

938964

赵守忠 周建民 编



控制理论设计 计算实例及题选

中国科学技术大学出版社

控制理论设计计算实例及题选

赵守忠 周建民 编

中国科学技术大学出版社

1990·合肥

控制理论设计计算实例及题选

赵守忠 周建民 编

责任编辑：黄 德 封面设计：鲁开疆

※

中国科学技术大学出版社出版

(安徽省合肥市金寨路 96 号)

中国科学技术大学印刷厂印刷

安徽省新华书店发行

※

开本：850×1168/32 印张：10.125 字数：261千

1990年11月第1版 1990年11月第1次印刷

印数：1—4000册

ISBN7-312-00199-8/TP·18 定价：4.80元

前 言

尽管控制理论是一门实用性较强的学科，但是，除了那些造诣颇深和经验丰富的专家能够在实际工程中娴熟地运用设计技巧之外，对于许多经验尚不很多的自动化技术人员来说，实际应用并不是一件得心应手的事；而对于初学者，理论和实用之间往往横隔着一条鸿沟。究其原因有二：第一是实际问题的复杂性、特殊性，设计者要写出调节对象的传递函数或者写出能真实描写对象过程的 A, B, C 矩阵，恐怕要比系统设计技巧的运用还要困难得多；第二是初学者在孜孜不倦地学习理论的同时，往往会忽略解决实际问题能力的锻炼和培养。

作者将本书奉献给读者，就是希望能在为读者解决理论与实际应用的桥梁问题方面有些帮助。本书中的许多例子是有真实的工程背景的，诸如控制理论在电力、化工、航天、航海、电子、机械等各个工业领域中的实际应用。在这些实例中，对调节对象以及系统的描述是详细、具体的，设计、分析步骤是完善的。对于从事实际自动化技术的工作者来说，可作为借鉴和先例；对于初学者来说，则可检验自己掌握基本理论和方法的熟练程度，锻炼思维方法和提高自己解决实际问题的能力。

本书共分为四章。第一章涉及到线性系统的基本理论；第二章涉及到非线性系统的基本理论和基本方法。这两章概括了经典控制理论的内容，所列举的例子中有不少是国外不久前公布的——这些成果增加了经典控制论实际应用的新内容。第三章涉及到最基本的状态空间理论，所举的例子也同样是注意到实际应用的；第四章涉及到离散系统的基本概念和基本知识。这两章的内容对于读者进一步学习更精深的现代控制理论知识、从事计算机

过程控制是十分重要的。在每一章中，都首先提纲挈领地叙述了理论上的脉络和线索，然后再分门别类地列举出许多例子。几乎每一个例子都代表一种类型的问题，总起来就概括了上述的全部内容。此外，本书在附录中收集了一部份习题和中国科技大学自动控制专业研究生入学试题，这些内容在本书中起到了补充和佐助性的作用。

由于水平有限，错讹之处在所难免，望读者指正。

本书的初稿承蒙白方周教授审阅并提出许多十分宝贵的意见，在此谨致谢意。

作 者

1990年2月于合肥

符号表

$\dot{x}$	$\frac{dx}{dt}$
$ V $	V 的模
$\angle V$	V 的相位角
$\text{Arg}V$	V 的相位角
$\text{Re}(x)$	复变量 x 的实部
$I_{\text{m}}(x)$	复变量 x 的虚部
j	虚数单位 ($j^2 = -1$)
s	拉普拉斯变量
$\mathcal{L}$	拉普拉斯变换: $\mathcal{L}(x(t)) = X(s)$
$\mathcal{L}^{-1}$	拉普拉斯逆变换: $\mathcal{L}^{-1}(X(s)) = x(t)$
db	分贝 (20lg)
$[x(\tau)]_b^a$	$(x(a) - x(b))$
$x \in [a, b]$	$a \leq x \leq b$
$\text{Sign}x$	若 $x > 0$, 则为 + 1 若 $x < 0$, 则为 - 1
$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \cdots + a_n$
$\mathbf{z}$	列矩阵 (列向量)
$\mathbf{z}^T, \mathbf{z}'$	行矩阵 (行向量)
A^T, A'	矩阵 A 的转置
$\mathbf{I}$	单位矩阵
$\det(A)$	矩阵 A 的行列式
$ A $	矩阵 A 的行列式
z	Z 变换算子
$Z\{x(k+1)\}$	$x(t)$ 离散化的 Z 变换
$Z\{x^*(t)\}$	同上
$Z^{-1}\{x(z)\}$	$x(z)$ 的逆变换

内 容 简 介

概括地介绍了经典和现代控制理论中的线性系统、非线性系统、状态空间和离散系统的数学描述,分析和设计方法,并列举了大量的实例,对于读者掌握这门理论,进而和工程实际相结合具有启发的作用。

本书取材新颖,覆盖面宽,有真实的工程背景,可供自动控制专业的大学生、研究生和从事自动控制系统分析、设计的科研工作者和工程技术人员参考。

目 录

前 言	(i)
符号表	(iii)
第一章 线性系统	(1)
1.1 线性调节系统概要	(1)
1.1.1 单变量线性系统	(1)
1.1.1.1 传递函数	(1)
1.1.1.2 线性系统的稳定性	(1)
1.1.1.3 线性系统对正弦信号激励的响应	(2)
1.1.1.4 一阶系统	(2)
1.1.1.5 二阶系统	(3)
1.1.2 开环和闭环系统	(4)
1.1.2.1 开环与闭环频率响应	(5)
1.1.2.2 极点分布	(5)
1.1.3 调节系统的稳定性	(6)
1.1.3.1 奈魁斯特判据	(6)
1.1.3.2 逆奈魁斯特判据	(7)
1.1.4 调节系统的精确度和校正	(7)
1.1.4.1 精确度	(7)
1.1.4.2 调节系统的校正	(7)
1.2 线性调节系统应用实例	(8)
1.2.1 简单系统的微分方程、传递函数、方框图	(8)
1.2.1.1 无穷网络	(8)
1.2.1.2 多液罐系统	(9)

1.2.1.3	气动调节器	(12)
1.2.1.4	液压伺服系统	(14)
1.2.1.5	位置伺服系统	(16)
1.2.1.6	飞机接近于水平方向的飞行研究	(18)
1.2.1.7	滤波器网络	(23)
1.2.1.8	方框图、拉普拉斯变换	(28)
1.2.2	开环与闭环系统——增益调整和根轨迹	(34)
1.2.2.1	增益调整——I	(34)
1.2.2.2	增益调整——II	(36)
1.2.2.3	液压导航系统	(38)
1.2.2.4	根轨迹	(41)
1.2.2.5	液位调节的研究	(48)
1.2.3	调节系统的稳定性	(52)
1.2.3.1	单位反馈调节系统的稳定性	(52)
1.2.3.2	劳斯判据和奈魁斯特判据	(57)
1.2.3.3	飞机自动导航问题的研究	(67)
1.2.3.4	溶液冷凝调节系统	(76)
1.2.3.5	轮船导航伺服系统	(78)
1.2.3.6	飞机仰角伺服系统	(79)
1.2.4	伺服系统的精度和校正	(82)
1.2.4.1	伺服系统的精度——I	(82)
1.2.4.2	伺服系统的精度——II	(86)
1.2.4.3	转速伺服系统的研究	(88)
1.2.4.4	伺服系统的精度和增益调整	(94)
1.2.4.5	混合器	(95)
1.2.4.6	伺服系统的相位超前和滞后校正	(98)
1.2.4.7	空间运载工具自动导航的研究	(102)
第二章	非线性系统	(108)
2.1	非线性伺服系统概要	(108)

2.1.1	谐波平衡法	(108)
2.1.1.1	原理	(108)
2.1.1.2	临界轨迹	(108)
2.1.1.3	稳定性	(108)
2.1.2	相平面法	(109)
2.1.2.1	原理	(109)
2.1.2.2	在相平面上绘相轨迹	(110)
2.1.2.3	分段线性的非线性系统	(110)
2.2	非线性伺服系统题解	(111)
2.2.1	谐波平衡法	(111)
2.2.1.1	等效增益和极限周期振荡	(111)
2.2.1.2	继电器型非线性系统	(116)
2.2.1.3	磁滞阈值型非线性伺服系统	(118)
2.2.1.4	气动膜片式调节器	(123)
2.2.1.5	阈值型非线性系统	(126)
2.2.1.6	具有非线性增益放大器的闭环系统	(130)
2.2.2	相平面法	(134)
2.2.2.1	等倾线法	(134)
2.2.2.2	继电器型位置伺服系统	(138)
2.2.2.3	有摩擦的角位置伺服系统	(142)
2.2.2.4	相平面法举例	(147)
2.2.3	非线性系统的校正	(149)
2.2.3.1	飞机自动导航	(149)
2.2.3.2	非线性相位超前校正方法的研究	(158)
第三章	状态空间理论	(163)
3.1	状态空间概要	(163)
3.1.1	状态描述	(163)
3.1.1.1	原理	(163)
3.1.1.2	实数单极点	(163)

3.1.1.3	实数量极点	(164)
3.1.1.4	复数极点	(165)
3.1.1.5	多变量情形	(165)
3.1.2	系统响应的状态表达式	(166)
3.1.2.1	自由系统	(166)
3.1.2.2	有约束系统	(167)
3.1.3	能观性与能控性	(167)
3.1.3.1	能观性	(167)
3.1.3.2	能控性	(167)
3.1.4	稳定性	(168)
3.1.4.1	系统 $\dot{x} = f(x, t)$ 的李雅普诺夫意义下的稳定性	(168)
3.1.4.2	$\dot{x} = Ax$ 的李雅普诺夫意义下的稳定性	(169)
3.1.4.3	特征值稳定性理论	(169)
3.1.5	控制规律的求解	(169)
3.1.5.1	目标函数的计算	(169)
3.1.5.2	控制规律的求解	(170)
3.2	状态空间理论题解	(171)
3.2.1	状态方程	(171)
3.2.1.1	重极点传递函数	(171)
3.2.1.2	多变量过程	(173)
3.2.1.3	电气系统	(175)
3.2.1.4	发电机-电动机组	(176)
3.2.1.5	把状态方程转化为传递函数	(180)
3.2.2	状态变换	(181)
3.2.2.1	状态矩阵的对角化	(181)
3.2.2.2	状态方程的化简	(183)
3.2.2.3	多重特征值	(186)

3.2.2.4	复数特征值	(189)
3.2.3	能观性—能控性	(192)
3.2.3.1	单变量过程	(192)
3.2.3.2	观测器	(194)
3.2.4	由状态方程形式描写的系统 A 的响应	(197)
3.2.4.1	求解转移矩阵	(197)
3.2.4.2	零初始条件的阶跃响应	(199)
3.2.4.3	非零初始条件的阶跃响应	(201)
3.2.4.4	复数特征值	(202)
3.2.4.5	用模态法直接计算	(205)
3.2.5	李雅普诺夫方法	(208)
3.2.5.1	稳定性	(208)
3.2.5.2	闭环系统的稳定性	(209)
3.2.5.3	控制规律的计算	(210)
3.2.5.4	马达伺服系统	(212)
第四章	采样控制系统	(218)
4.1	采样控制系统概要	(218)
4.1.1	采样数据控制系统的基本原理	(218)
4.1.2	Z 变换和脉冲传递函数	(218)
4.1.2.1	采样过程的数学描述	(218)
4.1.2.2	采样定理	(221)
4.1.2.3	保持器	(221)
4.1.2.4	Z 变换的方法和性质	(222)
4.1.2.5	脉冲传递函数	(224)
4.1.3	采样控制系统的分析	(224)
4.1.3.1	闭环脉冲传递函数	(224)
4.1.3.2	频率特性	(225)
4.1.3.3	稳态误差	(225)
4.1.3.4	稳定性	(226)

4.1.3.5 动态响应·····	(228)
4.1.4 采样控制系统的设计·····	(230)
4.2 采样数据控制系统题解·····	(232)
4.2.1 求脉冲传递函数·····	(232)
4.2.1.1 由连续时间系统传递函数求离散系统 脉冲传递函数·····	(232)
4.2.1.2 串联环节的脉冲传递函数·····	(234)
4.2.1.3 闭环离散时间系统的脉冲传递函数·····	(235)
4.2.2 求离散时间系统的瞬态响应·····	(237)
4.2.3 稳定性分析·····	(239)
4.2.4 离散时间系统的稳态偏差·····	(245)
4.2.5 离散时间系统的校正和设计·····	(247)
附录 A 练习题 ·····	(253)
附录 B 中国科学技术大学近几年研究生入学试题选 ·····	(276)
附录 C 解题示例 ·····	(300)
参考资料 ·····	(310)

第一章 线性系统

1.1 线性调节系统概要

1.1.1 单变量线性系统

1.1.1.1 传递函数

单变量定常线性系统输出量 $y(t)$ 和输入量 $u(s)$ 之间的关系可用下述形式的常系数微分方程来描述, a_i 和 b_i 为方程的系数:

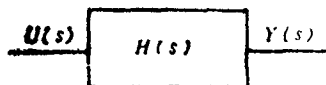
$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ = b_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t). \end{aligned}$$

在 0 初始条件下, 对两边进行拉普拉斯变换, 可得到传递函数:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \cdots + b_1 S + b_0}{a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \cdots + a_1 S + a_0} = H(s).$$

该传递函数可用方框图的形式表达, 如图 1.1.1 所示.

对于复杂的方框图可以进行等效变换, 以得到简化的“等效方框图”.



1.1.1.2 线性系统的稳定性

图 1.1.1 传递函数方框图

不管初始条件如何, 当 $u(t)$ 为 0 且时间 t 趋于无穷大时, 若

输出 $y(t)$ 的极限为 0, 则称系统是稳定的。由此, 依据系统的传递函数可得出以下结论: 如果 $H(s)$ 的所有极点皆有负实部, 则系统是稳定的。

1.1.1.3 线性系统对正弦信号激励的响应

当 $u(t) = U_1 \sin \omega t$ 时, 若系统是稳定的, 并且稳态为:

$$y(t) = Y_1 \sin(\omega t + \phi).$$

则有: $\frac{Y_1}{U_1} = |H(j\omega)|$, $\phi = \text{Arg}[H(j\omega)] = \angle H(j\omega)$, $\frac{Y_1}{U_1}$ 称

为系统的幅值增益, ϕ 称之为相位。

在使用中, 采用三种图线法表达增益和相位:

——在复平面上, 画出 ω 从 0 变化到正无穷的 $H(j\omega)$ 曲线 (奈氏图)。

——伯德图表示法: 画出两条曲线即幅频特性和相频特性 (ω 轴线采用对数分度坐标)。

——尼柯尔斯图表示法: 在垂直方向以分贝表示增益, 水平方向表示相位角度。当 ω 从 0 变化到正无穷时就画出了尼柯尔斯图。

1.1.1.4 一阶系统

一阶系统的传递函数可写为:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = H(s) = \frac{k}{1 + sT},$$

式中, k 为稳态增益, T 为时间常数。

一阶系统的脉冲响应 $h(t)$ 是 $H(s)$ 的原函数

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{1 + Ts}\right] = \frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}}.$$

对于单位幅度阶跃输入的响应称之为“阶跃响应”。

对单位阶跃输入 $u(t)$, $\mathcal{L}[u(t)] = \frac{1}{s}$, 因此 $Y(s) = \frac{k}{1 + Ts}$

$$\cdot \frac{1}{s}, y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

$y(t)$ 从 0 变化到终值的 95% 所需要的时间称为“响应时间” t_R , $t_R \approx 3T$; $y(t)$ 从 10% 上升到 90% 所需的时间为“上升时间” t_m , $t_m = 2.2T$.

频率响应:

$$\frac{Y_1}{U_1} = |H(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1+T^2\omega^2}},$$

$$\phi = -\text{Arctg } \omega T.$$

可以得出: 奈氏图是圆心在 $(\frac{k}{2}, 0)$ 半径为 $\frac{k}{2}$ 的半圆, 位于虚部为负的下半平面。

1.1.1.5 二阶系统

二阶系统的传递函数为:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = H(s) = k \cdot \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n s + s^2}.$$

当 $\xi > 1$ 时, 可表示为:

$$H(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}.$$

显然, 特殊地, 当 $\xi = 1$ 时, 则 $H(s) = \frac{k}{(1+sT)^2}$.

二阶系统的脉冲响应为:

$$y(t) = k \left[1 + \frac{1}{T_2 - T_1} (T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}) \right], \quad \text{对于 } \xi > 1.$$

$$y(t) = k \left[1 - \frac{T+t}{T} e^{-\frac{t}{T}} \right], \quad \text{对于 } \xi = 1.$$

$$y(t) = k \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \phi) \right],$$

对于 $\xi < 1$.

$$\cos \phi = \xi \text{ 且 } \sin \phi = \sqrt{1-\xi^2}$$

最后一种情况，当 $t_r = \frac{\pi}{\omega_n} \cdot \sqrt{1-\xi^2}$ 时，阶跃响应达最大值，则定义第一次超调量为：

$$x_1 = \frac{y(t_r) - y(\infty)}{y(\infty)} = e^{-\frac{\pi}{1.8\xi}}$$

由此可以看出，若 ξ 减小，则 t_r 减小， x_1 增大，系统响应加快，但振荡加剧。

令 $u = \omega/\omega_n$ ，作变量代换，频率响应变为

$$H(ju) = \frac{1}{1-u^2+2ju},$$

若 $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，则当 $\omega_n = \sqrt{1-2\xi^2}$ 时 $|H(j\omega)|$ 有极大值，则按下式定义谐振峰值为：

$$M_r = \frac{|M(j\omega)|}{H(0)} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}},$$

谐振点的角频率 $\omega_r = \sqrt{1-2\xi^2} + \sqrt{1+(1-2\xi^2)^2}$ 。

1.1.2 开环和闭环系统

图 1.1.2 所示为闭环调节系统。前向通道的输入量是 $E(s)$ ，反馈通道将输出量 $y(t)$ 送到比较环节，以便将 $y(t)$ 与给定值

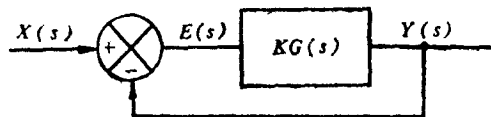


图 1.1.2 闭环系统

$x(t)$ 相比较（这样的反馈称之为“单位反馈”）。