


# 数字电路解题技巧 **50** 法 及题解 **300** 例

龙忠琪 贾立新 编著  
余佩琼 孙惠英

**学生必读**

**教师必备**

**考研必用**

 科学出版社

## 内 容 简 介

本书是一本教学参考书和习题解答范例集锦。全书介绍了 50 种解题技巧和解题方法,并收集和整理了数字电路典型题解 300 例,每种方法都附有一个或多个解题实例,解题过程详尽,方法多变,有利于学生全面系统地掌握所学知识。

本书可作为高等院校电类专业本科生的学习辅导书,也可供考研者使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

数字电路解题技巧 50 法及题解 300 例/龙忠琪等编著. —北京:科学出版社,2002

ISBN 7-03-009779-3

I. 数... II. 龙... III. 数学电路—解题 IV. TN79-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 070139 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2002 年 1 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2002 年 1 月第一次印刷 印张:15 1/4

印数:1—4 000 字数:290 000

定价:20.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(北燕))

## 前 言

俗话说：“光说不练，不是真功夫。”在学术上也是这样，若只会背诵定义、定理，而不会解决实际问题，这种学问也恐难称得上是真学问。就某门课程而言，这个“练”字就是解题、做实验，解决实际问题。经验表明，这是巩固理论知识，检验对知识的理解或掌握的深度，提高创造性思维等不可或缺的重要环节。

本题解根据数字电子技术课程的教学大纲、硕士研究生入学考试的基本要求以及面向素质教育的精神，在多年教学和大量解题的基础上总结提炼出解题技巧50法。本书有以下特点：

1. 在内容选取上，特别注意选取那些重要的、典型的、有代表性的基础性题解，以及有一定深度层次的思考性题解。本书既适合于本科生、专科生、自学人员使用，也适合于有志锻炼自己或进一步深造的考研者们使用。

2. 书中全部采用新的国标图形符号，以适应发展的需要。

3. 为方便读者识图，书末有两个附录，供查阅参考。另外，还收录了部分兄弟院校硕士研究生的入学考试试题及部分模拟试题，供考研者们自检、自查或自我评估。

作者相信，本书能够成为读者朋友学习的助手、自检的标尺、考研愿望成真的阶梯。

作 者

2001年6月于杭州

# 目 录

A 篇 数字电路解题技巧 50 法 .....	(1)
A.1 数制与逻辑代数 .....	(1)
一法 $2^m$ 进制数 $\rightarrow 2^n$ 进制数的快速转换法 .....	(1)
二法 $m$ 进制数 $\rightarrow n$ 进制数的通用转换法 .....	(1)
三法 求取逻辑函数最小项之和形式的三种解法 .....	(2)
四法 求取逻辑函数最大项之积形式的三种解法 .....	(3)
五法 用代数化简法化简任意逻辑函数 .....	(4)
六法 化简 4 变量以上逻辑函数三方法 .....	(4)
七法 化简多输出函数三方法 .....	(6)
八法 逻辑函数的“先取后舍”化简法 .....	(10)
九法 用“圈 1 法”和“圈 0 法”化简卡诺图 .....	(13)
十法 对偶定理的妙用 .....	(13)
十一法 巧用卡诺图进行逻辑运算 .....	(14)
A.2 门电路和组合逻辑电路 .....	(15)
十二法 用小规模集成(SSI)门电路实现组合逻辑函数的六种方案 .....	(15)
十三法 用中规模集成(MSI)芯片实现组合逻辑函数常用的四种方法 .....	(17)
十四法 换码器的通用设计方法 .....	(19)
十五法 巧用 CMOS 传输门 .....	(22)
十六法 巧用异或门 .....	(24)
十七法 活用加法器 .....	(26)
十八法 用“多级”电路设计技术减少门电路的输入端数 .....	(29)
十九法 组合逻辑电路的波形图设计法 .....	(29)
二十法 OC 门外接电阻的选取准则 .....	(30)
二十一法 中规模组合电路芯片(MSI)的字位扩展技术 .....	(31)
二十二法 BiCMOS 电路识图法 .....	(32)
二十三法 巧用卡诺图发现并消除组合电路中的险象 .....	(33)
二十四法 设计组合逻辑电路的关键是正确列出真值表 .....	(33)
二十五法 门电路多余输入端的处理方法 .....	(34)

A.3	触发器和时序逻辑电路	(35)
二十六法	触发器的时序图绘制要领	(35)
二十七法	触发器功能的主要描述方法	(36)
二十八法	移位寄存器的应用及其设计方法	(37)
二十九法	用 MSI 计数芯片设计任意进制计数器四方法	(39)
三十法	用 SSI 芯片设计时序电路的一般步骤及设计举例	(42)
三十一法	用三类器件设计时序电路	(44)
三十二法	时序逻辑电路的自启动设计技术	(45)
三十三法	巧用计数器和移位寄存器芯片的同步置数控制端	(47)
三十四法	串行数据检测器的设计方法	(48)
三十五法	设计串行数据检测器时,状态化简要慎重	(50)
三十六法	时序逻辑电路的一般分析方法	(52)
A.4	脉冲与信号产生电路	(53)
三十七法	单脉冲的产生与整形方法	(53)
三十八法	延迟脉冲的产生方法	(53)
三十九法	群脉冲的产生方法	(54)
四十法	节拍脉冲的产生方法	(55)
四十一法	$m$ 序列信号的产生方法	(58)
四十二法	位序列信号产生三法	(59)
四十三法	字序列信号产生三法	(61)
四十四法	方波信号的产生方法	(62)
A.5	DAC 和 ADC 电路	(64)
四十五法	DAC 芯片的应用	(64)
四十六法	善用 ADC 电路	(65)
A.6	PLD 器件	(67)
四十七法	RAM 和 ROM 的字位扩展方法	(67)
四十八法	用 SSI 和 MSI 芯片设计小型数字系统	(68)
四十九法	用可编程逻辑器件(PLD)设计数字系统	(70)
五十法	用单片机设计数字系统	(74)
<b>B 篇</b>	<b>数字电路题解 300 例</b>	<b>(77)</b>
B.1	数值与编码	(77)
B.2	逻辑代数	(78)
B.3	逻辑门电路	(98)
B.4	组合逻辑电路的组成及其分析设计方法	(108)

---

B.5	常用中大规模组合逻辑电路 .....	(117)
B.6	可编程组合逻辑器件 .....	(138)
B.7	触发器 .....	(146)
B.8	常用 MSI/LSI 时序逻辑电路 .....	(158)
B.9	时序逻辑电路的分析与综合 .....	(164)
B.10	可编程时序逻辑器件(PLD) .....	(190)
B.11	D/A 转换电路 .....	(197)
B.12	A/D 转换电路 .....	(201)
B.13	数字电路 CAD .....	(205)
<b>C 篇</b>	<b>附录</b> .....	(206)
附录 I	常用逻辑单元图形符号 .....	(206)
附录 II	《电气图用图形符号——二进制逻辑单元》(GB4728.12-85)简介 .....	(214)
附录 III	西安电子科技大学 1999 年硕士研究生入学考试试题 .....	(222)
附录 IV	清华大学 1996 年硕士研究生入学考试试题 .....	(226)
附录 V	西安交通大学 1999 年硕士研究生入学考试试题 .....	(228)
附录 VI	浙江工业大学 2000 年硕士研究生入学考试模拟试题 .....	(231)
<b>参考文献</b>	.....	(234)

## A 篇 数字电路解题技巧 50 法

### A.1 数制与逻辑代数

#### 一法 $2^m$ 进制数 $\rightarrow 2^n$ 进制数的快速转换法

$2^m$  进制数(如 2, 4, 8, ... 进制数)可以快速转换成  $2^n$  进制数,  $m, n$  均为正整数, 方法是:

(1) 先将  $2^m$  进制数转换成二进制数;

(2) 再将二进制数转换成  $2^n$  进制数: 以小数点为界分别向左、右两个方向每  $n$  位二进制数为一组(两端的组若位数不够时在两端补 0), 即可从左向右直接读出其等值的  $2^n$  进制数。

例 A.1-1 将十六进制数  $AF.3D_{(16)}$  转换成八进制数。

解

$$AF.3D_{(16)} = \underline{1010} \ \underline{1111} . \underline{0011} \ \underline{1101}_{(2)} \quad (\text{先转换成二进制数})$$

$$A \quad F \quad . \quad 3 \quad D$$

$$= \underline{010} \ \underline{101} \ \underline{111} . \underline{001} \ \underline{111} \ \underline{010}_{(2)}$$

( $8=2^3$ , 故  $n=3$  位一组且两端补 0)

$$= 2 \quad 5 \quad 7 \quad . \quad 1 \quad 7 \quad 2_{(8)}$$

#### 二法 $m$ 进制数 $\rightarrow n$ 进制数的通用转换法

$m$  进制数转换成  $n$  进制数( $m, n$  均为正整数), 可按以下方法进行:

(1) 先将  $m$  进制数转换成十进制数;

(2) 再将十进制数转换成  $n$  进制数: 整数部分除  $n$  求余, 余数倒级联; 小数部分乘  $n$  取整, 整数正级联。

例 A.1-2 将七进制数  $18.6_{(7)}$  转换成等值的十一进制数。

解 ① 将七进制数  $18.6_{(7)}$  转换成十进制数:

$$18.6_{(7)} = 1 \times 7^1 + 8 \times 7^0 + 6 \times 7^{-1} \approx 15.857_{(10)}$$

② 将十进制数  $15.857_{(10)}$  中的整数部分“15”转换成十一进制数: 除 11 求余, 至商为 0, 余数倒级联, 如下示意图所示。





$$\begin{aligned}
&= A(1 \cdot B + \overline{C}\overline{D}) + \overline{A}(0 \cdot B + \overline{C}\overline{D}) && \text{(对 A 展开)} \\
&= AB + A\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{C}\overline{D} \\
&= B(A \cdot 1 + A\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{C}\overline{D}) + \overline{B}(A \cdot 0 + A\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{C}\overline{D}) \\
&= AB + AB\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} && \text{(对 B 展开)} \\
&= C(AB) + \overline{C}(AB) + AB\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} \\
& && \text{(AB 项对 C 展开)} \\
&= ABC + AB\overline{C} + AB\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} \\
&= D(ABC + AB\overline{C}) + \overline{D}(ABC + AB\overline{C}) \\
& \quad + AB\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} && \text{(前二项对 D 展开)} \\
&= ABCD + AB\overline{C}\overline{D} + ABC\overline{D} + AB\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} \\
&= \sum m(0, 4, 8, 12, 13, 14, 15)
\end{aligned}$$

#### 四法 求取逻辑函数最大项之积形式的三种解法

- (1)公式法;
- (2)卡诺图法;
- (3)展开定理法。

相对而言,用卡诺图法更方便一些。

**例 A.1-4** 将逻辑函数  $Y = AB + \overline{C}\overline{D}$  转换成最大项之积的形式。

**解** (1)公式法

由式(A.1-3-1)

$$Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 4, 8, 12, 13, 14, 15)$$

因为

$$Y = \sum_i m_i = \prod_{j \neq i} M_j \quad (\text{A.1-4-1})$$

所以

$$Y(A, B, C, D) = \prod M(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11) \quad (\text{A.1-4-2})$$

即

$$\begin{aligned}
Y &= (A + B + C + \overline{D}) \cdot (A + B + \overline{C} + D) \cdot (A + B + \overline{C} + \overline{D}) \\
& \quad \cdot (A + \overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + D) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \\
& \quad \cdot (\overline{A} + B + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}) \\
& && (\text{A.1-4-3})
\end{aligned}$$

(2)卡诺图法

如果已知函数的卡诺图,即可由卡诺图中为 0 的那些小方格直接写出式(A.1-4-2)或(A.1-4-3),不再赘述。

(3)展开定理法

根据展开定理

$$F(A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n) = [A_i + F(A_1, A_2, \dots, 0, \dots, A_n)] \cdot [\bar{A}_i + F(A_1, A_2, \dots, 1, \dots, A_n)] \quad (\text{A.1-4-4})$$

即可得式(A.1-4-2)或(A.1-4-3)。

### 五法 用代数化简法化简任意逻辑函数

综合利用基本公式和以下几个常用公式即可化简任意逻辑函数：

- (1)  $A + AB = A$ ——含项  $AB$  多余；
- (2)  $A + \bar{A}B = A + B$ ——非因子  $\bar{A}$  多余；
- (3)  $AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$ ——第 3 项  $BC$  多余；
- (4)  $AB + A\bar{B} = A$ ——互补并项；
- (5) 根据式  $A + A = A$  可加重复项，或据式  $A + \bar{A} = 1$  可将某些项乘以  $(A + \bar{A})$  进而在拆为二——配项法。

例 A.1-5 用公式化简法化简逻辑函数

$$F = XZ + \bar{Y}Z + Y\bar{Q} + Z\bar{Q}C + Z\bar{Q}\bar{C} + X(Y + \bar{Z}) + \bar{X}YZ\bar{Q} + X\bar{Y}QC$$

解

$$\begin{aligned} F &= (\underline{Z\bar{Q}C} + \underline{Z\bar{Q}\bar{C}}) + \bar{X}YZ\bar{Q} + XZ + \bar{Y}Z + Y\bar{Q} + X(Y + \bar{Z}) + X\bar{Y}QC && (\text{互补并项}) \\ &= (\underline{Z\bar{Q}} + \underline{\bar{X}YZ\bar{Q}}) + XZ + \bar{Y}Z + Y\bar{Q} + X(Y + \bar{Z}) + X\bar{Y}QC && (\text{含项多余}) \\ &= Z\bar{Q} + XZ + \bar{Y}Z + Y\bar{Q} + X(\overline{Y + \bar{Z}}) + X\bar{Y}QC && (\text{还原律}) \\ &= Z\bar{Q} + XZ + (\underline{\bar{Y}Z}) + Y\bar{Q} + X(\underline{\bar{Y}Z}) + X\bar{Y}QC && (\text{非因子多余}) \\ &= Z\bar{Q} + XZ + (\underline{\bar{Y}Z}) + Y\bar{Q} + X + X\bar{Y}QC && (\text{含项多余}) \\ &= (\underline{Z\bar{Q}} + \underline{\bar{Y}Z} + Y\bar{Q}) + X && (\text{第 3 项多余}) \\ &= \bar{Y}Z + Y\bar{Q} + X \end{aligned}$$

### 六法 化简 4 变量以上逻辑函数三方法

- (1) 对称卡诺图法；
- (2) 重叠卡诺图法；
- (3) 卡诺图和公式联合化简法。

## 例 A.1-6 化简 5 变量逻辑函数

$$Y = \bar{A} \bar{B} \bar{C} D + A \bar{B} \bar{C} D + \bar{B} C D + B \bar{C} D + B \bar{C} \bar{D} + B C \bar{D} \bar{E} + B C \bar{D} E$$

解 (1) 对称卡诺图法

5 变量卡诺图的列坐标按 000→001→011→010→110→111→101→100 顺序排列, 则函数 Y 的卡诺图如图 A.1-6-1 所示。注意, 卡诺图以双线轴上下对称,

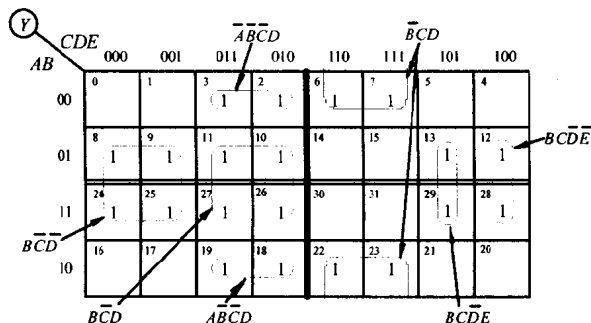


图 A.1-6-1 用 5 变量卡诺图表示例 A.1-6 逻辑函数

并以粗线轴左右对称。所以用这种对称卡诺图化简函数 Y 可如下进行: 方格 8, 9, 11, 10, 24, 25, 27, 26 是八个相邻小方格, 故可画成一个大包围圈, 合并为  $B\bar{C}$ , 如图 A.1-6-2 所示; 方格 3, 2, 6, 7 和 19, 18, 22, 23 是上下左右对称相邻的, 因此可合并为  $\bar{B}D$ ; 方格 8, 9, 24, 25 和 13, 12, 29, 28 是左右对称相邻的, 可合并为  $B\bar{D}$ , 最终得

$$Y = B\bar{C} + \bar{B}D + B\bar{D} \quad (\text{A.1-6-1})$$

(2) 重叠卡诺图法

将 5 变量卡诺图分为左右两部分, 列坐标分别按 000→001→011→010 和 100

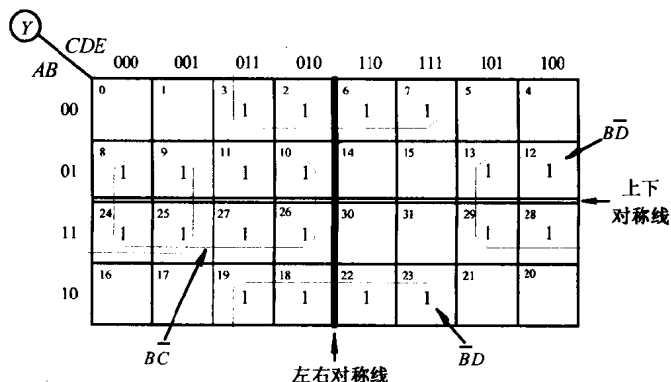


图 A.1-6-2 用对称卡诺图化简 5 变量函数

→101→111→110 顺序排列,函数  $Y$  的卡诺图如图 A.1-6-3 所示。如果将右半部分移到左半部分的上方,就会发现方格 8,9,24,25 和 12,13,28,29 是上下重叠相邻的,如图中两个圆形包围圈所示,故可合并为  $B\bar{D}$ 。方格 3,2 和 19,18 是上下相邻;7,6 和 23,22 上下相邻;而且 3,2,19,18 和 7,6,23,22 同时又是上方下方重叠相邻,故可合并为  $\bar{B}D$ 。方格 8,9,11,10,24,25,27,26 合并为  $B\bar{C}$ 。所以,最终化简结果与式(A.1-6-1)相同。

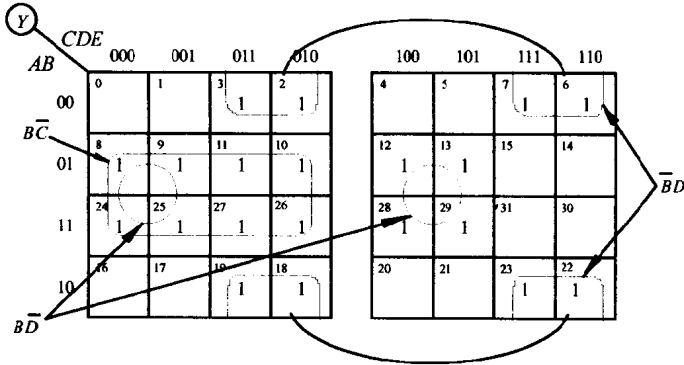


图 A.1-6-3 用重叠卡诺图法化简 5 变量函数

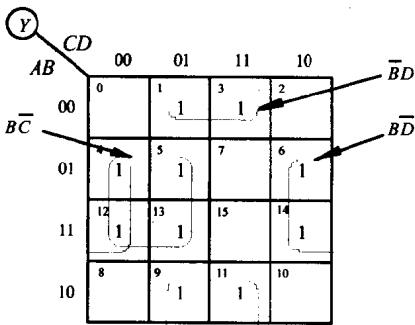


图 A.1-6-4 用公式化简法消去一个变量后再用 4 变量卡诺图化简

### (3)卡诺图和公式联合化简法

有时用公式化简法,消去函数的一个或一些变量后再用卡诺图化简更简便,这就是所谓“联合化简法”。比如本例,通过观察,发现变量  $E$  只包含在函数  $Y$  的最后两项中,并且此两项为逻辑邻项,故可首先用公式化简法,消去变量  $E$ ,从而使函数  $Y$  变为 4 变量函数

$$Y = \bar{A} \bar{B} \bar{C} D + A \bar{B} \bar{C} D + \bar{B} C D + B \bar{C} D + B \bar{C} \bar{D} + B C \bar{D}$$

随后即可用更加简单直观的 4 变量卡诺图

进行化简,如图 A.1-6-4 所示。化简结果与式(A.1-6-1)相同。

## 七法 化简多输出函数三方法

### (1)分别化简法

即对每个输出分别进行化简。一般来说,这种化简法只在少数情况下能获得系统最简。

## (2) 整体化简法

对每个单独输出不一定最简,但对整个系统而言却是最简的。方法是:在卡诺图上画包围圈时,比较各个输出的卡诺图,寻求共享项,共享项越多,重复生成就越少,函数就越简。

## (3) Q-M 化简法

## 例 A.1-7 化简多输出逻辑函数

$$\begin{cases} Y_1(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 5, 7, 8, 10) \\ Y_2(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 7, 8, 10, 11) \\ Y_3(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15) \end{cases}$$

## 解 (1) 分别化简法

分别化简法,就是对函数  $Y_1$ ,  $Y_2$  和  $Y_3$  分别进行化简,不考虑相互之间的关联。用卡诺图分别化简  $Y_1$ ,  $Y_2$  和  $Y_3$ ,如图 A.1-7-1 所示,得

$$\begin{cases} Y_1(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{C}D + \overline{A}BD \\ Y_2(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{D} + \overline{A}BCD + A\overline{B}C \\ Y_3(A, B, C, D) = \overline{A}\overline{B}\overline{D} + BCD + AB + AC \end{cases} \quad (\text{A.1-7-1})$$

可见,实现该函数,需要 10 个与门、3 个或门,共 38 个输入端。

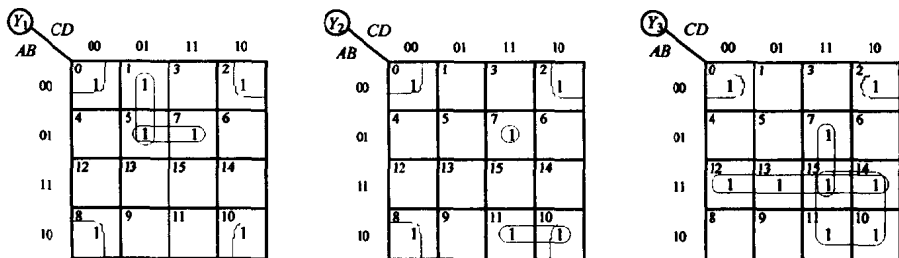


图 A.1-7-1 分别化简  $Y_1$ ,  $Y_2$  和  $Y_3$  时的卡诺图

## (2) 整体化简法——卡诺图对比法

比较  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  各自的卡诺图,寻求共享项,共享项越多函数越简。该例中:

①  $Y_1$  和  $Y_2$  的四个角都是 1,可以分别合并为  $\overline{B}\overline{D}$ ,它们可以共用,而不必重复生成;

②  $Y_2$  中的  $m_7$  小方格是孤立群,是必须生成的,如果  $Y_1$  中的  $m_7$  小方格不同  $m_5$  合并,  $Y_3$  中的  $m_7$  小方格不同  $m_{15}$  合并(如图 A.1-7-2 所示),则  $Y_1$ ,  $Y_3$  即可同  $Y_2$  共用乘积项  $\overline{A}BCD$ ,从而不必重复生成;

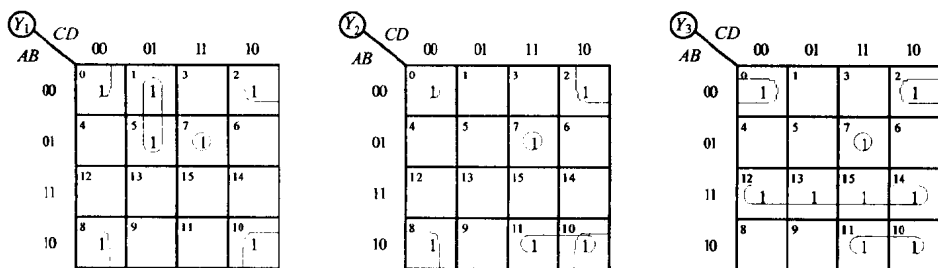


图 A.1-7-2 用卡诺图对比法寻求共享项化简多输出函数

③比较  $Y_2$  和  $Y_3$  的卡诺图,发现  $Y_3$  的  $m_{10}, m_{11}$  可以合并,但不必同  $m_{14}, m_{15}$  进一步合并,从而可同  $Y_2$  共用乘积项  $A\bar{B}\bar{C}$ 。所以整体化简结果为

$$\begin{cases} Y_1(A, B, C, D) = \bar{B}\bar{D} + \bar{A}BCD + \bar{A}\bar{C}D \\ Y_2(A, B, C, D) = \bar{B}\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C} \\ Y_3(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}BCD + AB + A\bar{B}\bar{C} \end{cases} \quad (\text{A.1-7-2})$$

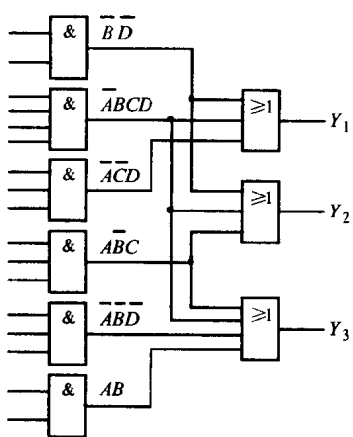


图 A.1-7-3 最简电路实现

电路实现如图A.1-7-3所示。可见,实现同样的多输出函数,用整体化简法可将函数化得更简:只需要 6 个与门、3 个或门,仅 27 个输入端。

### (3) Q-M 化简法

化简步骤如下:

①根据各最小项中 1 的个数分组列表,如表A.1-7-1(a)所示,输出包含最小项的情况用“△”标注。

②在邻组中寻找并合并相邻项,合并结果填入表A.1-7-1(b)的“合并项 ABCD”栏内;并在包含此合并项的输出函数栏内打上“△”标记,参与合并的最小项号填入“合并项号”栏内,

被消去的变量用“-”表示;同时在表A.1-7-1(a)中“合并标记”栏内打上已经被合并之标记“√”;无法合并者用乘积项号  $P_i$  标注,例如,第一轮合并后表A.1-7-1(a)中  $Y_2$  的“ $m_7$ ”无法被合并,记为  $P_1$ 。

③然后在表(c)中进行第二轮合并,方法同上。

④去掉冗余项,求最小覆盖。经过第二轮合并后,有  $P_1 \sim P_{10}$ (共 10 项)无法继续合并,然后用表A.1-7-2选择必要项,即最小覆盖:表中列出了各函数包含

表 A.1-7-1 用 Q-M 法化简多输出函数

(a)

组号	最小项号	代码 ABCD	输出( $\Delta$ —包含)			合并标记		
			$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
0	0	0000	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
1	1	0001	$\Delta$			$\checkmark$		
	2	0010	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
	8	1000	$\Delta$	$\Delta$		$\checkmark$	$\checkmark$	
2	5	0101	$\Delta$			$\checkmark$		
	10	1010	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
	12	1100			$\Delta$			$\checkmark$
3	7	0111	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\checkmark$	$P_1$	$\checkmark$
	11	1011		$\Delta$	$\Delta$		$\checkmark$	$\checkmark$
	13	1101			$\Delta$			$\checkmark$
	14	1110			$\Delta$			$\checkmark$
4	15	1111			$\Delta$			$\checkmark$

(b)

组号	合并项号	合并项 ABCD	输出			合并标记		
			$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
0	0,1	000-	$\Delta$			$P_2$		
	0,2	00-0	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\checkmark$	$\checkmark$	$P_3$
	0,8	-000	$\Delta$	$\Delta$		$\checkmark$	$\checkmark$	
1	1,5	0-01	$\Delta$			$P_4$		
	2,10	-010	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
	8,10	10-0	$\Delta$	$\Delta$		$\checkmark$	$\checkmark$	
2	5,7	01-1	$\Delta$			$P_5$		
	10,11	101-		$\Delta$	$\Delta$		$P_6$	$\checkmark$
	10,14	1-10			$\Delta$			$\checkmark$
	12,13	110-			$\Delta$			$\checkmark$
	12,14	11-0			$\Delta$			$\checkmark$
3	7,15	-111			$\Delta$			$P_7$
	11,15	1-11			$\Delta$			$\checkmark$
	13,15	11-1			$\Delta$			$\checkmark$
	14,15	111-			$\Delta$			$\checkmark$

(c)

组号	合并项号	合并项 ABCD	输出			合并标记		
			$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
0	0,2,8,10	-0-0	$\Delta$	$\Delta$		$P_8$	$P_8$	
2	10,11,14,15	1-1-			$\Delta$			$P_9$
	12,13,14,15	11--			$\Delta$			$P_{10}$

表 A.1-7-2 选择必要项

$P_i$	$m_i$	$Y_1$						$Y_2$					$Y_3$									
		0	1	2	5	7	8	10	0	2	7	8	10	11	0	2	7	10	11	12	13	14
$\checkmark P_1$						$\Delta$				$\Delta$					$\Delta$							
$P_2$		$\Delta$	$\Delta$																			
$\checkmark P_3$		$\Delta$		$\Delta$				$\Delta$	$\Delta$				$\Delta$	$\Delta$								
$\checkmark P_4$			$\Delta$		$\Delta$																	
$P_5$					$\Delta$	$\Delta$																
$\checkmark P_6$												$\Delta$	$\Delta$				$\Delta$	$\Delta$				
$P_7$																$\Delta$						$\Delta$
$\checkmark P_8$		$\Delta$		$\Delta$			$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$										
$P_9$																	$\Delta$	$\Delta$			$\Delta$	$\Delta$
$\checkmark P_{10}$																			$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$	$\Delta$
覆盖		$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$

的最小项,并在  $P_i$  包含的最小项处打上記号“ $\Delta$ ”;首先选取惟一包含某个(些)最小项的  $P_i$  项,并在选中的  $P_i$  项左边打上記号“ $\checkmark$ ”,表示他们已被选为必要项,同时在“覆盖”栏内已被覆盖的最小项下打上記号“ $\checkmark$ ”,以便检查还有哪些最小项尚未被覆盖。比如,选择  $P_1$  (惟一包含  $m_7$ ),  $P_8$  (惟一包含  $m_8, m_{10}$ ),  $P_{10}$  (惟一包含  $m_{12}, m_{13}$ ) 后,只剩下  $Y_1$  的  $m_1, m_5$ ,  $Y_2$  的  $m_{11}$ ,  $Y_3$  的  $m_0, m_2, m_{10}, m_{11}$  未被包括,故选择  $P_3$  和  $P_6$ ,最后选择  $P_4$  即可,所以

$$\begin{cases}
 Y_1(A, B, C, D) = P_8 + P_4 + P_1 = (-0 - 0) + (0 - 01) + 0111 \\
 \qquad \qquad \qquad = \bar{B} \bar{D} + \bar{A} \bar{C} D + \bar{A} B C D \\
 Y_2(A, B, C, D) = P_8 + P_6 + P_1 = (-0 - 0) + (101 -) + 0111 \\
 \qquad \qquad \qquad = \bar{B} \bar{D} + A \bar{B} C + \bar{A} B C D \\
 Y_3(A, B, C, D) = P_{10} + P_6 + P_1 + P_3 = (11 --) + (101 -) + 0111 \\
 \qquad \qquad \qquad + (00 - 0) = AB + A \bar{B} C + \bar{A} B \bar{C} D + \bar{A} \bar{B} \bar{D}
 \end{cases}$$

本例启示:分别化简法简单,但多数情况下不一定能获得真正最简;Q-M 化简法不受变量数目限制,但手工 Q-M 化简法过程繁杂;卡诺图对比法直观、简便,并能获得整体最简。

### 八法 逻辑函数的“先取后舍”化简法

“先取后舍”化简法可将函数化得更简,其要领如下:在卡诺图上画包围圈时,



先将“全 1”格(即  $AB$  格、 $ABC$  格、 $ABCD$  格等)包围在内,然后再将该包围在内的“全 1”格扣除,从而获得“公用反变量”,使非门数大为减少,使函数化得更简,并可实现单轨输入,即只有原变量输入。例如,实现异或函数  $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$ ,一般需要 2 个非门、2 个与门和 1 个或门,共 5 个门,如图 A.1-8-1(a)所示;而用“先取后舍”法却可用 3 个门或 4 个与非门实现,见例 A.1-8-1。

**例 A.1-8-1** 试用 3 个门电路实现异或函数  $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$ 。

**解** 异或函数  $Y = A\bar{B} + \bar{A}B$  已经最简。如果用图 A.1-8-1(b)所示的“先取后舍”化简法:先将方格  $m_3$  包围在内,使函数化简为  $A + B$ ,然后再将  $m_3$  去掉,即

$$Y = (A + B) \cdot \overline{AB} \quad (\text{A.1-8-1})$$

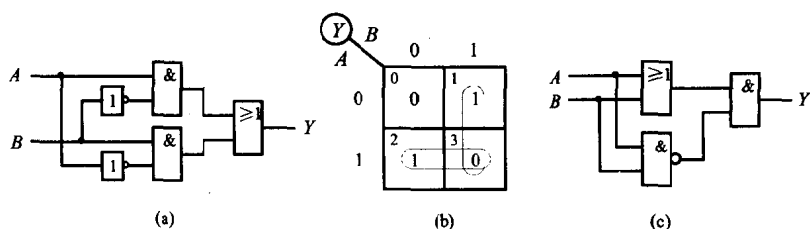


图 A.1-8-1 异或函数的最简实现

(a)一般实现(需用 5 门);(b)用“取舍”法化简函数;(c)最简电路实现(只需 3 门)

实现该函数则只需要 1 个或门、1 个与非门和 1 个与门(共 3 个门),如图 A.1-8-1(c)所示。注意,如果将式(A.1-8-1)变为  $Y = A\overline{AB} + B\overline{AB} = \overline{\overline{A\overline{AB}} \cdot \overline{B\overline{AB}}}$ ,亦可用 4 个与非门实现。

**例 A.1-8-2** 化简单轨输入函数(即只有原变量输入的逻辑函数)

$$Y(A, B, C) = \sum m(1, 3, 5)$$

**解** (1)一般卡诺图化简法

由函数的卡诺图 A.1-8-2(a),得

$$Y(A, B, C) = \overline{AC} + \overline{BC} \quad (\text{A.1-8-2})$$

电路实现如图 A.1-8-2(b)所示,需用 2 个非门、2 个与门、1 个或门,共 5 个门,8 个输入端。

(2)“先取后舍”化简法

在函数卡诺图中,暂且将小方格  $m_7$  看成 1,则可画成一个 4 变量的包围圈,如图 A.1-8-3(a)所示,函数  $Y$  即被化简成为  $C$ ;但实际上,  $m_7 = 0$ ,所以须将  $m_7$  从  $C$  中扣除掉。扣除的方法和概念是:在此包围圈中  $Y = 1$  但  $m_7$  却等于 0,即

$$Y(A, B, C) = C \cdot \overline{m_7} = C \cdot \overline{ABC}$$