

高中

立体几何 课外练习

全一册



《高中数学课外练习》编写组 编
北京教育出版社

立体几何课外练习

《立体几何课外练习》编写组 编

北京教育出版社

(京)新登字202号



立体几何课外练习

LITJJIHE KEWAI LIANXI

《立体几何课外练习》编写组 编

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

北京出版社总发行

新华书店北京发行所经销

昌平马池口印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 7印张 160000字

1994年7月第1版 1994年7月第1次印刷

印数 1—18300

ISBN7-5303-0377-5

G.352

定价: 4.10元

出版说明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，我们组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中课外练习。练习包括：语文、外语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习是依据现行的教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，既体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际水平，数学、化学、物理学科的练习题分为 A、B 两组。A 组题为基础题，B 组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

我们初次组织编写高中练习，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

目 录

第一章 直线和平面	(1)
一 平面	(1)
习题一 (A组)	(1)
习题一 (B组)	(4)
二 空间两条直线	(6)
习题二 (A组)	(6)
习题二 (B组)	(8)
三 空间直线和平面	(10)
习题三 (A组)	(10)
习题三 (B组)	(12)
习题四 (A组)	(13)
习题四 (B组)	(15)
习题五 (A组)	(17)
习题五 (B组)	(19)
四 空间两个平面	(20)
习题六 (A组)	(20)
习题六 (B组)	(22)
复习题一 (A组)	(25)
复习题一 (B组)	(33)
第二章 多面体和旋转体	(35)
一 多面体	(35)
习题七 (A组)	(35)
习题七 (B组)	(37)
习题八 (A组)	(40)
习题八 (B组)	(41)
习题九 (A组)	(44)
习题九 (B组)	(45)
二 旋转体	(48)
习题十 (A组)	(48)
习题十 (B组)	(49)
习题十一 (A组)	(52)
习题十一 (B组)	(53)
三 多面体和旋转体的体积	(55)

习题十二 (A组)	(55)
习题十二 (B组)	(57)
习题十三 (A组)	(60)
习题十三 (B组)	(61)
习题十四 (A组)	(63)
习题十四 (B组)	(65)
习题十五 (A组)	(67)
习题十五 (B组)	(69)
复习题二 (A组)	(70)
复习题二 (B组)	(76)
总复习题 (A组)	(78)
总复习题 (B组)	(80)

第一章 直线和平面

一 平 面

习题一 (A组)

1. 根据下列条件判断直线和平面的位置关系:
 - (1) 如果直线上的一段在平面内;
 - (2) 如果直线上的两个点在平面内;
 - (3) 如果直线上仅有一个点在平面内.
2. 如图 1-1 所示, 把一本书的一个角接触桌面, 并使书直立. 说明这个演示中, 书所在的平面和桌面所在的平面有没有公共部分? 公共部分是什么图形?

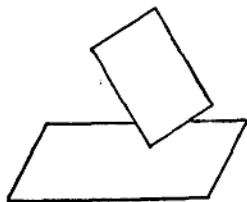


图 1-1

3. 过空间一点和一条直线有没有平面? 有多少个平面?
4. 四个点能确定几个平面? 就各种情况进行讨论, 并把所确定的平面用模型演示出来.
5. 一个正方体模型, 按下列要求画出它的直观图, 分清虚实轮廓线:
 - (1) 能直接看到这个正方体的前面、顶面和右侧面;
 - (2) 能直接看到这个正方体的前面、顶面和左侧面;
 - (3) 能直接看到这个正方体的前面、底面和右侧面;
 - (4) 能直接看到这个正方体的前面、底面和左侧面.
6. 图1-2所表示的是一个薄铁片制作的没有盖的盒子, 盒口是 $ABCD$, 盒底是 $EFGH$. 试画出:

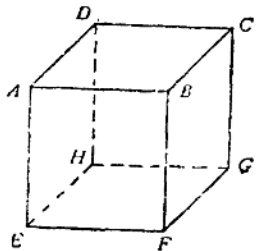


图 1-2

- (1) 盒口向右, 能看到盒口和两个相邻侧面的直观图;
 (2) 盒口向左, 能看到盒口和两个相邻侧面的直观图;
 (3) 盒口向着画图者, 能看到盒口和两个相邻侧面的直观图.

7. 依次作出下列各多边形水平放置的直观图(如图1-3至图1-8);

(1)

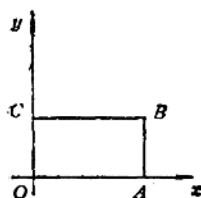


图 1-3

(2)

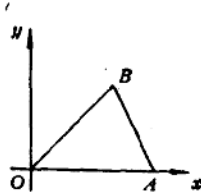


图 1-4

(3)

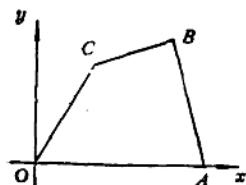


图 1-5

(4)

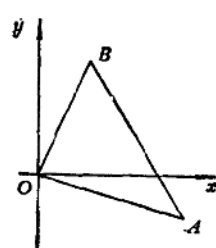


图 1-6

(5)

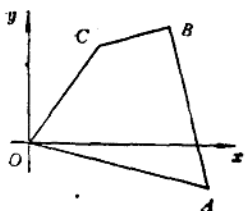


图 1-7

(6)

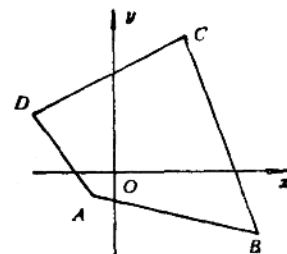


图 1-8

8. 用符号表出图1-9至图1-12中点、直线、平面之间的关系.

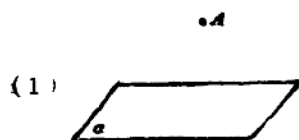


图 1-9

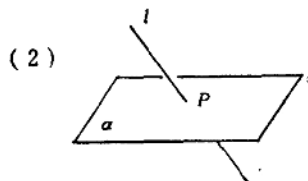


图 1-10

(3)

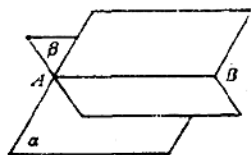


图 1-11

(4)

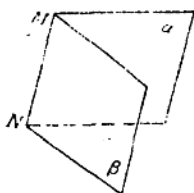


图 1-12

9. 说出下列符号所表示的几何图形的位置关系，并画图说明。

(1) $A \in \alpha, B \in \alpha, MN \subset \alpha$;

(2) $C \in \alpha, D \in \alpha, CD \subset \alpha$;

(3) $AB \subset \beta, AC \cap \beta = A$;

(4) $l \cap \alpha = P, BC \subset \alpha, P \in BC$.

10. 用符号表示下列关系，并作出图形。

(1) 直线 a 在平面 α 外，它们有公共点 A ;

(2) 直线 a 在平面 α 内，但在平面 β 外，直线 b 在平面 α 内，又在平面 β 内。

11. 先画出图 1-13 至图 1-18 各图，再用虚线表示出被平面遮住的线段，并用字母表示各平面。

(1)

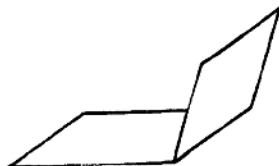


图 1-13

(2)

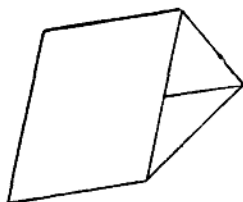


图 1-14

(3)

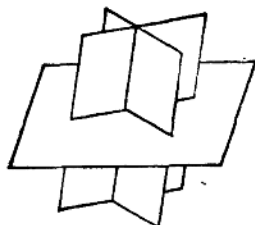


图 1-15

(4)

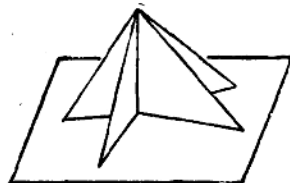


图 1-16

(5)

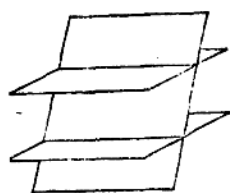


图 1-17

(6)

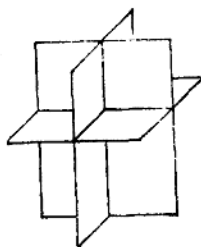


图 1-18

12. 已知四个点不在一个平面内, 证明其中任何三点都不在同一条直线上.
13. 求证: 如果四边形的两条对角线相交于一点, 那么这个四边形一定是平面图形.
14. 已知直线 a 和平面 α 相交于一点 A , 求证经过直线 a 的任何平面一定和平面 α 相交于一条直线.
15. 命题: 菱形的四条边相等. 试回答下列各问:
 - (1) 在平面几何范围内与在立体几何范围内, 这个命题成立不成立?
 - (2) 这个命题的逆命题怎样叙述?
 - (3) 在平面几何范围内与在立体几何范围内, 这个逆命题成立不成立?

习题一 (B组)

1. 如果一条线段在一个平面内, 那么它的中点在不在这个平面内? 如果一条线段的中点在一个平面内, 那么它的两个端点在不在这个平面内?
2. 在空间下列命题是否成立, 成立的在括号内画 $\checkmark$, 不成立的在括号内画 $\times$:
 - (1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形; ()
 - (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形; ()
 - (3) 一组对边平行并且相等的四边形是平行四边形; ()
 - (4) 对角线互相平分的四边形是平行四边形. ()
3. 如图 1-19 中, 正方形 $ABCD$, 对角线相交于 O , MN 、 PQ 为过 O 点分别和正方形一组对边垂直的直线. 试作出正方形水平放置的直观图, 但需
 - (1) 以 MN 、 PQ 分别为 x 轴和 y 轴;
 - (2) 以 AC 、 BD 分别为 x 轴和 y 轴.
4. 空间四个不同的点, 过其中一个点可以确定多少个平面? 过其中两点、三点, 以及过这四个点可以确定多少个平面? 把讨论的结果作出图形来. (有任意多个平面时, 至少要画出三个来).
5. 判断下列命题的正误, 不正确的加以改正,
 - (1) 不同的两条直线确定一个平面;
 - (2) 点 A 在平面 α 外, 点 A 和平面 α 内的任意一条直线都不共面;
 - (3) 平面 α 和平面 β 相交于不同在一条直线上的三个点 A 、 B 、 C ;

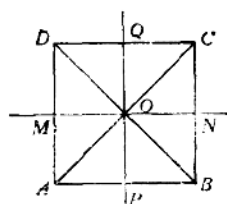


图 1-19

(4) 三条直线两两相交, 则这三条直线共面。

6. 选择题: ① 下列命题中, 正确的是 ()

- (A) 直线 a 、 b 相交于 P , A 是直线 a 的线外一点, 那么点 P 、 A 和直线 a 可确定一个平面, 直线 b 必在这个平面内。
 (B) 平面 α 和 β 有一条公共直线 l 和一个公共点 P , 那么 P 点在直线 l 上。
 (C) 两个平面 α 、 β 相交于 m , 点 $A \in \alpha$, 点 $B \in \beta$, 那么点 A 、 B 和直线 m 可确定一个平面。
 (D) 平面 α 内有两个不同的点 A 、 B , 过 A 、 B 的直线为 l , 那么点 A 、 B 和 l 所确定的平面 β , 和 α 是两个不同的平面。

7. 选择题: 过一个已知点的三条直线可能确定 ()

- (A) 1个平面。 (B) 1个或3个平面。
 (C) 4个平面。 (D) 5个平面。

8. 画出图1-20至图1-22中过 A 、 B 、 C 三点的平面和已知的其他平面的交线。

(1)

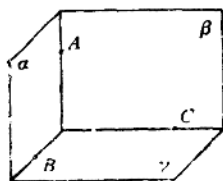


图 1-20

(2)

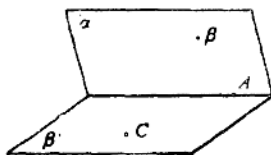


图 1-21

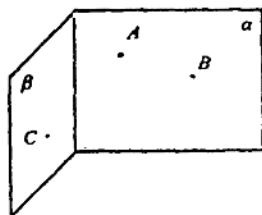


图 1-22

9. 已知: 直线 $a \parallel b$, 直线 c 和 a 、 b 都相交, 直线 d 也和 a 、 b 都相交. 求证: c 、 d 可以确定一个平面。
 10. 证明: 梯形的中位线在梯形所确定的平面内。
 11. 空间六个点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F , 已知 $AB \parallel DE$, $BC \parallel EF$, $CD \parallel AF$, 这六个点共面吗? 若共面说明理由, 若不共面举出反例, 并作图表示。

① 本书中的选择题都有代号为(A)、(B)、(C)、(D)的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 选出这个正确结论, 并把代号填入题目中给出的括号内, 下同, 不另注。

12. 已知：两平面 α 和 β 有两个公共点 A 、 B 。求证： α 和 β 的其他公共点必在直线 AB 上。
13. 如果三条互相平行的直线和一条直线都相交，那么这四条直线必在同一平面内。
14. 求证：两两相交的而不通过一点的四条直线在同一平面内。
15. 如图1-23所示，空间四边形 $ABCD$ ，点 E 、 F 、 G 、 H 分别在 AB 、 BC 、 CD 、 DA 边上，且 E 、 F 、 G 、 H 共面， EH 与 FG 不平行。求证： EH 和 FG 的交点在直线 BD 上。

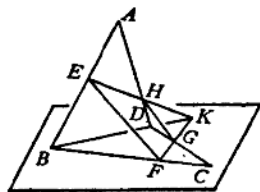


图 1-23

二 空间两条直线

习题二 (A组)

- 下列四个命题中，哪一个指的是异面直线，为什么？其它命题为什么都不是？
 - 在空间不相交的两条直线；
 - 分别在两个不同平面内的两条直线；
 - 某一个平面内的直线和这个平面外的一条直线；
 - 不同在任何一个平面内的两条直线。
- 填空：

两条不同的直线的位置关系有①_____、②_____、③_____三种，它们是根据是不是④_____和是不是⑤_____来区分的。
- 选择题：下列命题中，正确的是（ ）。
 - 一条直线和两条平行直线中的一条直线相交，必与另一条直线也相交。
 - 一条直线和两条平行直线中的一条直线能确定一个平面，必与另一条直线也能确定一个平面。
 - 一条直线和两条平行直线中的任何一条都没有公共点，那么这三条直线互相平行。
 - 一条直线和两条平行直线中的一条直线是异面直线，当与另一条直线没有公共点时，必与另一条直线也是异面直线。
- 下列命题中，正确的在括号内画 $\checkmark$ ，不正确的在括号内画 $\times$ ：
 - 直线 c 同垂直于两条异面直线 a 、 b ，则 c 是 a 、 b 的公垂线， ()
 - 直线 a 上若有两个不同的点到直线 b 的距离相等，则 $a \parallel b$ 。 ()
 - 相异的两条直线 a 、 b 和直线 c 成相同的角，则 $a \parallel b$ ， ()
- 直线 a 和两条异面直线 b 和 c 都相交，且所成的角都是 90° ，画出每两条相交直线所确定的平面，并注上字母。

6. 如图2-1, 两平面 α 、 β 相交于直线 a , 直线 b 在平面 α 内, 和直线 a 相交于 A 点, 直线 c 在平面 β 内, 和直线 a 平行. 求证: 直线 b 和 c 是异面直线.
7. 如图2-2, $\alpha \cap \beta = AB$, $AC \subset \alpha$, $BD \subset \beta$, A 不同于 B . 求证: AC 和 BD 是异面直线.

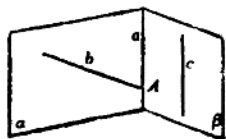


图 2-1

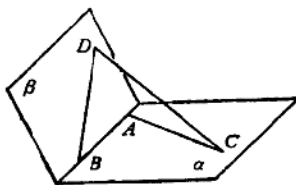


图 2-2

8. 有三条直线, 其中每两条都是异面直线. 试用图形表示出来.
9. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ (如图2-3), 说明下列各组线段所在直线的位置关系:

- (1) B_1C_1 和 DD_1 ;
- (2) A_1C_1 和 BD_1 ;
- (3) A_1C_1 和 A_1B_1 ;
- (4) AA_1 和 BB_1 ;
- (5) AA_1 和 CC_1 ;
- (6) AB 和 D_1C_1 .

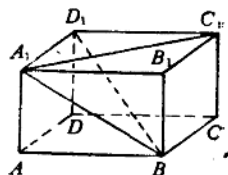


图2-3

10. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 证明:

- (1) $BD \parallel B_1D_1$;
- (2) $\angle ADB = \angle A_1D_1B_1$.

11. 如图2-4, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求下列两直线所成的角的度数:

- (1) A_1A 和 B_1C_1 ;
- (2) A_1C_1 和 AB ;
- (3) A_1C_1 和 BC ;
- (4) A_1C_1 和 BD .

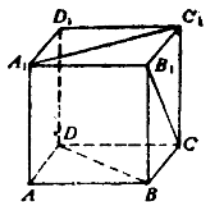


图 2-4

12. 已知直线 $a \parallel b$, c 和 a 、 b 都是异面直线. 求证: c 分别和 a 、 b 所成的角相等.
13. 图2-5为长方体 $ABCD-A'B'C'D'$, 其长 $AB=4\text{cm}$, 宽 $BC=6\text{cm}$, 高 $AA'=5\text{cm}$, 回答下列各问:
- (1) AB 和 CC' 的公垂线是哪条直线?
 - (2) $B'C'$ 和 DD' 的距离是多少厘米?
 - (3) 哪两条异面直线的公垂线是 AB ?
 - (4) 哪两条异面直线的距离是 6cm ?
14. 图2-6为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, E 、 F 、 G 、 H 分别为 AB 、 BB_1 、 A_1D_1 和 D_1C_1 的中点, 试求:
- (1) AA_1 和 GH 所成角的度数;
 - (2) EF 和 C_1C 所成角的度数;

(3) EF 和 GH 所成角的度数。

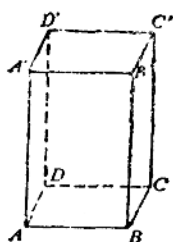


图 2-5

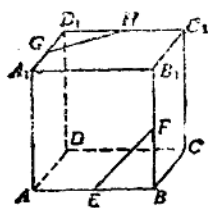


图 2-6

习题二 (B组)

- 判断下列命题是否正确，正确的在括号内画 $\checkmark$ ，不正确的在括号内画 $\times$ ；
 - (1) 垂直于两条异面直线的直线有且只有一条； ()
 - (2) 两线段 AB 、 CD 不在同一平面内，如果 $AC=BD$ ， $AD=BC$ ，则 $AB \perp CD$ ； ()
 - (3) 在正方体中，相邻两侧面的一对异面的对角线所成的角是 60° ； ()
 - (4) 四边形的一边不可能既和它的邻边垂直，又和它的对边垂直。 ()
- 下列的平面几何中的定理，在立体几何中是不是仍然成立，其中不成立的举出反例说明；
 - (1) 垂直于同一直线的两条直线平行；
 - (2) 有两边和它们夹角对应相等的两个三角形全等；
 - (3) 四边相等的四边形是菱形；
 - (4) 有三个角是直角的四边形是矩形；
 - (5) 三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半。
- 选择题：空间三条直线，如果其中一条直线和其它两条直线都相交，那么这三条直线最多能够确定 ()

(A) 一个平面。 (B) 两个平面。
(C) 三个平面。 (D) 四个平面。
- 如图2-7，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，棱长是 a ，试问：
 - (1) 与 BA_1 成异面直线的棱所在的直线？
 - (2) 求 BA_1 和 CC_1 所成角的大小？
 - (3) 求 BC 和 AA_1 两棱的距离？
 - (4) 求两个侧面的对角线 AC 和 BA_1 所成角的大小？
- 空间四边形 $ABCD$ (如图2-8)， E 、 F 、 G 、 H 为各边中点，那么
 - (1) 四边形 $EFGH$ 是什么图形？
 - (2) 当 $AC=BD$ 时，四边形 $EFGH$ 是什么图形？
 - (3) 当 $AC \perp BD$ 时，四边形 $EFGH$ 是什么图形？
 - (4) 当 $AC=BD$ ，且 $AC \perp BD$ 时，四边形 $EFGH$ 是什么图形？

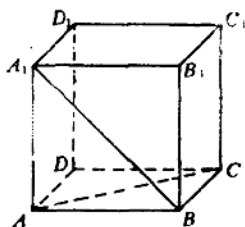


图 2-7

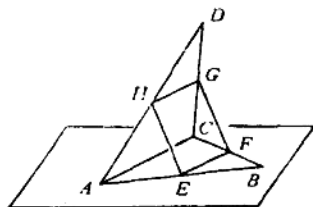


图 2-8

6. 求正方体的两条体对角线所夹角的正弦。
7. 一块木块，形状如图2-9所示，在面 ABB_1A_1 上有一点 D ，在面 BCC_1B_1 上有两点 Q, R ，现要经过 D, Q, R 三点把木块锯成两块。试画出锯路图，并说明根据。
8. 如图2-10，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ， AA_1 上任意一点 E ，过 D_1, C, E 的平面和平面 ADD_1A_1 相交于 D_1E ，延长 D_1E 交 DA 的延长线于 G 。
 - (1) 平面 D_1CE 和平面 $ABCD$ 的交线是不是也通过 G ?
 - (2) 分别作出平面 D_1CE 和平面 CDD_1C_1 、平面 $ABCD$ 、平面 ABB_1A_1 的交线。

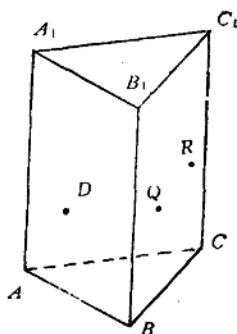


图 2-9

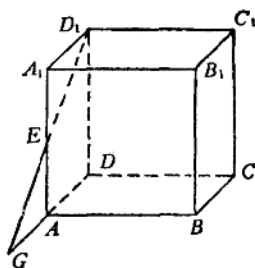


图 2-10

9. 如图2-11，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $CD = \frac{\sqrt{14}}{2}$ ， $DD_1 = \sqrt{5}$ ，求 A_1C 和 B_1D_1 所成的角的大小。
10. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ， $AB = BC = 3\text{cm}$ ， $AA_1 = 4\text{cm}$ ，求异面直线 A_1B 和 AD_1 所成角的大小。（必要时可查三角函数表）
11. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 2\sqrt{14}\text{cm}$ ， $BC = 5\text{cm}$ ， $BB_1 = 12\text{cm}$ ，求长方体对角线 BD_1 和 B_1C 所成的角。
12. 已知两条异面直线 a, b ，和 a, b 外一点 A ，过 A, a 和 A, b 分别作两个平面 α 和 β ， α 和 β 相交于 PQ ，那么直线 a, b 和 PQ 的位置关系怎样？

13. 选择题: 如图 2-12, 长方体 $ABCD-EFGH$, $\angle HAD=45^\circ$, $\angle FAB=60^\circ$, 则 $\angle FAH$ 的余弦为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{6}$.
(C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

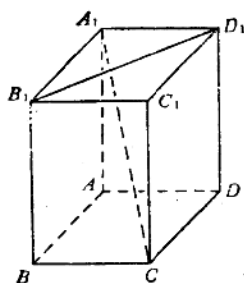


图 2-11

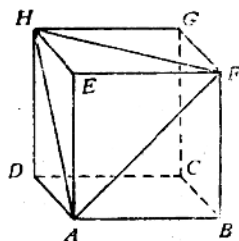


图 2-12

14. 如图 2-13, 已知 a, b, c 是不共面的三条直线, 但它们交于一点 O , 在 a 上任取两点 A, B , 在 b, c 上分别任取一点 C, D , (A, B, C, D 四点都异于 O 点), 求证: AC, BD 为异面直线.
15. 如图 2-14, 空间四边形 $ABCD$, E, F, G 分别是 AB, BC, CD 边的中点, 过 E, F, G 三点的平面和 AD 相交于 H . 求证: H 是 AD 的中点.

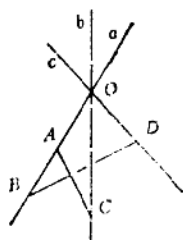


图 2-13

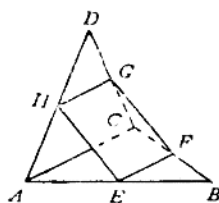


图 2-14

三 空间直线和平面

习题三 (A组)

1. 填空:

一条直线和一个平面的位置关系有①____、②____、③____三种. 它们是根据直线和平面是不是有④____和⑤____的个数来区分的. 当直线和平面⑥____公共点时, 直线和平面

面平行。当直线和平面⑦____公共点时，直线和平面相交。当直线和平面⑧____公共点时，直线在平面内。

2. 记号 $a \subset \alpha$ 和 $a \not\subset \alpha$ 各表示什么？详细说明并画图表示。

3. 说明下列命题是不是成立：

- (1) 一条直线和一个平面内的一条直线平行，一定和这个平面平行；
- (2) 一条直线和一个平面平行，就和这个平面内的所有直线平行；
- (3) 一条直线和一个平面平行，就和这个平面内的无数条直线平行；
- (4) 一条直线和一个平面平行，就和这个平面内的所有直线都没有公共点。

4. 长方体的各面都是矩形，因此上底面矩形的各边都和下底面平行。为什么？

5. 如图3-1，平面 α 外有两条直线 a, b ，如果 $a \parallel b$ ，且 $a \parallel \alpha$ ，那么 $b \parallel \alpha$ 。试证之。

6. 如图3-2， A, B 是平面 α 内的两点， O 是平面 α 外的一点，分别连接 OA, OB ，并延长到 C, D ，使 $AC=OA, BD=OB$ ，连接 CD 。求证： $CD \parallel \alpha$ 。

7. 如图3-3，在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，求证：

- (1) $B'D' \parallel \text{平面} ABCD$ ；
- (2) $AA' \parallel \text{平面} BDD'B'$ 。

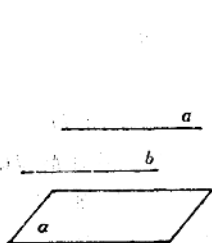


图 3-1

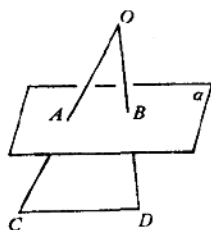


图 3-2

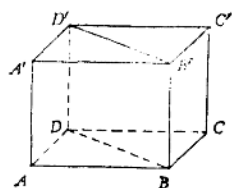


图 3-3

8. 已知三个平面 α, β, γ 相交于同一直线 l ，试画出一条直线 a ，使它和这三个平面 α, β, γ 都平行，并说明理由。

9. 图3-4为空间四边形 $ABCD$ ， P, Q, R, S 是它边上的点。证明：当 $PQ \parallel RS$ 时， $PQ \parallel RS \parallel BD$ 。

10. 如图3-5， $\triangle ABC$ ， D, E 分别是 AB, AC 的中点，过 BC 和 DE 分别作两个平面 α 和 β ， $\alpha \cap \beta = a$ 。求证：

- (1) $DE \parallel a, BC \parallel \beta$ ；
- (2) $DE \parallel a, BC \parallel a$ 。

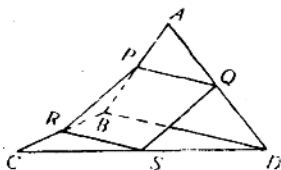


图 3-4

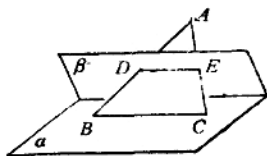


图 3-5