职业高级中学教材

数学（第一册）

北京市职业技术教育教材编审委员会编

高等教育出版社

职业高级中学教材

数　　学

（第一册）

北京市职业技术教育教材编审委员会编

高等教育出版社

（京）112号

内 容 提 要

本书是由北京市教育局组织编写的职业高中各专业通用的文化基础课数学教材.

本套教材共三册：第一、二册基本为必修教材，第三册为实用性较强的选学教材.其中第一册分五章：包括集合；函数；三角函数；两角和与差的三角函数、反三角函数；复数等内容.

本套教材既注重基础又具有较大弹性，适用性强；全书充分考虑到各类专业对数学课的不同需要与课时数；注意了本学科各部分知识之间，特别是新旧知识之间的联系，也注意了学生能力培养的渐进性；例题具有典型性、示范性，习题数量合理、题型多样，每章之后安排有小结.

职业高级中学教材
数　学
（第一册）
北京市职业技术教育教材编审委员会编
*
高等教育出版社出版
新华书店总店科技发行所发行
中国科学院印刷厂印装
*
开本 787×1092 1/32　印张12　字数 260 000
1993年7月第1版　1993年7月第1次印刷
印数0001—25 155
ISBN 7-04-004325-4/O·1237
定价3.55元

序

北京市职业高级中学数学课本是根据《国务院关于大力发展职业技术教育的决定》、国家教委《关于制订职业高级中学(三年制)教学计划的意见》、《北京市加强与改进职业高中(学校)教学工作的意见》的精神，依据经过实践并修订的《北京市职业高级中学(三年制)数学教学大纲》，并结合十多年来北京市职业高中数学教学的实际而编写的，是职业高中各专业通用的文化基础课数学教材。

本套教材共三册：第一册的内容有集合；函数；幂函数、指数函数和对数函数；三角函数；复数。第二册的内容有解析几何；数列、极限、数学归纳法；排列、组合、二项式定理；立体几何。第三册的内容有计算器的使用；近似计算；几何作图的应用；线性方程组；微积分初步；概率初步等。

编写过程中着重突出以下特点：一、注重基础性。注意知识的结构和系统，重视数学能力和思想方法的训练，提高职业高中学生的文化素质，以适应今后长期广泛就业、进行技术革新和继续进修的需要。二、增强适用性。对教学内容按三个层次做了安排，以适应不同专业数学教学的需要。三、注意可读性。文字深入浅出，适当增加例题，安排多种题型，注意例题、练习题及习题的相互配合。每章末附有作为“阅读材料”的短文，以扩大学生知识面，激发学生的学习兴趣。四、加强专业性。为了适当配合各专业需要，在调查研究的基础上，选取多数专业实用性较强的数学教材为第三册

的内容，供各有关专业选用。

三年制职业高中的数学课，一般专业（约256课时）应以第一、二册中不带*号的部分为必学内容；技能性较强的专业（约192课时）适当降低教学要求，略去部分章节（积化和差、和差化积、复数的三角形式、数列的极限、数学归纳法、立体几何等）；课时较多，对数学要求较高的专业（约320课时）则应以第一、二册全部内容为必学教材，并从第三册中选取部分内容讲授。四年制职业中专可在此基础上，根据需要再适当补充一些教学内容。

第一册各章所需授课时数（包括复习，不含讲授带*号的内容）大约是：第一章16课时，第二章28课时，第三章32课时，第四章25课时，第五章17课时，共需118课时。

本教材的编写工作由北京市教育局直接组织和领导。刘东（国家教委教材审查委员、特级教师）、贺信淳（北京市东城区教研科研中心、特级教师）同志给予具体指导。由刘东同志负责审定。

本册教材由于锡曜任主编，王爱恕、李庆华任副主编。参加编写工作的还有陈鸿涛、刘永禔、刘学易。

在本册教材的编写过程中，刘志平、吴庆仁、陈淑贤、傅小平、谭斌材、王宏泉、阴有欣、逯新丽、路继增、蔡凤芝等同志提出了宝贵的意见，谨表示衷心的感谢。

由于时间仓促，经验不足，书中难免有疏漏、错误之处，诚恳欢迎批评指正，以便在修订时改正。

编者

1992年12月

目　录

第一章 集　合

本章主要介绍集合的初步知识；包括集合的概念、表示法、集合与集合的关系以及用集合的观点认识实数、方程和不等式的解等内容.

集合的概念是数学中基本而又简单的概念之一. 掌握集合的初步知识，会使我们对初等数学中的一些基本概念理解得更深刻，表达得更明确，对我们更深入地学习数学，准备了必要的条件.

本章的概念、术语及符号较多，在学习中应通过比较来了解它们的区别与联系.

一　集　合

1.1 集合

日常生活中经常听到“集合”一词. 如，班长喊：“集合!”同学们立即跑出教室. 再如，只有集合多种调查材料，才能搞分析统计工作. 以上的“集合”是动词，是“聚”的意思，它反映事物聚集的过程. 数学中的“集合”是名词，它只反映事物聚集的结果. 例如：

火药，指南针，造纸术，印刷术；　(1)

社会主义中国对外开放的所有城市；　(2)

我们班的全体同学；　(3)

2，4，6，8；　(4)

自然数的全体；　(5)

到线段的两个端点距离相等的所有点；　(6)

直角三角形，锐角三角形，钝角三角形。　　(7)

它们分别都是由确定的一些事物、一些人、一些数、一些点、一些图形构成的整体。在数学中，我们把一组能够确定的事物看成一个整体，就称这个整体是由这组事物全体构成的**集合**，简称**集**。其中，构成集合的每一个事物都叫做这个集合的**元素**。

上例(4)，是由小于10的正偶数全体构成的集合，其中2，4，6，8都是这个集合的元素，且只有这四个元素。在上例(6)所构成的集合中，到线段两端点距离相等的每个点都是这个集合的元素，且这样的点有无数个。

含有限个元素的集合叫做**有限集**；含无限多个元素的集合叫做**无限集**。

一个集合，通常可以用大写字母A、B、C、…表示，集合的元素用小写字母a、b、c、x、y、z、…表示❶。

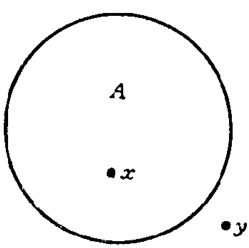

图 1-1

如果a是集合A的元素，就说a**属于**集合A，记作

$$a \in A.$$

如果a不是集合A的元素，就说a**不属于**集合A，记作

$$a \notin A.$$

我们还可以用一个圆（或一条封闭曲线）❷把所给的元素圈起来，表示一个集合，如图1-1所示。其中，$x \in A$，

❶ 所用字母均为拉丁字母。

❷ 用图形表示集合是数学家欧拉(L. Euler, 1707～1783) 创用的，后来英国逻辑学家文恩（J. Venn, 1834～1923）在欧拉图的基础上进行改进，因此这种图形叫做文恩图（也叫文氏图）。

$y \notin A$.

集合中的元素有以下两个特征：

（1）确定性。对于一个给定的集合，这个集合中的元素是能够确定的。也就是说，对于任何一个事物，可以判断它是或者不是给定集合的元素（两种情况必有且只有一种成立）。

（2）互异性．对于一个给定的集合，这个集合中的元素是互不相同的．也就是说，在一个集合中不能重复出现同一个元素．

我们也可以根据这两个特征判断所给的一组事物是否可以构成集合．

例1 下列各题中所给的每组事物是否构成集合．

（1）小于10的自然数；

（2）较大的有理数；

（3）方程$x^2+2x+1=0$的所有实数根；

（4）不等式$x^2<0$的解．

解：（1）可以构成集合．因为任意一个自然数是否小于10是可以确定的．

（2）不能构成集合．因为无法判断多大的有理数才算作较大的有理数．

（3）可以构成集合．-1是方程的二重根，只能看成是由一个元素“-1”构成的集合．

（4）可以构成集合．因为这个不等式无解，也就是说，可以判断任何实数都不属于这个集合．

我们把这种不含任何元素的集合叫做**空集**，用符号$\varnothing$表示．

数的集合简称为**数集**，常用的数集可以表示如下：

全体自然数的集合简称为**自然数集**，用N表示；

全体整数的集合简称为**整数集**，用Z表示；

全体有理数的集合简称为**有理数集**，用Q表示；

全体实数的集合简称为**实数集**，用R表示。

例2 判断给定的元素 3，-5，$\frac{1}{2}$，0，π 分别属于N，Z，Q，R中的哪些集合？

解：$3\in N$，$3\in Z$，$3\in Q$，$3\in R$；

$-5\in Z$，$-5\in Q$，$-5\in R$；

$\frac{1}{2}\in Q$，$\frac{1}{2}\in R$；

$0\in Z$，$0\in Q$，$0\in R$；

$\pi\in R$。

练习

1.（口答）下面集合中各有哪些元素？

（1）大于 3 小于11的偶数构成的集合；

（2）平方后等于 1 的数构成的集合；

（3）绝对值小于 3 的整数构成的集合；

（4）到直角坐标系两坐标轴距离相等的点的集合；

（5）按角大小分类的三角形构成的集合.

2.（口答）下列各题所给的每组事物是否构成集合？

（1）西单商场里的漂亮的时装；

（2）$-\frac{1}{2}$，0，$\frac{1}{2}$；

（3）平方后小于零的实数；

（4）大小接近于零的有理数；

（5）到一个定点的距离等于定长的所有的点；

（6）首都北京的所有的立交桥。

3. 用符号$\in$或$\notin$填空：

0 ____ N，3.14 ____ N，-1 ____ N，$\frac{1}{3}$ ____ N，$\sqrt{2}$ ____ N；

0 ____ Z，3.14 ____ Z，-1 ____ Z，$\frac{1}{3}$ ____ Z，$\sqrt{2}$ ____ Z；

0 ____ Q，3.14 ____ Q，-1 ____ Q，$\frac{1}{3}$ ____ Q，$\sqrt{2}$ ____ Q；

0 ____ R，3.14 ____ R，-1 ____ R，$\frac{1}{3}$ ____ R，$\sqrt{2}$ ____ R.

1.2 集合的表示法

对于一个给定的集合，还可以用{ }的形式表示，这样的表示方法有两种，分别叫做列举法和描述法。

将某集合的元素一一列举出来，全部写进{ }内来表示集合的方法，叫做**列举法**。

用列举法表示集合时，{ }内不能重复出现同一个元素，元素之间要用逗号分开，一般情况下不必考虑元素之间的顺序。

例如，平方后等于1的数的集合可以表示为$\{-1, 1\}$或$\{1, -1\}$.方程$x-2=0$的根的集合可表示为$\{2\}$；我们把只由一个元素构成的集合叫做**单元集**。

空集$\varnothing$也可以用{ }表示（{ }中无任何元素）。

将某集合的元素所具有的共同性质或满足的共同条件加以描述，写进{ }内表示集合的方法，叫做**描述法**。具体形式为$\{x|x$的共有属性$\}$。其中，竖线左边的x叫做该集合的代表元素，竖线右边常用数学表达式表示。

在用语言描述元素的共同属性时，也可以省略竖线和代表元素。如{小于10的自然数}。在表示点的集合时，因为平面上的点通常要用坐标形式表示，所以代表元素相应地要用

有序实数对(x, y)来表示。

例如，由满足$-1<x<2$的整数x构成的集合可表示为$\{x|-1<x<2, x\in Z\}$.由直角坐标系第一象限的角平分线的所有点构成的集合可表示为$\{(x, y)|x=y$, 且$x>0, y>0\}$。由方程$x^2-5x+6=0$的根构成的集合可表示为$\{x|x^2-5x+6=0\}$,自然数集N也可以表示为$\{x|x\in N\}$或{自然数}.

用列举法表示无限集时，不可能把元素全写出来，只能采取先写出部分元素，后面加省略号"…"来表示. 但要注意写出的元素应具有规律，便于推想出后面的元素. 这样写，不意味元素必须有序。

例如，自然数集N用列举法可表示为$\{1,2,3,4,\cdots\}$. 集合$\{x|x=n^2$, 且$n\in N\}$可表示为$\{1,4,9,16,\cdots\}$。集合{100以内的自然数}可以表示为$\{1,2,3,\cdots,99\}$.

用描述法表示集合时，不能把自然数集表示成$\{N\}$、{自然数集}、{全体自然数}等. 因为用{ }已经表示集合了，如果在{ }内再出现集合N，那么N只能被看作一个元素，$\{N\}$就是由元素N构成的单元集.

例1 分别用列举法和描述法表示下列集合：

（1）正偶数的集合；

（2）方程组

$$\begin{cases} y=x^2, \\ 3x+y=4 \end{cases}$$的解集.

解：（1）正偶数的集合用列举法可表示为

$$\{2, 4, 6, 8, \cdots\},$$

用描述法可表示为

$$\{x|x=2n, \text{且} n\in N\};$$

（2）解方程组

$$\begin{cases} y=x^2, \\ 3x+y=4. \end{cases} \quad 得\begin{cases} x=1, \\ y=1; \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4, \\ y=16. \end{cases}$$

用列举法表示方程的解集为$\{(1, 1), (-4, 16)\}$；

用描述法表示方程的解集为

$$\left\{(x, y) \middle| \begin{cases} y=x^2 \\ 3x+y=4 \end{cases}\right\}.$$

例2 写出集合$\{x|2x^2-5x+2=0, x\in Z\}$的全部元素.

解：方程$2x^2-5x+2=0$的根为2，$\frac{1}{2}$；而题目中限定只取方程的整数根，所以集合$\{x|2x^2-5x+2=0, x\in Z\}$只含元素2.

例3 用描述法表示到直角坐标系两坐标轴距离相等的所有点的集合.

解：所给集合用描述法可表示为

$$\{(x, y) \mid |x|=|y|, x, y\in R\}$$

或 {到直角坐标系两坐标轴距离相等的点}.

练习

1. 用适当方法表示下列每组事物构成的集合：

（1）二十五届奥运会上的田赛项目；

（2）2, 4, 8, 16, 32, …

（3）不等式$x-2>0$的解集.

2. 指出下列集合中的元素：

（1）$\{x|x^2-x-2=0\}$；

（2）$\{x|x^2-x-2=0, x\in N\}$；

（3）{平方后小于64的偶数}.

3. 用描述法表示下列集合：

（1）负实数集；

（2）$\{1,3,5,7,9\}$；

（3）$\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \cdots\right\}$；

（4）函数$y=x^2-1$的图象与x轴的交点构成的集合。

1.3 集合与集合的关系

现在我们来研究两个集合的关系。

如果我们班由共青团员构成的集合和由全体同学构成的集合可分别表示为

$$A=\{\text{班里的团员}\},$$

$$B=\{\text{班里的同学}\}.（图1-2）$$

那么，集合A中的每个元素都是集合B的元素。如果全班同学都加入了团组织，那么集合A的元素就和集合B的元素完全相同了。这时，集合A的每个元素仍都是集合B的元素，同时集合B中的每个元素也都是集合A的元素。

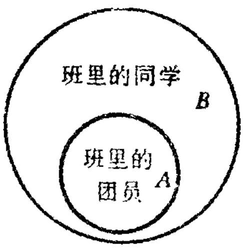

图 1-2

对于两个集合A和B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫做集合B的**子集**，记作

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A,$$

读作“A包含于B”或“B包含A”。

若A不是B的子集，可记作$A\nsubseteq B$或$B\nsupseteq A$，读作“A不包含于B”或“B不包含A”。

A是B的子集应包括图1-3所示的两种情况：

如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于

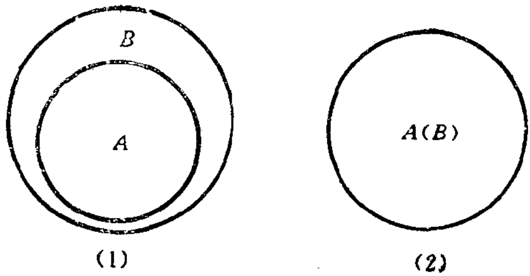

图 1-3

A，那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作。

$$A \subset B \quad 或 \quad B \supset A.$$

若 A 不是 B 的真子集，可记作 $A \not\subset B$ 或 $B \not\supset A$。

A 是 B 的真子集，如图1-3(1)所示。

对于两个集合 A 与 B，如果有 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$ 我们就说这两个**集合相等**，记作

$$A = B,$$

读作"A 等于 B"。

集合 $A = B$ 如图1-3(2)所示。

因为任何一个集合的所有元素都属于它本身，所以由子集的概念可以知道，任何一个集合都是它本身的子集.因此有

$$A \subseteq A.$$

由真子集的概念容易知道，任何一个集合都不会有元素不属于它本身。即任何一个集合都不是它本身的真子集，因此有 $A \not\subset A$。

我们规定空集是任何集合的子集，也就是说，对于任何集合 A，有 $\varnothing \subseteq A$(包括 $\varnothing \subseteq \varnothing$)。

根据真子集的概念可以知道，空集只能是任何非空集合的真子集，因此 $\varnothing \not\subset \varnothing$。

例1 写出集合$\{-1,0,1\}$的所有子集，并指出它的真子集的个数。

解： 集合$\{-1,0,1\}$的子集有$\{-1\}$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{-1,0\}$，$\{0,1\}$，$\{-1,1\}$，$\{-1,0,1\}$和$\varnothing$；其中真子集有7个。

例2 设$A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|x-1=0\}$，

$C=\{x|x-2=0\}$.

指出这些集合间是否存在包含或相等的关系。

解：

$$
\begin{aligned}
A&=\{x|x^2-3x+2=0\}\\
&=\{x|(x-1)(x-2)=0\}\\
&=\{1,2\},\\
B&=\{x|x-1=0\}=\{1\},\\
C&=\{x|x-2=0\}=\{2\}.
\end{aligned}
$$

有$A\supset B$，$A\supset C$。

B与C之间不存在包含或相等关系。

练习

1. 用$\supset$符号表示数集N、Z、Q、R的关系.
2. 用元素与集合，集合与集合的关系符号填空：

（1）a__$\{a,b\}$；（2）$\{a\}$__$\{a,b\}$；

（3）$\varnothing$__$\{a,b\}$；（4）$\{a,b\}$__$\{b,a\}$；

（5）$\{0\}$__$\varnothing$；（6）$\varnothing$__$\varnothing$；

（7）A__A；（8）0__$\varnothing$。

3. 写出下列各题中两个集合之间的关系：

（1）$A=\{2,\ 3\}$，$B=\{1,2,3\}$；

（2）$A=\{x|x^2+x-6=0\}$，$B=\{2,-3\}$；

（3）$A=\{x|x^2-6x+9=0\}$，$B=\{x|x-3=0\}$；

（4）$A=\{$平面上坐标满足$|x|=|y|$的点$\}$，

$B=\{$一次函数$y=x$图象上的点$\}$。