

高等学校试用教材

流体力学与叶栅理论

江苏工学院 刘天宝
甘肃工业大学 程兆雪 编

GAO DENG XUE
XIAO JIAO CAI

机械工业出版社

921870

O35
0213

高等学校试用教材

流体力学与叶栅理论

江苏工学院 刘天宝
甘肃工业大学 程兆雪 编



机械工业出版社

本书共分十五章, 主要阐述不可压缩流体运动规律及不可压缩运动流体与固体间的相互作用、不可压缩流体绕机翼和叶栅流动规律及计算。在气体动力学基础一章简要地介绍了可压缩流体运动的基本概念与流动特性。

本书是《水力机械》专业的专业基础教材, 也可供从事水力机械设计与科学研究的工程技术人员参考。

流体力学与叶栅理论

江苏工学院 刘天宝 编
甘肃工业大学 程兆雪

*
责任编辑: 王世刚 责任校对: 丁丽丽
责任印制: 尹德伦 版式设计: 王颖

*
机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)
(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*
开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $24 \frac{3}{4}$ · 字数 605 千字
1990年10月重庆第一版·1990年10月重庆第一次印刷
印数 0,001—1,500 · 定价: 4.90元

*
ISBN 7-111-02319-6/TK·91 (课)

前 言

流体力学及叶栅理论是《水力机械》专业的一门重要的专业基础课程。本书是根据《水力机械》专业指导委员会核准的编写大纲编写的。

针对水力机械设计制造专业的需要,本教材主要阐述不可压缩流体运动的基本规律、不可压缩运动流体与固体间的相互作用规律,以及不可压缩流体绕流机翼和叶栅流动的基础理论与基本解法。最后在气体动力学基础一章,介绍可压缩流体运动的基本概念及流动特性。

各章均选编了一定数量的例题及习题,以训练学生运用基本理论去分析、解决实际问题的能力。通过本教材的学习,为学习专业课作好准备、也为将来从事水力机械的设计制造和科学研究打下必要的理论基础。

本书由江苏工学院刘天宝与甘肃工业大学程兆雪共同编写。书中第五、六、七、十、十一、十五章由程兆雪编写,其余几章则由刘天宝编写。

江苏工学院施卫东同志为本书部分章节绘制了图稿,在此我们表示衷心感谢。

限于编者水平,书中错误与不妥之处,恳切希望读者批评指正。

编 者

1989.12

2-A7-3.54

目 录

第一章 流体及其力学性质	1
第一节 流体及流体力学	1
第二节 流体的连续介质假定	1
第三节 流体的惯性	2
第四节 流体的压缩性及膨胀性	3
第五节 流体的粘性	6
第六节 液体的表面性质	10
第七节 液体的空气分离压力与汽化压力	12
第八节 作用在流体上的力	13
习题一	14
第二章 流体静力学	16
第一节 静止流体中的压力及其特性	16
第二节 静止流体微分方程	18
第三节 液体的绝对静止	21
第四节 绝对静止液体作用在平面壁上的总压力	31
第五节 绝对静止液体作用在曲面壁上的总压力	35
第六节 液体的相对静止	38
习题二	45
第三章 一元流动的理论基础	48
第一节 流体运动的描述方法	48
第二节 关于流动的几个基本概念	52
第三节 流动的分类	56
第四节 一元流的连续性方程	57
第五节 元流的伯努里方程	59
第六节 总流的伯努里方程	64
第七节 总流动量方程及其应用	69
第八节 动量矩方程式	73
习题三	74
第四章 流动阻力及水头损失	77
第一节 流动阻力与水头损失的类型	77
第二节 流动的两型态	78
第三节 圆管中的层流及其沿程损失	81
第四节 圆管中的紊流及其沿程损失	85
第五节 圆管的沿程阻力系数	97
第六节 非圆形管道的沿程水头损失	102
第七节 管路中的局部水头损失	103
第八节 应用举例	107

习题四	110
第五章 管路的水力计算	112
第一节 长管的水力计算	112
第二节 短管的水力计算	114
第三节 复杂管路的水力计算	117
第四节 管路中的水锤	129
习题五	132
第六章 孔口及管嘴出流	136
第一节 孔口出流及其分类	136
第二节 定水头小孔口自由出流	136
第三节 定水头小孔口淹没出流	137
第四节 变水头孔口出流	139
第五节 管嘴出流及其分类	141
第六节 外伸圆柱管嘴出流	142
第七节 其他管嘴出流	145
习题六	146
第七章 相似理论与量纲分析	148
第一节 相似理论	148
第二节 量纲分析	153
习题七	156
第八章 流体运动学和理想流体动力学基础	158
第一节 旋转坐标系中的流动	158
第二节 连续性方程	159
第三节 流体微团的运动分析	161
第四节 有旋流动	166
第五节 无旋流动	168
第六节 理想流体运动微分方程	173
第七节 伯努里积分	176
第八节 拉格朗日积分	180
习题八	182
第九章 旋涡运动的理论基础	183
第一节 旋涡的守恒性	183
第二节 亥姆霍茨(第一)定理	184
第三节 斯托克司定理	185
第四节 理想流体中旋涡的诱导速度	187
第五节 直线涡束与平面涡层的诱导速度	189
第六节 卡门涡街	192
第七节 汤姆逊定理	193
第八节 拉格朗日定理	194
第九节 亥姆霍茨(第二、三)定理	195
第十节 亥姆霍茨涡量方程	196
习题九	197

第十章 理想流体的平面有势流动	200
第一节 平面流动及其流函数	200
第二节 流网	203
第三节 复势与复速度	205
第四节 基本平面势流	206
第五节 势流的叠加	209
第六节 圆柱体绕流	215
第七节 勃拉修斯公式与茹可夫斯基定理	221
第八节 平面势流的保角变换解法	224
第九节 椭圆柱与平板绕流	227
第十节 断裂绕流概述	229
第十一节 平面势流的水电比拟解法	232
习题十	234
第十一章 空间势流	236
第一节 空间势流及其流例	236
第二节 轴对称流动	238
第三节 圆球绕流	241
第四节 旋成体绕流	242
第五节 不定常势流的附加质量	245
习题十一	247
第十二章 粘性流体流动与绕流阻力	248
第一节 粘性流体中的应力及应力形式的运动微分方程	248
第二节 粘性流体中的应力与变形速度的关系	251
第三节 纳维-斯托克司方程	255
第四节 库埃特流与泊肃叶流	257
第五节 低速粘性流体绕小球的运动	259
第六节 边界层概念及勃朗特边界层方程	264
第七节 边界层动量积分关系式	268
第八节 平板边界层计算	272
第九节 边界层的分离	277
第十节 剖面阻力的实验测定	279
第十一节 粘性阻力及其减小的方法	280
习题十二	281
第十三章 机翼理论	283
第一节 概述	283
第二节 翼型绕流的实验结果	286
第三节 介绍几种常用翼型	289
第四节 茹可夫斯基翼型	296
第五节 薄翼型的绕流	303
第六节 有限翼展机翼理论	308
习题十三	316
第十四章 叶栅理论	318

第一节 概论	318
第二节 叶栅特征方程	325
第三节 解直列叶栅绕流的升力法	330
第四节 平面叶栅绕流的保角变换解法	333
第五节 平面叶栅绕流的奇点分布解法	340
第六节 绕叶栅流动的三元计算理论	356
习题十四	368
第十五章 气体动力学基础	369
第一节 基本概念	369
第二节 一元气流的基本方程	370
第三节 音速与马赫(Mach)数	374
第四节 变截面管道中的等熵可压缩流动	377
第五节 管道中之绝热流动	382
习题十五	386
参考文献	387

第一章 流体及其力学性质

本章主要建立流体的概念并讨论几个与其有关的力学性质。

第一节 流体及流体力学

在客观世界中物质存在的形式可以分为两大类：固体与流体。固体为大家所熟知，当它受到切向力的作用时，一般将沿切线方向发生微小变形，而后达到平衡，同时变形停止。这时在沿切线方向的截面上将承受切应力的作用，即是说，处于静止状态的固体，可以承受切应力的作用。而流体（如水、空气等）则只要有切应力（不论这种应力多么微小）出现，它就将连续不断地发生变形，而无法静止。因此流体可以说是在静止状态下不能承受切应力的物质。相对于固体来说，流体具有容易变形并表现为流动的特性。也可以说，流体具有易流动的特性。

流体通常指的是液体和气体两类。但鉴于水机专业的需要，本书中所涉及的流体主要指液体。流体力学是研究流体平衡和运动的规律以及它与固体间的相互作用规律的科学。流体力学既研究流体平衡的条件及其压力分布的规律，也研究流体流动的速度分布和压力分布的规律，同时还研究静止流体与固体间的相互作用规律，以及流体绕过固体或流过固体通道时其与固体间的相互作用与能量损失的规律等。

流体力学在生产技术部门中有着非常广泛的应用，目前已很难找出一个技术部门，它与流体力学不存在着这样或那样的联系了。诸如在航空、航海、石油、化工、水利工程与动力机械等部门中都会遇到流体力学问题，需要用流体力学知识去分析、去解决它们。对水力机械而言，为制造出具有所要求的技术指标和良好水力性能的水泵、水轮机，必须正确地设计叶轮、导叶等的形状。为此，首先又必须了解和掌握流体在其中流动的规律。因此流体力学是水力机械专业的一门主要专业基础课程。

第二节 流体的连续介质假定

流体力学研究的是流体的宏观力学行为，而流体又是由分子组成的，因此处理流体运动的一个很自然的方法是从考虑每个分子的运动出发，经过统计平均得出宏观力学量的变化规律。但由于统计理论还不够完善，尚不能为流体力学提供充分的理论依据，故此法虽然直接、自然，但却难以实现。另外，也由于实际工程上所涉及的水力元件的尺寸远比分子间距大，要求掌握的是大量分子的统计平均宏观行为，而不是个别分子的微观运动规律（如桌上放一杯水，从微观上看，水分子始终在不停地运动；但从宏观的角度看，水则处于静止状态。由工程实用的观点看来，显然只有后者才有意义）。所以人们甩开了流体的离散分子结构，提出了流体的连续介质假定。

连续介质假定认为：流体是连续地、无空隙地充满它所占据的空间的一种介质，在这种连续介质中到处都具有流体的一切属性。

建立在连续介质假定基础上的流体力学，在各工程技术部门中获得了极大的成功，这有力地支持了这个假定。

流体的宏观力学特性，如平均密度、平均压力与速度等，是随下列因素而变化的：(a)所考虑流体块的大小、(b)位置、(c)时间。

就(a)来说，如果流体块大时，由于不均匀性，流体特性是随体积而变化的。让流体块体积变得远小于流动特征体积时，流体特性将趋向一个稳定值（这是由于在流体块体积充分小时，其特性趋于均匀的结果）。若流体块体积继续缩小，小过某一极限体积后，流体特性将产生强烈的、不规则的变化（这是由于流体块体积小至分子运动的尺寸，引起体积内分子数的统计增减所致）。故只在流体小块尺度，远小于流动特征尺度，又远大于分子运动尺度时，流体特性才是稳定的。把流体特性稳定不变时的流体小块，就叫做流体质点，它是考察流体运动的小单元体。

现仅以密度这一流体特性为例，说明其随体积变化的情形。图1-1a表示流体中一点A(x, y, z)处的一个流体小体积 δV ，它包含质量 δm 。让 δV 收缩到A点时， $\rho = \frac{\delta m}{\delta V}$ 随 δV 变化的情况如图1-1b中曲线所示。由曲线看出：当 δV 具有流动特征尺度 δV^1 的量级时， ρ 随 δV 而变化。当 δV 缩小至远小于 δV^1 后， ρ 渐趋于一定值。但存在极限体积 δV^0 ，当 δV 小于 δV^0 时， ρ 值开始猛烈上下摆动，无法确定出一个一定大小的 ρ 值来了。A点处流体密度即可定义为小体积 δV 内的平均密度：

$$\rho = \frac{\delta m}{\delta V} \quad (\delta V^0 \ll \delta V \ll \delta V^1)$$

这个体积 δV 也就是流体质点的体积大小。由于宏观上（与流动特征尺度比较）它很小，可以近似看成几何上没有维度的一个点，在算式的极限过程中常用“0”代表。

采用了这一假定后，在研究流体的宏观运动时，就可以用连续充满整个空间的流体质点的运动问题，来代替大量的离散分子的运动问题了。如果将流体质点的特性看作该时刻流体质点所在空间点上的特性时，则此特性可借场的方法表出。这样一来，密度、压力、速度等这些流体动力特性就都可表示为时间和地点的连续函数了。这使人们可应用数学分析这一强有力的工具来研究流动。因此可以说，连续介质假定是流体力学中第一个带有根本性的假定。

在某些特殊问题中连续介质假定也可以不成立。例如外层大气里，那里的空气稀薄，分子间距达到流动特征尺度的量级，在研究那里的飞行问题时，空气不能再当连续介质处理了。

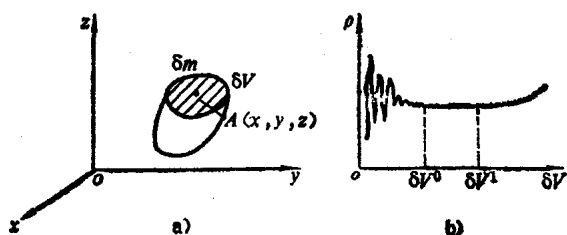


图1-1 流体密度随体积而变化

第三节 流体的惯性

流体象固体一样具有惯性，这一性质（如在物理学中讨论过的那样）是用质量来度量的。

流体作为连续介质是连绵一片的, 在研究它的平衡与运动时, 常取出某一隔离的流体小块作为考察对象, 因此引进密度来表示流体的惯性对今后的讨论是方便的。

流体单位容积中所含流体质量的多少叫作密度。考虑围绕空间某点的流体小体积 δV , 其中所含流体质量为 δm , 当 δV 趋向无穷小时, 比值 $\delta m/\delta V$ 的极限为:

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow 0} \frac{\delta m}{\delta V}$$

ρ 叫作空间该点处的流体密度, 密度的单位为 kg/m^3 。

如果流体是均质的, 则流体密度为:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

式中 m ——流体质量;

V ——流体体积。

显然对均质流体, ρ 在整个流体中为常数, 对非均质流体, 则 ρ 随流体中的位置而变。

流体具有质量, 因而在地球上要受到重力的作用。流体所受重力作用的大小, 常采用重度来表示。

单位容积内流体所受重力作用的大小叫作流体的重度, 用记号 γ (γ 的单位为 N/m^3)表示:

$$\gamma = \lim_{\delta V \rightarrow 0} \frac{\delta G}{\delta V}$$

式中 δV ——流体小体积;

δG ——小体积流体所受的重力。

由于 $\delta G = \delta mg$

将之代入上式即得重度与密度的关系:

$$\gamma = \rho g \quad (1-1)$$

式中 g ——重力加速度。

从式(1-1)容易看出, 对均质流体, γ 在整个流体中为常数, 对非均质流体, 则 γ 随其在流体中位置而变化。

流体的密度与重度, 是随温度与压力而变化的。但对液体, 这个变化一般很小, 可忽略不计。

表1-1列出了在常温、标准大气压下, 几种常见均质流体的密度与重度值。

表1-1 常见流体的密度与重度

流体名称	密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	重 度/($\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$)
蒸 馏 水	1000	9806
海 水	1020~1030	10000~10100
普通汽油	700~750	6860~7350
石 油	880~890	8630~8730
润 滑 油	890~920	8730~9030
酒 精	790~800	7750~7840
水 银	13560	132969
铁 水	7000	68600
空 气	1.22	11.96
水 蒸 汽	0.804	7.88

第四节 流体的压缩性及膨胀性

流体随压力的增加而体积缩小, 随温度的增高而体积胀大的属性, 叫作流体的压缩性及膨胀性。

一、液体的压缩性与膨胀性

(一) 液体的压缩性

液体的压缩性用体积压缩系数来表示。在温度不变，而压力升高一个单位时，液体体积的相对缩小值，即称为液体的体积压缩系数，用 κ (κ 的单位为 Pa^{-1}) 表示：

$$\kappa = \frac{-dV/V}{dp} \quad (1-2)$$

式中 dp ——压力的增值；

V ——液体原来体积；

dV ——液体体积增量，负号将使 κ 取正值。

由式(1-2)可看出，对同样的压力增值 dp ，若液体的 κ 值大，则其体积的相对缩小量 $-dV/V$ 较大，说明该液体较易压缩； κ 值小的液体，其体积的相对缩小量 $-dV/V$ 也较小，说明这种液体较难压缩。应该指出， κ 的值除随液体种类而异外，它还随压力与温度而变化。

工程技术上还常引用液体的体积弹性模量来表示液体压缩性的大小。液体体积弹性模量定义为其体积压缩系数的倒数，用 E (E 的单位为 Pa) 表示：

$$E = \frac{1}{\kappa} \quad (1-3)$$

从式(1-3)知， E 值与液体压缩性大小的关系刚好和 κ 相反，即 E 值大的液体较难压缩， E 值小的液体反较易压缩。显然 E 值也是随液体种类、压力与温度而变化的。表1-2列出了水的 E 随压力与温度的变化情况。

由下表看出，水的 E 值很大，即它的压缩性很小 (0°C 、 $5 \times 0.1\text{MPa}$ 的水，压力每升高 0.1MPa ，其体积约改变万分之零点五)，其他液体情况也是类似。所以通常当压力变化不大时，是不计液体的压缩性的。但当压力改变很大 (如水下爆炸或水击) 时，则必须计及它的压缩性。

【例题1-1】压力表校正器 (图1-2) 中活塞直径 $d=1\text{cm}$ ，手轮的丝杠螺距 $t=2\text{mm}$ ，在 0.1MPa 压力下装入体积 $V=200\text{L}$ 的工作油液，为了造成 200atm 的表压力，试求手轮需要转动的圈数 n 。

假定油液体积压缩系数的平均值可取为

$$\kappa = 0.466 \times 10^{-9} \frac{1}{\text{Pa}}$$

表1-2 水的体积弹性模量 $E/(\text{GPa})$

压力/(0.1MPa)	5	10	20	40	80
温度/ $^\circ\text{C}$					
0	1.85	1.86	1.88	1.91	1.94
5	1.89	1.91	1.93	1.97	2.03
10	1.91	1.93	1.97	2.01	2.08
15	1.93	1.96	1.99	2.05	2.13
20	1.94	1.98	2.02	2.08	2.17

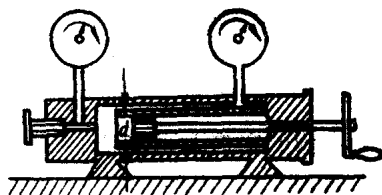


图1-2 压强表校正器

【解】根据题意知 $dp=200 \times 1.013 \times 10^5 \text{Pa} = 202.6 \times 10^5 \text{Pa}$ 由(1-2)式可得油液需要减小的体积为：

$$-dV = \kappa V dp$$

另一方面, 根据手轮螺距及活塞面积可得油液减小的体积为:

$$-dV = \frac{\pi}{4} d^2 t n$$

由此可得手轮转动圈数为:

$$n = \frac{4\kappa V dp}{\pi d^2 t} = \frac{4 \times 0.466 \times 10^{-4} \times 0.2 \times 10^{-3} \times 202.6}{\pi \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-3}} = 12 \quad (\text{答})$$

(二) 液体的膨胀性

液体的膨胀性可用温度膨胀系数表示。当压力不变时, 温度升高一度所引起的液体体积的相对增加值, 称为液体的温度膨胀系数, 用 α (α 的单位为 K^{-1}) 表示:

$$\alpha = \frac{dV/V}{dt} \quad (1-4)$$

式中 dt ——温度的增量;

V ——液体温升前体积;

dV ——温升所引起的体积增量;

dV/V ——温升所引起的体积相对增加值。

α 值对不同液体不一样, 并且它还随压力与温度而变化。水的 α 值随压力、温度变化情况列于表1-3内。

由表1-3看出, 当温度低于 50°C 时, 水的 α 值随压力增加而增大; 当温度高于 50°C 时, α 值却随压力的增加而减小。由表还可看出,

表1-3 水的温度膨胀系数 $\alpha/(10^{-6}K^{-1})$

温度 $^\circ\text{C}$	1~10	10~20	40~50	60~70	90~100
压力/(0.1MPa)					
1	14	150	422	556	719
100	43	165	422	548	704
200	72	183	426	539	—

当一个大气压时, 常温下 ($10\sim 20^\circ\text{C}$) 温升一度, 水的每单位体积只增加万分之一点五。因此, 在工程实用上, 当温度变化不大时, 不考虑它的膨胀性。对其他液体也是如此。

二、气体的压缩性与膨胀性

在一般情况下, 气体的体积受压力和温度变化的影响很显著。它的压缩性与膨胀性可用上述系数法表示, 但也可用方程式更清晰地表示。在通常的压力与温度范围内的气体, 可作完全气体处理 (如 $p < 1\text{MPa}$ 、 $240\text{K} < T < 2000\text{K}$ 的空气)。这时气体的体积、温度和压力, 可用克拉贝隆状态方程表示:

$$pv = RT \quad (1-5)$$

式中 p ——气体的压力;

v ——单位质量气体体积;

R ——气体常数;

T ——气体的热力学温度。

由状态方程 (1-5) 知: 当温度不变时, 气体体积与压力成反比。压力增加一倍, 体积就减小为原来的一半; 当压力不变时, 体积与温度成正比。温度每升高一度, 气体体积就增加 0°C 时体积的 $1/273$ 。

气体体积很容易受温度、压力影响而改变其大小。但当温度和压力变化很小 (如通常流动速度小于 50m/s 的气流) 时, 体积的变化也可忽略不计, 此时气流遵循的规律与液流相同。

流体（包括液体与气体）运动过程中，由于压力、温度等因素的变化而引起流体体积的改变的这个性质，可统称为流体的压缩性。通过以上讨论，可以看出，流体都具有压缩性，但对液体或低速运动之气体，在一般情形下可近似视为不可压缩。这样根据压缩性，可将流体分成可压缩流体和不可压缩流体两大类。在流体力学中，对这两类流体的运动，是用不同的方法处理的。应该强调的是，实际流体都具有或大或小的压缩性，而不可压缩流体只是实际流体在一定条件下的近似模型。

第五节 流体的粘性

一、粘性的实质

设有两块被流体所分开的平行平板，其间距为 h 。其中，上面一块在它自己的平面内以等速 U 向右运动，而下面一块静止不动（图1-3a）。把二板间整个流体看成是由无数无限薄的、平行于平板的流体层所组成，每层厚度记为 Δn ， n 表示平板法线方向。观察表明：毗邻平板的流体层粘附于平板，其速度和平板一样，上层为 U ，下层为零，中间各流体层速度 u 沿法线 n 方向呈线性分布。这说明流体层与层之间存在相对运动。

在各流体层中，任取二相邻的流层（图1-3b），上层运动速度 $u + \Delta u$ 、下层运动速度为 u 。显然上流层在下流层上以相对速度 Δu 滑过。由于流体分子力的作用，速度快的流层对慢的流层产生一个拖力 F ；而速度慢的流层对速度快的流层也有一个反作用力 F ，称为阻力。拖力与阻力这是一对大小相等、方向相反的力，通过二相邻流层的接触表面分别作用在慢层与快层上。因为这一作用过程很类似于发生在固体间的摩擦，且过程又发生在流体内部，故通常把这一对力叫作内摩擦力，它力图阻止流体各部分间的相对运动。

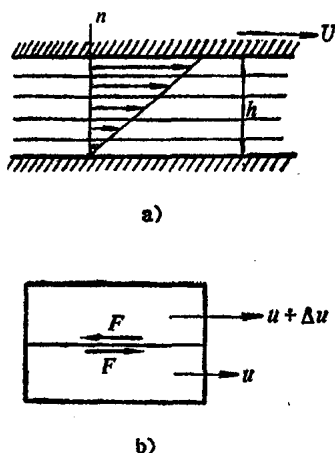


图1-3 平行平板间的粘性流动

可见，当流体各部分之间有相对运动出现时，在相对运动的各部分流体间就会产生内摩擦力，以阻止这种相对运动。流体的这种阻止其各部分之间进行相对运动的特性，就叫作流体的粘性或粘滞性。实际流体或多或少都具有一定粘性。

由上所述可知，凡流体皆有粘性，即在流动流体中会出现阻止流动进行的内摩擦力，为维持流动就必须克服这种摩擦阻力、消耗一部分能量。所以粘性是流体流动时，产生能量损失的根本原因。

二、牛顿粘性公式

流体流动时，出现在流体内相对运动各部分间的内摩擦力 F ，和哪些因素有关、如何计算它的大小，这就是我们在这段里要讨论的问题。

在公元1687年，牛顿第一个为探讨上述问题，做了一个简单而著名的实验。通过实验，建立了内摩擦力 F 的计算公式。

牛顿做的，就是如图1-3a所示的那样一个实验。实验结果表明：内摩擦力 F 和上板的运

动速度 U 成正比, 和邻层的接触面积 A 成正比, 而和两板间的距离 h 成反比, 即

$$F \propto A \frac{U}{h}$$

写成等式则

$$F = \mu A \frac{U}{h} \quad (1-6)$$

式中 μ ——比例系数 (对不同流体其值也不一样), 称为 (动力) 粘度。

式 (1-6) 两边同除以接触面积 A , 则得到出现在流层单位接触面上的内摩擦力——内摩擦切应力 (简称切应力) τ 的算式

$$\tau = \mu \frac{u}{h} \quad (1-7)$$

式中 u/h ——沿流速垂直方向 n 单位长度上的速度增量, 即速度梯度。

在上述情况下, 因流速分布均匀, u/h 可代以更一般的速度梯度表达式 $\frac{du}{dn}$, 故式(1-7) 可写成更普遍的形式:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \quad (1-8)$$

上式叫做牛顿粘性公式, 也称为牛顿内摩擦定律。

一般情况下, 即使流体流动速度并不按线性规律 (均匀) 变化 (如图1-4a所示), 牛顿粘性公式 (1-8) 仍可被推广使用, 只是常写成如下形式:

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dn} \quad (1-9)$$

式中正负号, 是为了能使 τ 永取正值而置。 $\frac{du}{dn}$ 为正时, 取“+”号; $\frac{du}{dn}$ 为负时, 取“-”号。

牛顿粘性公式是流体力学中的一条重要的基本关系式, 也把它叫做流体力学的本构方程式。由式看出, 对同一种流体 (μ 一定), 当速度梯度大时, 切应力 (从而摩擦阻力) 就大, 则能量损失也大; 当速度梯度小时, 切应力就小, 则能量损失也小。

牛顿粘性公式还可表示成另外一种形式——流体微团角变形速度的形式。设在运动流体中取出一正方形流体微元截面, 如图1-4a中的阴影部分 $abcd$ 所示。由于截面上、下边界处速度分别为 $u+du$ 和 u , 经无限小时间间隔后, 原正方形流体微元截面 $abcd$ 变形为平行四边形 $a'b'c'd'$ (图1-4b), 原直角 $\angle abc$ 变成锐角 $\angle a'b'c'$, 减小了一个无限小角度 $d\varphi$, 于是

$$d\varphi \approx \operatorname{tg} d\varphi = \frac{du dt}{dn}$$

则

$$\frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{du}{dn}$$

将上式代入牛顿粘性公式得:

$$\tau = \mu \frac{d\varphi}{dt} \quad (1-10)$$



图1-4 流体微元平面的变形

这就是牛顿粘性公式的又一形式。式 (1-10) 说明切应力与流体微团角变形速度成正比。

三、粘度

牛顿粘性公式中, 比例系数 μ 叫做 (动力) 粘度。由式 (1-9), 对不同流体 $\frac{du}{dn}$ 一样时, μ 大的流体, τ 也大, 因而流动遭遇的阻力大, 流动较困难, 我们就说这种流体的粘性较大。因而 μ 的大小是流体粘性的量度。

以后我们还常用到另一粘度 (运动粘度), 它是 μ 与密度 ρ 的比值, 用 ν 表示,

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

不难看出, μ 的量纲是 $L^{-1}MT^{-1}$, 而 ν 的量纲则为 L^2T^{-1} 。由于在 μ 的量纲中包含了动力学要素, 而在 ν 的量纲中则只包含运动学要素, 为了不致混淆把 μ 叫做动力粘度, 而 ν 叫做运动粘度。

μ 与 ν 的现行单位分别为 $Pa \cdot s$ 与 m^2/s 。但它们的物理学单位 (即 $c \cdot G \cdot s$ 单位) 至今仍在使
用, 现分别列出, 泊 (Poise) $= \frac{dyn \cdot s}{cm^2}$ 、斯 (Stokes) $= \frac{cm^2}{s}$ 。两种单位之换算如下,

$$1 Pa \cdot s = 10 P$$

$$1 \frac{m^2}{s} = 10000 St$$

粘度的值首先依赖于流体性质。对粘性小的流体之粘度, 如 $0.1 MPa$ 压力、 $20^\circ C$ 时的水和空气的动力粘度 μ , 分别为 $1.005 \times 10^{-3} Pa \cdot s$ 、 $18.08 \times 10^{-6} Pa \cdot s$; 运动粘度 ν 分别为 $1.007 \times 10^{-6} m^2/s$ 、 $15 \times 10^{-6} m^2/s$ 。粘性大的流体之粘度值, 如甘油在 $0.1 MPa$ 压力下, 温度 $3^\circ C$ 时, 动力粘度为,

$$\mu = 42.2 \times 10^{-3} Pa \cdot s$$

此值比水的粘度大几十倍。粘度值还显著地依赖于温度, 但很少随压力发生变化。对液体来说, 随温度升高, 粘度值下降; 对气体而言, 随温度升高, 粘度值反而上升。可见粘度值与温度的关系, 对液体与气体说来是截然不同的。在 $0.1 MPa$ 压力下, 水和空气的粘度随温度而变化的关系列于表1-4中。

四、基于粘性的流体分类

(一) 牛顿流体与非牛顿流体

凡流体中出现的切应力与速度梯度服从牛顿粘性公式 (1-8), 即切应力与速度梯度成

表1-4 水与空气的粘度值

温度/℃	水		空气	
	$\mu/(\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-1})$	$\nu/(\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1})$	$\mu/(\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-1})$	$\nu/(\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1})$
0	1.792×10^{-3}	1.792×10^{-6}	0.0172×10^{-3}	13.7×10^{-6}
10	1.308×10^{-3}	1.308×10^{-6}	0.0178×10^{-3}	14.7×10^{-6}
20	1.005×10^{-3}	1.007×10^{-6}	0.0183×10^{-3}	15.7×10^{-6}
30	0.801×10^{-3}	0.804×10^{-6}	0.0187×10^{-3}	16.6×10^{-6}
40	0.656×10^{-3}	0.661×10^{-6}	0.0192×10^{-3}	17.6×10^{-6}
50	0.549×10^{-3}	0.556×10^{-6}	0.0196×10^{-3}	18.6×10^{-6}
60	0.469×10^{-3}	0.477×10^{-6}	0.0201×10^{-3}	19.6×10^{-6}
70	0.406×10^{-3}	0.415×10^{-6}	0.0204×10^{-3}	20.6×10^{-6}
80	0.357×10^{-3}	0.367×10^{-6}	0.0210×10^{-3}	21.7×10^{-6}
90	0.317×10^{-3}	0.328×10^{-6}	0.0216×10^{-3}	22.9×10^{-6}
100	0.284×10^{-3}	0.296×10^{-6}	0.0218×10^{-3}	23.6×10^{-6}

正比的,叫做牛顿流体;否则叫非牛顿流体。最常见的牛顿流体如水、空气等,而非牛顿流体如泥浆、纸浆、油漆、油墨等。牛顿流体与非牛顿流体,它们的切应力与速度梯度关系曲线不同,见图1-5。线A为牛顿流体,B、C、D线则各代表不同类型的非牛顿流体。

本教材中只讨论牛顿流体。讨论非牛顿流体的学科叫流变学。由于工程应用中有大量的非牛顿流体,故流变学的研究越来越受到重视。

(二) 粘性流体与理想流体

实际流体都具有粘性,都是粘性流体。但当流体粘性不大(如水、空气粘性都很小),流动的速度梯度也较小时,则出现在流体中的切应力比起其他力(如惯性力)可忽略不计,也就是说这时的流体是无粘性的,而无粘性的流体称为理想流体。理想流体实际并不存在,在流体力学中引进理想流体概念,是为了简化问题便于分析。先研究相应的理想流体运动,把结果做为进一步研究实际流体运动的基础。这种做法在流体力学中取得很大的成功。

[例1-2] 缸套中之活塞柄上作用着 $F=8.436\text{N}$ (图1-6),缸套内径 $D=12\text{cm}$ 、活塞直径 $d=11.96\text{cm}$ 、活塞长度 $L=14\text{cm}$,缸套间隙中充的是 $\mu=0.065\text{Pa}\cdot\text{s}$ 的油液,求活塞移动的速度 u 为若干?

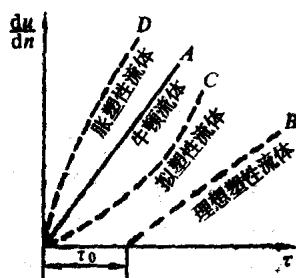


图1-5 牛顿流体和非牛顿流体曲线

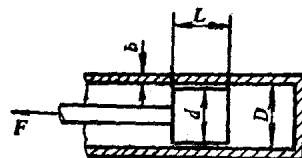


图1-6 缸中活塞的运动

[解] 根据牛顿内摩擦公式可写出

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u}{\delta}$$