

过渡过程分析

钟士模 郑大钟

Analysis of Transition Process

清华大学出版社

过渡过程分析

钟士模 郑大钟

清华大学出版社

内 容 简 介

本书是清华大学原自动控制系的教材。重点讨论了线性集总参数系统，详尽地和透彻地阐明了过渡过程的基本概念、进行规律及分析方法。对于线性分布参数系统和非线性系统，着重就过渡过程的特点和性质作了简扼的讨论。书中对过渡过程分析中起始条件的运用问题，进行了系统的和深入的讨论，具有独到之处。

本书在体系安排和材料取舍上，具有少而精的特色。在叙述方法上，由浅入深，从特殊到一般，注重物理概念上的直观性和数学推理上的严格性的密切结合，比较符合学习者的认识规律。这是一本便于自学的书籍。

本书可作为高等院校自动控制、工业自动化、电力系统、无线电技术等专业的教学参考书，同时也可供从事有关专业的工程技术人员进修提高之用。

过 渡 过 程 分 析

钟士模 郑大钟

*

清华大学出版社出版

(北京清华园)

北京京辉印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32 印张：10.5 字数：244千字

1986年7月第1版 1986年7月第1次印刷

印数：00001—5000

统一书号：15235·219 定价：平装1.80元

精装2.80元

前 言

本书是清华大学原自动控制系的教材。一九六一年，钟士模教授为了培养学生具有更为宽阔坚实的专业理论基础，倡导开设了《过渡过程分析》课程。他率先讲授了前两届，并对课程的体系、范围、重点和特点，都一一作了具体的规划和设计。本书正是在整理钟士模教授的讲授笔记的基础上，结合后来的教学实践，通过完善、补充和系统化，并几经修改编写而成的。

本书是研究过渡过程的一本基础性教材。它着重于阐明物理系统的过渡过程的基本规律和分析方法，以主要篇幅研究和讨论了线性集总参数系统，同时也对线性分布参数系统和非线性系统作了比较简要的讨论和分析。第一章，通过运用古典法分析典型的电路系统和力学系统，重点引入了关于过渡过程的许多基本概念，从物理概念的直观性和数学推理的严密性的结合上阐明了过渡过程的产生原因和进行规律。第二章和第三章，则着重介绍了过渡过程研究中两种最常用和最有效的分析方法，即拉普拉斯变换法和富里叶变换法，从方法的角度阐明了分析的一般步骤和简化计算的可能途径。在这些章节中，我们还就过渡过程分析中的一个难点，即如何正确理解过渡过程起始瞬时可能出现的跃变问题及如何合理选取过渡过程分析中的起始条件问题，进行了比较系统和深入的阐述。第四章和第五章是对线性分布参数系统和非线性系统的一个简短的讨论，扼要地指出了其过渡过程的性质、特点和最基本的分析方法。此外，在每章之后都附有一定数量的

习题，可供选做。这是因为，许多基本概念需要通过对习题的演算才能理解得更确切认识得更深刻，而许多分析方法也只有通过对习题的演算才能掌握得更牢固运用得更灵活。

钟士模教授从事教学工作几十年，在教学上形成了一系列鲜明的特色。他善于挖掘问题的实质，把物理概念和数学推理有机地结合起来。他一贯倡导要研究学生的认识规律，从易到难，由浅入深，按照特殊到一般的顺序来分析问题。他非常强调要吃透学科的体系，区分重点和次点，找出难点和易点，把最重要和最基本的概念和方法，用最有效的方式教给学生。我以为，上面提到的这些特色，在本书的体系安排、材料取舍、及叙述方法上，都有着相应的体现。如果说还存在某些方面没有或者没有充分地体现和保持上述特色的话，那只能归因于我在整理和具体编写过程中，理解不深，吃得不透，表达不当。

本书从一九六四年定稿，在经历了二十个年头之后，现在即将出版了。但是，令人痛惜的是，钟士模教授却没有能够看到他为之费心多年的这本著作的正式出版，而在一九七一年五月溘然长逝了。当我执笔为本书撰写这篇前言的时候，悲痛和怀念之情禁不住顿又重起，久久不能平静。随着本书的出版，我仿佛觉得，钟士模教授又回到了他无限热爱的教学岗位上，为培养建设四个现代化所需要的人材在继续做出贡献。我由此略感慰藉。

最后，我要对吴麒、褚家晋、高龙、熊光楞诸同志在本书出版过程中所提供的帮助，表示深切的感谢。我还要感谢宋铁英同志，她为本书设计了大量的图稿，做了其他许多繁杂的工作，提供了十分宝贵的帮助。

郑大钟

写于一九八三年五月五日

改于一九八四年二月六日

目 录

绪论	1
第一章 古典法分析线性集总参数系统	7
§ 1 一阶线性集总参数系统中运动的过渡过程	7
§ 2 二阶线性集总参数系统中运动的过渡过程	21
§ 3 高阶线性集总参数系统中运动的过渡过程 的分析方法	44
§ 4 贮能元件贮能起始值跃变问题的分析	51
习题	73
第二章 拉普拉斯变换法分析线性集总参数系统	84
§ 1 傅里叶级数	84
§ 2 傅里叶积分	100
§ 3 拉普拉斯变换	109
§ 4 运用拉普拉斯变换分析物理系统中运动的 过渡过程	126
§ 5 拉普拉斯反变换	140
§ 6 运用拉普拉斯变换分析过渡过程的一般 性问题	153
§ 7 运用拉普拉斯变换分析电路时的简化方法	162
§ 8 传递函数	173
§ 9 拉普拉斯变换的一些常用定理及其应用	185
习题	195
第三章 频率特性法和杜哈美尔积分	210

§ 1	频率特性	210
§ 2	由频率特性分析单位脉冲作用下系统的过渡过程	226
§ 3	由频率特性分析单位阶跃作用下系统的过渡过程	229
§ 4	脉冲过渡函数和阶跃过渡函数的性质及相互关系	231
§ 5	杜哈美尔积分法分析过渡过程	236
	习题	246
第四章	线性分布参数系统的过渡过程	253
§ 1	无损均匀长线中的过渡过程	254
§ 2	无畸变均匀长线中的过渡过程	280
§ 3	理想电缆线和细长热导体中的过渡过程	291
§ 4	线性分布参数系统和线性集总参数系统的比较	298
	习题	300
第五章	非线性系统中的过渡过程	303
§ 1	一些常见的非线性特性示例	304
§ 2	线性化法分析非线性系统	308
§ 3	非线性系统和线性系统的比较	325
	习题	327
	参考文献	329

绪 论

《过渡过程分析》是一门研究物理系统中变量的运动过程的课程，它着重于阐明过渡过程的进行规律和过渡过程的分析方法。现在，在对过渡过程的进行规律和分析方法作具体研究以前，首先对什么是过渡过程、为什么要研究过渡过程、如何研究过渡过程等问题，作一个扼要的说明。

过渡过程和稳态过程

什么是过渡过程？过渡过程就是物理系统中的变量在达到稳态前的运动过程，在工程实际和现实生活中，过渡过程的现象是广泛地存在着的。

譬如说吧，在冬天取暖时，如果把已经烧旺了的火炉，从室外移到原来较冷的房间内，那么，我们将可发现，这时室内的温度并不是即刻就提高到稳定的数值的，而是有一段相当长的升温变暖时间。这是什么原因呢？

又譬如，一辆在公路上疾驶的汽车，如果前面出现了障碍，司机立即急刹车制动，那么，我们也将看到，汽车并不会即刻就停住，而是要经过一段滑行过程以后，才会停下来。这又是什么原因呢？

再譬如，如果把一个由电阻、电容、电感串联组成的电路，突然接到正弦交流电压源上，并且用示波器来观察电路电压的变化过程，那么，我们同样将会发现，示波器屏幕上

所显示的电压波形，在电源接通后的一段时间内，并不是按正弦规律变化的。只是在经过一段时间以后，波形才变得几乎和按正弦稳态电路的分析所导出的结果一样，具有正弦函数的变化形状。这又是什么原因呢？

上述这种现象的出现，归结起来，就是因为物理系统中的运动过程中存在有过渡过程的缘故。它表明，所有实际的物理系统，无论是热学系统（象上面所说的取暖情况），力学系统（象上面所说的汽车制动），或者电学系统（象上面所说的电路）等等，当由于外作用的引入（如上述热源、刹车动作、电源等等）因而使系统由原始状态向着稳定状态变化时，变化过程是不能瞬时地完成的，而是形成一个中间的过渡状态。这个中间过渡状态的运动过程，我们称之为过渡过程。

过渡过程和过去所已经熟悉的稳态过程，是两类具有不同属性的运动状态。前者包含后者，后者是前者的最终状态。一般说来，它们不仅有着不同的变化规律，而且前者需要更全面的分析方法。因此，当我们掌握了稳态过程的进行规律及分析方法以后，还有必要进一步来研究过渡过程的进行规律及分析方法。只有这样，我们才能对物理系统中运动过程的变化规律和分析方法，建立起更为完整和更为全面的认识。

研究过渡过程的重要性

在回答了什么是过渡过程的问题以后，我们又会自然地想到这样的问题：为什么要研究过渡过程？研究过渡过程对研究工程技术，特别是对学习和掌握自动控制技术和电子计算机技术等，有什么重要性呢？

如果过渡过程的现象只出现在前面所提到的冬日室内取暖、汽车刹车、简单电路接通电源时，那么，研究它们的过渡过程规律，似乎没有很大的意义。

可是，这样的过渡过程现象不仅同样存在于各种各样的自动控制系统和电子计算机装置以及其它许多工程技术设备中，而且，它们的过渡过程状态将决定这些系统和装置的工作质量，甚至还影响到它们能否正常运行。例如，自动控制的高射炮根据雷达的指令去瞄准射击进犯的敌机时，高射炮由一个方位转向指定的方位的过渡过程状态，就对能否准确地击落敌机有着很大的影响。如果这个过渡过程太慢，那么当高射炮转到指定的方位时，敌机可能早就飞到前面去了。如果过渡过程进行得太快，那么当高射炮转到指定的方位附近时，将会前后振荡，同样也不利于命中敌机。又例如，钢铁冶炼和钢材轧制的自动控制中，如果其自动控制系统的过渡过程状态不能很好符合冶炼和轧制过程所要求的变化程序，那么，不但将会大大影响产量，而且也会大大影响质量。再例如，由许许多多电子线路构成的电子计算机，如果它的一些电路的过渡过程状态没有配合协调好，那就将会直接影响到电子计算机的正常地进行工作。

如此说来，我们就会明白，虽然在这门课程中我们将不会去研究自动控制和电子计算机装置等的具体技术问题，但是，这里所阐明的过渡过程的进行规律和分析方法，对于进一步学习和掌握自动控制和计算机等技术，却是十分必要的。因此，分析过渡过程的知识，已经成为自动控制和电子计算机等领域中的技术人员所不可缺少的基本知识了。

推而广之，可以说，我们研究物理系统中的过渡过程的最终目的，在于通过认识它的规律去利用（或激励）有益的

过渡过程和避免（或抑制）有害的过渡过程，从而，能更好地为社会主义建设、为农业现代化、工业现代化、国防现代化、科学技术现代化服务。

研究过渡过程的方法

我们已经说明了什么是过渡过程，也讨论了研究过渡过程的重要性。现在，再来谈谈如何研究过渡过程的问题。

如何研究过渡过程？这里，我们只能简扼地来总的谈谈研究过渡过程的方法；至于更详细和更系统的论述，那是以后各章中所要讨论的内容。我们知道，物理系统中运动过程的形态，是物理系统内部规律和外部影响的反映。所以，要定量地分析和研究运动过程，就必须根据系统内部的物理规律和外部的作用来进行；同时，也还必须运用相应的数学方法来具体地计算出其变化形态。因此，总括起来可以这样地说，在分析过渡过程中，物理规律是根据，数学方法是手段。只有同时运用物理的和数学的知识，才能很好地来研究和分析物理系统中的运动过程。

说得更为具体一些，我们可以把分析过渡过程的方法分解为三个步骤。第一，把具体的物理系统根据内部物理规律及外部影响条件加以简化或理想化，抓住其主要的因素而忽略其次要的因素；然后，将物理系统的运动状态表示为数学方程的形式，即建立起相应的数学模型。这个步骤，我们简称之为从物理到数学的步骤，由此导出的数学方程在一般情况下是一个微分方程组。第二，运用数学的方法求解所导出的微分方程组，来确定出系统中过渡过程的数学表达式。这个步骤可简称之为从数学到数学的步骤。第三，将求得的数学结果敷以物理的内容，从物理上加以讨论和解释，并判断它是

否相对地符合于物理系统的实际情况。我们把此步骤称之为从数学到物理的步骤。

一般地说,上面所指出的三个分析步骤中,从数学到数学的步骤通常最为冗长,因此在如下各章的讨论中所占的篇幅往往也会多一些。但是,这里特别应当强调的,却是对从物理到数学和从数学到物理的分析步骤,尤其需要加以注意和重视。这样说是因为,如果不懂得怎样去简化或理想化实际的物理系统,怎样去区别主要和次要的因素,怎样去运用物理规律和给定条件,那么,就根本不可能来导出描述物理系统运动状态的既简要而又经得起检验的数学方程,从而也就很难定量地来确定出过渡过程的变化规律。或者,即使求得了过渡过程的结果,但不了解其物理上的含义,不会从物理上去阐明原委和讨论结果,那么也就谈不上能够自如地利用过渡过程的规律。

对于如何研究过渡过程的问题,在这里我们暂且只谈上面这么几点。

对学习本课程的几点提示

我们再来谈谈在学习本门课程中值得注意的一些问题。这样做,对于帮助读者更好地认识这门课程的特点,更快地适应这门课程的学习,也许是有所裨益的。

要学习好任何一门课程,首要的是必须对此课程的特点和性质有所了解。那么,《过渡过程分析》这门课程的性质和特点是什么呢?这一点我们在前面的讨论中已经顺带提到过,这是一门综合运用物理和数学的知识定量地分析物理系统中运动过程的课程。这一性质决定了本门课程的特点,在于它是一门强调物理和数学密切结合、懂和用并用的技术基础

课程。

在学习这门课程时，我们认为，下面所要指出的四点，是值得加以注意和重视的。第一，既要注意正确理解分析过渡过程的物理原理，又要注意灵活掌握分析过渡过程的基本方法。这就是说，一方面要善于处理具体对象与抽象模型间的矛盾，同时也要注意对比直接与间接的分析方法的特点与关系。第二，要特别注意在概念和方法的正确运用上下功夫，重视习题的演算。这是因为，许多基本概念需要通过习题的演算才能掌握得更牢固更灵活，而计算技巧和计算能力也只有通过习题的演算才能得到培养和提高。因此，可以说，能否很好地运用学过的概念和方法去解决一些具体问题（在学习过程中习题就是其中的很重要的一部分），就是衡量是否掌握了课程的基本内容的标志。第三，要注意学习过渡过程的量测技术和实验方法。因为，对具体的物理系统中运动的过渡过程的分析结果，要判断它是否正确或是否合理，最有效的方法就是通过实验加以验证。这个要求可通过实验课来实现。第四，要注意培养总结归纳和举一反三的能力。这也就是说，一个方面要注意通过从一个个特殊问题的讨论和习题的演算，来总结归纳出具有普遍意义的原则和体会；另一方面，也要注意学习把普遍性的方法和原则，去灵活运用于分析各个不同类型的具体问题。也就是说，要注意掌握一般与特殊的关系。显然，只有通过这样反复不断的总结归纳和练习运用，课程的基本概念和基本方法才能懂得更深刻，才能用得更正确。从而为进一步学习专业理论打好坚实的基础。

第一章 古典法分析线性集 总参数系统

线性集总参数系统中的运动，通常可以用线性常系数微分方程来描述。直接求解这种微分方程来分析运动过程的方法，称之为古典法。

古典法比之其它的分析方法，优点在于其分析步骤中具有清晰的物理含义。通过对古典法的学习和讨论，可以对线性集总参数系统中运动过渡过程的产生及运动过渡过程的规律，得到较为深刻的理解。这对学习和掌握过渡过程的其它分析方法，同样也是十分有帮助的。

本章将讨论运用古典法分析线性集总参数系统中运动过渡过程的问题。先从讨论具体的例子着手，由简单到复杂，然后来总结归纳出一般的分析步骤。在例子内容的选择上，则以经常遇到而又易于理解的电路系统为主；其它如力学系统、机电系统等，由于在自动控制技术中也有不少的应用，所以也将给以适当的讨论和阐述。

§1 一阶线性集总参数系统中运动的过渡过程

一阶系统是一类最简单的系统，这一节里将运用古典法来研究其运动过渡过程的规律。为了易于理解，我们将从一些典型的一阶物理系统实例的讨论开始，然后，归纳概括出

一阶系统中运动的一般规律。

1.1 电容器充电时电压的上升过程

电容器充电的电路，可以通过简化用图1.1 (a) 所示的电路图来表示。图中， R 为串联电阻， C 为电容器的电容， E 为直流电源的电势， K 为开关。充电前电容器的原始电压为零。

现在，假使将开关 K 突然闭合使电容器充电，要来研究充电过程中电容器电压 u 的上升过渡过程。为此，我们可令 K 突然闭合的瞬时为 $t=0$ ，并且根据电路原理，来列写出在 $t \geq 0$ 的区间内描述 u 的变化过程的微分方程：

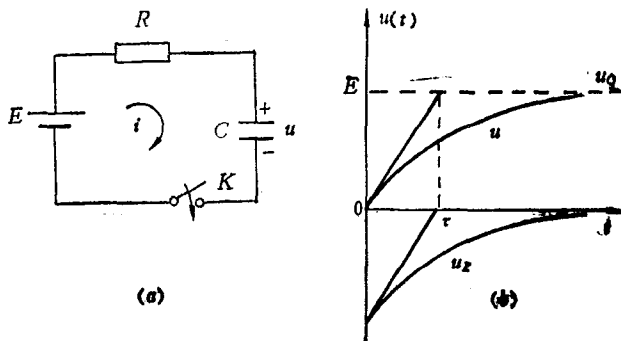


图1.1

$$RC \frac{du}{dt} + u = E \quad (1.1)$$

而与此同时，由于电容器的原始电压为零，并且在开关闭合瞬时不会发生跳跃（否则，电流就趋为无穷大，因而就不能满足基尔霍夫定律），所以

$$u(t)_{t=0} = 0 \quad (1.2)$$

为了容易求得既满足方程 (1.1) 同时又适合起始条件 (1.2) 的解, 进而我们人为地将 $u(t)$ 分成两个分量: u_Q 和 u_Z , 即

$$u(t) = u_Q + u_Z \quad (1.3)$$

于是, 将 (1.3) 代入方程 (1.1), 就得到

$$RC \frac{d(u_Q + u_Z)}{dt} + (u_Q + u_Z) = E$$

或者

$$\left(RC \frac{du_Q}{dt} + u_Q \right) + \left(RC \frac{du_Z}{dt} + u_Z \right) = E$$

由此可使

$$RC \frac{du_Q}{dt} + u_Q = E \quad (1.4)$$

和

$$RC \frac{du_Z}{dt} + u_Z = 0 \quad (1.5)$$

然后再分别地来研究方程 (1.4) 和 (1.5)。

对方程 (1.4) 求其特解¹⁾, 可得

$$u_Q = E \quad (1.6)$$

考虑到 u_Q 和外电源的电势具有相同的函数结构 (此处都是常数), 所以, 通常把 u_Q 称之为因外电源的作用而引起的强制分量。有时也把 u_Q 称之为 $u(t)$ 的稳态解, 因为这个分量也就是按我们所熟悉的稳态分析方法来求解电路时所导出的解答。当然, 此处 in 研究过渡过程时不能和分析稳态过程时那样, 只考虑这个强制分量或稳态分量。因为, 如果也是只考虑稳态分量, 那么此解答只能满足运动方程, 而不能满足起

1) 不难看出, 这实际上也就是相当于求原电路方程的特解。

始条件。这一点，实际上也就是过渡过程和稳态过程间的一个基本的区别之点。这就表明，我们还必须进而来研究方程 (1.5)，也即来考虑分量 u_z 。

从 (1.5) 可以看到，满足此方程的通解 u_z 必须是这样的一种函数，即和它被微分导出的函数在结构上应当是一样的。否则，就不可能在 $t \geq 0$ 的区间内的任何瞬时， u_z 都满足方程 (1.5)。这样，可得到方程 (1.5) 的通解¹⁾ 必然是指数函数类型的函数，即

$$u_z = Ae^{pt} \quad (1.7)$$

相应地，把 u_z 称为 u 的自由分量，因为它随时间的变化规律和外加电源的变化规律在函数结构上没有强制的联系。这一点，在定出待定常数 p 和 A 的数值以后，将可以看得更明显。现把 (1.7) 代入方程 (1.5)，可得到

$$(RCp + 1)(Ae^{pt}) = 0 \quad (1.8)$$

于是可导出

$$(RCp + 1) = 0 \quad (1.9)$$

方程 (1.9) 决定了自由分量 u_z 中最重要特征量 p 的数值，习惯地称其为电路的特征方程。将其求解所定出的特征根

$$p = -\frac{1}{RC} \quad (1.10)$$

是一个只由电路的参数 R 和 C 所决定的常数。至于待定常数 A ，若只要满足关系式 (1.8)，将可以是包括零在内的任意常值；但是，为了使 u_z 和 u_0 叠加组成的解答适合确定的起始条件， A 的数值就只能是确定的一个数值，它的求法我们在下一步中来加以讨论。现在，将 (1.10) 代入 (1.7)，就得到自

1) 也不难发现，这实际上也就是相当于求原电路方程的齐次方程的通解。