} < a^{x^2+2x-3}$ < 1 的解集是().

- (A) $\{x | 1 < x < 2\}$ (B) $\{x | -\frac{1}{2} < x < 2\}$

(C) $\{x \mid -2 < x < 2\}$ (D) $\{x \mid -3 < x < 2\}$

(8) 已知集合 $M = \{x \mid 4^{x^2} < 8^x\}$, $N = \{x \mid \log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 0\}$, 则 $M \cap N =$ ().

(A) $\{x \mid 0 < x < \frac{3}{2}\}$ (B) $\{x \mid \frac{3}{2} < x < 2\}$

(C) $\{x \mid 1 < x < \frac{3}{2}\}$ (D) $\emptyset$

(9) 函数 $y = \sqrt{\frac{\lg(x-2)}{x-3}}$ 的定义域用区间来表示是 ().

(A) $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$ (B) $(2, +\infty)$

(C) $(3, +\infty)$ (D) $(2, 3) \cup (3, +\infty)$

(10) 不等式 $a^x > a^{\frac{1}{x}}$ ($a > 1$) 的解集是 ().

(A) $\{x \mid x > 1\}$ (B) $\{x \mid 0 < x < 1\}$

(C) $\{x \mid -1 < x < 0 \text{ 或 } 1 < x < +\infty\}$

(D) $\{x \mid -1 < x < 0\}$

(11) 不等式 $\lg x^2 < 2$ 的解集是 ().

(A) $\{x \mid 0 < x < 10\}$ (B) $\{x \mid x < 10\}$

(C) $\{x \mid -10 < x < 10\}$ (D) $\{x \mid -10 < x < 10 \text{ 且 } x \neq 0\}$

(12) 已知 $\log_a(a^2 + 1) < \log_a 2a < 0$, 则 a 的取值范围是 ().

(A) $0 < a < 1$ (B) $\frac{1}{2} < a < 1$

(C) $0 < a < \frac{1}{2}$ (D) $a > 0$ 且 $a \neq 1$

2. 填空题:

(1) 不等式 $3x + 7 + \frac{1}{2x+1} \geq x + 1 + \frac{1}{2x+1}$ 的解集是 _____;

(2) 不等式 $\frac{(x-1)^2(2+x)}{(x^2-4)(3-x)} \geq 0$ 的解集是 _____;

(3) 当 $m < -1$ 时, 关于 x 的不等式 $3m + x > 2 - mx$ 的解集是 _____;

(4) 不等式 $(x-1)\sqrt{x+3} \geq 0$ 的解集是 _____;

(5) 不等式 $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} > 1$ 的解集是 _____;

(6) 不等式 $\left| \frac{x-1}{x} \right| > \frac{1-x}{x}$ 的解集是 _____;

(7) 设 $M = \{x \mid 2^{2x^2} < 2^{3x}\}$, $N = \{x \mid 0.2^{2x^2} > 0.2^{3x}\}$ 则 $M \cap N =$ _____;

(8) 不等式 $4^{x(x+2)} - 8 \cdot 32^x > 0$ 的解集是 _____;

(9) 不等式 $\lg x^2 < (\lg x)^2$ 的解集是 _____;

(10) 已知 $a > 1, 0 < b < 1$ 且 $a^{\log_b(2x-1)} > 1$, 则 x 的取值范围是 _____;

(11) 函数 $f(x) = \log_a x$ 在 $[2, +\infty)$ 上恒有 $|f(x)| > 1$, 则 a 的取值范围是 _____;

(12) 若方程 $x^2 - 2x + \lg(2a^2 - a) = 0$ 有一个正根, 一个负根, 则实数 a 的取值范围是 _____.

3. 计算题:

(1) 解下列不等式:

1) $\frac{4x+12}{x-2} < 0;$

2) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-2x-3} \leq 0;$

3) $\frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-4)} \leq 0;$

4) $\frac{3x^2-4x-23}{x^2-9} > 2;$

5) $\frac{2-4x}{x^2-3x+2} \geq x+1;$

6) $\frac{(x-1)^2(x^2-x+1)}{x+2} \geq 0;$

7) $\frac{(a-x)(x-b)}{ax-b} (0 < a^2 < b < a);$

(2) 解下列不等式:

1) $\sqrt{2x-1} < x-2;$

2) $\frac{1}{\sqrt{1-x}} > \frac{2}{2x+1};$

3) $\sqrt{x^2-2x-15} < 2-x;$

4) $\frac{\sqrt{2x+5}}{x+1} < 1;$

5) $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} < \sqrt{x-2} - \sqrt{x-3};$

6) $\sqrt{2x+5} > x+1;$

7) $\sqrt{a(a-x)} > a-2x;$

$$8) \sqrt{a^3 - x^3} < 2x + a \quad (a > 0);$$

(3) 解下列不等式:

$$1) 16^{\frac{\sqrt{x^2-2}}{4}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x};$$

$$2) 9^x - 2 \cdot 3^{x+\frac{1}{2}} - 9 \leq 0;$$

$$3) 2^{2x^2-3|x|+1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2|x|-5};$$

$$4) a^{x^2-4x-8} > a^{12-5x} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1);$$

$$5) \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 2) > \log_{\frac{1}{2}}(2x - 3) - 1;$$

$$6) \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - x - 2) > \log_{\frac{1}{3}}(2x^2 - 7x + 3);$$

$$7) \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x + 8) + 2\sqrt{\log_2(x^2 - 2x + 8)} \geq 12;$$

$$8) \text{ 设 } a > 0 \text{ 且 } a \neq 1, \sqrt{\log_a x - 1} < 3 - \log_a x;$$

$$9) |\lg(1-x)| > |\lg(1+x)|;$$

10) $x^{\log_a x} < a^3 x^2 \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1);$

11) $|\log_a x| < |\log_a(ax^2)| - 2 \quad (0 < a < 1);$

12) $\lg[a^{2x} + (ab)^x - b^{2x} + 1] > 0$
 (a, b 均为大于零且不等于 1 的实数).

B 组

1. 若不等式 $2x - 1 > m(x^2 - 1)$ 对满足 $|m| \leq 2$ 的所有 m 都成立, 求 x 的取值范围.

2. 若不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x \mid m < x < n\}$, ($0 < m < n$) 且 $ac \neq 0$, 求不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集.

3. 若 $0 \leq a < \frac{\pi}{3}$, $\cos a = \frac{x^2 - x + 3}{2x^2 + x + 5}$, 求 x 的取值范围.

4. 解关于 x 的不等式

$$\sqrt{4x^2 + 4mx + m^2} < x - m \quad (m \in \mathbf{R})$$

5. 若不等式 $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$ 的解集为 $(4, b)$, 求 a, b 的值.

6. 已知 $\lg(x^2 + 1) + \lg(y^2 + 4) = \lg 8 + \lg x + \lg y$, 求 x, y 的值.

7. 如果关于 x 的不等式 $\frac{\lg 2ax}{\lg(a+x)} < 1$ 的解集总包含了区间 $(1, 2]$, 求实数 a 的取值范围.

8. 解不等式 $\left| \log_{\frac{1}{3}} x \right| + \left| \log_{\frac{1}{3}} (3-x) \right| \geq 1$.

9. 解不等式 $\log_a \left(1 - \frac{1}{x} \right) > 1$.

10. 设 $A = \{x \mid 3-x \geq \sqrt{x-1}\}$, $B = \{x \mid |x-1| < a\}$, 若 $A \cap B = B$, 求 a 的取值范围.

11. 解不等式:

(1) $\log_x (x^3 + 1) \cdot \log_{(x+1)} x > 2$;

(2) $x^{\log_a x} > \frac{x^{\frac{9}{2}}}{a^{\frac{9}{2}}}$.

12. 已知 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{(x-1)^2 + 1}{1 + 2ax}$,

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求使 $f(x) > 0$ 的所有 x 值.

C 组

1. 对于任何 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $-9 < \frac{3x^2 + px - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ 恒成立, 求实数 p 的取值范围.

2. 解关于 x 的不等式 $\sqrt{2ax - a^2} > 1 - x \quad (a > 0)$.

3. 解关于 x 的不等式 $\log_a(1 - 8a^{-x}) \geq 2 - 2x$.

4. 解关于 x 的不等式 $5^{\frac{a(1-x)}{x-2}+1} < 1$.

5. 解关于 x 的不等式 $a \log_{\frac{1}{3}}^2 x + (a+1) \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{x} + 1 < 0$.

6. 已知 $n \in \mathbf{N}$, 实数 $a > 1$, 解关于 x 的不等式

$$\log_a x - 4 \log_a^2 x + 12 \log_a^3 x + \cdots + n(-2)^{n-1} \cdot \log_a^n x > \frac{1 - (-2)^n}{3} \cdot \log_a(x^2 - a).$$

6.5 含有绝对值符号的不等式

A 组

1. 若 $|a + b| = |a| + |b|$ 成立, $a, b \in \mathbf{R}$, 则有().

- (A) $ab < 0$ (B) $ab > 0$
(C) $ab \geq 0$ (D) 以上都不对

2. 若 $|a - c| < b$, 则下列不等式不成立的是().

- (A) $|a| < |b| + |c|$ (B) $|c| < |a| + |b|$
(C) $b > ||c| - |a||$ (D) $b < |a| - |c|$

3. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$ 且 $a > b > c$, 则有().

- (A) $|a| > |b| > |c|$ (B) $|ab| > |bc|$
(C) $|a + b| > |b + c|$ (D) $|a - c| > |a - b|$

4. 若 $\alpha, \beta \in \mathbf{R}, c \in \mathbf{R}^+$ 求证: $|\alpha + \beta|^2 \leq (1 + c)|\alpha|^2 + (1 + \frac{1}{c})|\beta|^2$.

5. 若 $|a| \leq 1, |b| \leq 1$, 求证: $|ab \pm \sqrt{(1 - a^2)(1 - b^2)}| \leq 1$.

6. 若 $x^2 + y^2 \leq 1$, 求证: $|x^2 + 2xy - y^2| \leq \sqrt{2}$.

7. 已知 $1 \leq |x| \leq 4, 2 \leq |y| \leq 7$, 求 $|x - y|$ 的最大值, 最小值.

8. 已知 $a < b < c$, 求函数 $y = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ 的最小值.

B 组

1. 设 $f(x) = x^2 - x - 13$, $|x - a| < 1$, 求证: $|f(x) - f(a)| < 2(|a| + 1)$.

2. 已知 $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$, 设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a \neq b$, 求证: $|f(a) - f(b)| < |a - b|$.

3. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, α, β 是方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根, 且 $|a| + |b| < 1$, 求证 $|\alpha| < 1$, $|\beta| < 1$.

4. 已知关于 x 的实系数方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有两个实根 α, β ,

证明: ①若 $|\alpha| < 2, |\beta| < 2$, 那么 $2|a| < 4 + b$, 且 $|b| < 4$;

②若 $2|a| < 4 + b$, 且 $|b| < 4$, 那么 $|\alpha| < 2, |\beta| < 2$.

复习参考题六

1. 选择题:

- (1) 已知 $a < 0, a + b > 0$, 则下列不等式中成立的是().
 (A) $ab + a^2 > 0$ (B) $ab - a^2 > 0$
 (C) $ab + b^2 < 0$ (D) $ab - b^2 < 0$
- (2) 设集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}, B = \{x | x - a < 0\}$, 若 $A \subset B$, 则实数 a 的取值范围是().
 (A) $(-\infty, 1]$ (B) $[1, +\infty)$
 (C) $[2, +\infty)$ (D) $(-\infty, 2]$
- (3) 若 $n \lg 0.2 > 0$, 且 $m + n > 0$, 则 $m - n$ 的值().
 (A) 大于零 (B) 等于零
 (C) 小于零 (D) 不确定
- (4) 已知 $p = a + \frac{1}{a-2} (a > 2), q = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} (x > 0)$, 则 p 与 q 的大小关系是().
 (A) $p > q$ (B) $p < q$ (C) $p = q$ (D) 不能确定
- (5) 已知 $f(x) = a^x, g(x) = b^x$, 当 $f(x_1) = g(x_2) = 3$ 时, $x_1 > x_2$, 则 a 与 b 的大小关系不可能成立的是().
 (A) $1 < a < b$ (B) $0 < b < 1 < a$
 (C) $0 < a < b < 1$ (D) $0 < a < 1 < b$
- (6) 设 $f(x) = x^2, a, b$ 为任意实数且 $a \neq b$, 则必有().
 (A) $\frac{f(a) + f(b)}{2} \geq f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ (B) $\frac{f(a) + f(b)}{2} \leq f\left(\frac{a+b}{2}\right)$
 (C) $\frac{f(a) + f(b)}{2} > f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ (D) $\frac{f(a) + f(b)}{2} < f\left(\frac{a+b}{2}\right)$
- (7) 已知 $\log_a(a^2 + 1) < \log_a(2a) < 0$, 则 a 的取值范围是().
 (A) $(0, 1)$ (B) $(\frac{1}{2}, 1)$ (C) $(0, \frac{1}{2})$ (D) $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
- (8) 若不等式 $|x - 3| + |x - 4| < a$ 的解集不是空集, 则实数 a 的取值范围是().
 (A) $a > 1$ (B) $a \geq 1$ (C) $a > 7$ (D) $1 < a < 7$
- (9) 若 $\log_a 3 > \log_b 3 > 0$, 则下列不等式成立的是().
 (A) $a^{-\frac{1}{3}} < b^{-\frac{1}{3}}$ (B) $\left(\frac{1}{3}\right)^{a-b} < 3^{a-b}$
 (C) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-a} < 3^{1-b}$ (D) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-a} > 3^{1-b}$
- (10) $a, b \in \mathbf{R}$, 则使 $|a| + |b| > 1$ 成立的充分不必要条件是().
 (A) $|a + b| \geq 1$ (B) $a \geq \frac{1}{2}$ 且 $b \geq \frac{1}{2}$
 (C) $a \geq 1$ (D) $b < -1$
- (11) 已知 $\lg x \cdot \lg y - \lg(x \cdot y) + 1 > 0$, 且 $\lg(xy) > 2$, 则有().

(A) $0 < x < 10, 0 < y < 10$

(B) $x > 10, 0 < y < 10$

(C) $x > 10, y > 10$

(D) $0 < x < 10, y < 10$

(12) 不等式 $f(x) > 0$ 的解集是 S , 不等式 $g(x) > 0$ 的解集是 P , 则不等式组

$$\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases}$$
 的解集是().

(A) $S \cup P$

(B) $S \cap P$

(C) $\overline{S \cup P}$

(D) $\overline{S \cap P}$

(13) 设 $|x - 2| < a$ 时, 不等式 $|x^2 - 4| < 1$ 成立, 则正数 a 的取值范围为().

(A) $a > \sqrt{5} - 2$

(B) $0 < a \leq \sqrt{5} - 2$

(C) $a \geq \sqrt{5} - 2$

(D) 以上均不正确

(14) 不等式 $(x - 6)\sqrt{\log_2^2 x - 4} \geq 0$ 的解集是().

(A) $\{x | x \geq 6 \text{ 或 } x = \frac{1}{4} \text{ 或 } x = 4\}$

(B) $\{x | x \geq 6\}$

(C) $\{x | x \geq 4 \text{ 或 } 0 < x \leq \frac{1}{4}\}$

(D) $\{x | x \geq 6 \text{ 或 } 0 < x \leq \frac{1}{4}\}$

(15) 设 $f(x) = a + \sqrt{-x^2 - 4x}$ 与 $g(x) = \frac{4}{3}x + 1$, 当 $x \in [-4, 0]$ 时, 恒有 $f(x) \leq g(x)$, 则常数 a 可能取的一个值是().

(A) -5

(B) 5

(C) $-\frac{5}{3}$

(D) $\frac{5}{3}$

2. 填空题:

(1) 不等式 $\frac{1}{4^x - 1} > \frac{1}{2^x - 3}$ 的解集是_____;

(2) 关于 x 的方程 $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}a^2 - 1$ 有解, 则实数 a 的取值范围为_____;

(3) 设一长方体的体积为 1000cm^3 , 则它的表面积的最小值为_____;

(4) 如果 $b > a > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 $\frac{1}{2}, b, 2ab, a^2 + b^2$ 的大小顺序是(由小到大) _____.

3. 解答题:

(1) 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a + b = 1$, 求证: $(a + 2)^2 + (b + 2)^2 \geq \frac{25}{2}$ (用四种方法证明);

(2) 解不等式 $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x - 1} > 3 + \log_2 x$;

(3) 一架直升飞机, 用匀加速从地面向上垂直飞行到 H 的高空, 若匀加速度 a 与每秒耗油量 q 具有关系 $q = ma + n$ (m, n 为正常数). 欲使飞机的耗油量最低, 应选择多大