

1986.1987全国各类成人高等学校招生考试
复习丛书

自学指导
与
系列练习

数 学

周春荔 侯瑞兰 张桂芬 编

原子能出版社

一九八六年、一九八七年全国各类成人

高等学校招生考试复习丛书

自学指导与系列练习

数 学

周春荔 侯瑞兰 张桂芬 编

原子能出版社

内 容 简 介

本书专供以自学为主的各类成人报考各类成人高等学校(大专)复习数学之用。书中采取问答形式,重点突出,并配有精选的例题示范和适量的系列练习题。

内容包括函数、三角函数、空间图形、直线和曲线方程、复数、数列、排列和组合共五章。文科考生可使用前两章及第四章、第五章部分内容。在本书目录中,这些章节均以“*”号标出。理工科考生使用整册内容。

本书也可供成人高中学员、教师和教研人员学习、参考。

1986、1987年全国各类成人高等
学校招生考试复习丛书
自学指导与系列练习

数 学

周春荔 裴瑞兰 桂芬 编

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

69920 印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ ·印张9.75·字数219千字

1986年1月北京第一版·1986年1月北京第一次印刷

印数1—110,100·统一书号:7175·720

定价:1.70元

说 明

本套丛书是以教育部制定的《全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》和人民教育出版社出版发行的《各类成人高等学校招生考试复习丛书》为依据编写的，有《政治》、《语文》、《数学》、《物理》、《化学》、《历史》、《地理》等共七册。

本套丛书专供以自学为主的各类成人报考全国各类成人高等学校（大专）复习使用，亦可供考核高中文化复习使用。

在编写时，我们按照复习《大纲》和《教材》的要求，考虑到成人的特点，给出需要掌握的基础知识、要点、难点，同时，给出复习方法和指出容易发生的错误；在系列练习中，从考试的实际出发（按照考试形式），力求全面、系统、准确地列出各类题目和答案，使考生在缺少教师辅导的条件下，能够较快、较好地掌握所学知识，取得良好的成绩。

本套丛书，由北京师范学院政教系主任冯卓然、北京特级语文教师连树声，以及李铁同志组织编写。

本书由北京师范学院数学系周春荔老师、北京市立新学校数学组侯瑞兰、张桂芬老师编写，最后由周春荔老师统稿、校阅。

本书难免有缺点错误，欢迎批评指正。

编者

1985年8月

目 录

第一章 函 数*	(1)
I 集合	(1)
II 不等式与不等式组	(10)
III 指数与对数	(20)
IV 函数	(30)
第二章 三角函数*	(47)
I 三角函数及有关概念	(47)
II 三角函数式的变换	(59)
III 三角函数的图象与性质	(74)
IV 反三角函数与简单的三角方程	(89)
V 解三角形	(103)
第三章 空间图形	(114)
I 平面的基本性质	(114)
II 两直线的相关位置	(121)
III 直线和平面的相关位置	(130)
IV 两个平面的相关位置	(139)
V 多面体	(149)
VI 旋转体	(164)
第四章 直线和曲线方程	(177)
I 基本问题*	(177)
II 直线方程*	(194)
III 圆锥曲线*	(204)
IV 极坐标与参数方程	(222)
第五章 复数、数列、排列与组合	(239)

I	复数	(239)
I	数列	(253)
II	排列与组合	(264)
IV	二项式定理与数学归纳法	(274)
附 录	自测检查题	(284)
	文科自测题(一)	(284)
	文科自测题(一)参考解答及评分标准	(286)
	文科自测题(二)	(289)
	文科自测题(二)参考解答及评分标准	(290)
	理科自测题(一)	(294)
	理科自测题(一)参考解答及评分标准	(295)
	理科自测题(二)	(300)
	理科自测题(二)参考解答及评分标准	(302)

第一章 函 数

I 集 合

(一) 自学指导

集合是现代数学中最基本、最重要的概念之一。学习集合概念有助于加深理解初等数学的基本概念，可为进一步学习高等数学打下基础。

内容要求

1. 了解集合、子集、真子集、交集、并集、补集等概念。

(1) 什么是集合？什么是集合的元素？

答：把一些确定的对象看成一个整体就形成一个集合。集合一般可以用 A 、 B 、 C 表示，集合中的各个对象叫做集合的元素，一般可以用 a 、 b 、 c 、 $\dots$ 表示。

(2) 什么是单元素集合？什么是空集？

答：只含一个元素的集合称做单元素集合，不含任何元素的集合称作空集，记作 ϕ 。

(3) 集合的表示法有几种，举例说明。

答：主要有两种表示法：

① 列举法：把集合的元素一一列举出来写在花括号内。

例如， $\{a, b, c\}$ 表示由 a 、 b 、 c 三元素组成的集合。

② 描述法：把集合中的元素的共同特性描述出来，写在花括号内表示集合的方法。

例如，由 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根组成的集合，用描述法记为 $\{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$

此外，表示集合还可用图示法。用一个圆（或矩形）表示集合。集合的元素写在圆内，或直接用圆内的点作集合的元素。这种图也称文氏图。

(4) 什么是子集？举例说明之。

答：对于两个集合 A 与 B ，如果集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，那么集合 B 叫做集合 A 的子集。记为 $B \subseteq A$ 或 $A \supseteq B$ 。

例如 $\{a, b, c\}$ 是 $\{a, b, c, d\}$ 的子集， $\{a, b, c, d\}$ 也是 $\{a, b, c, d\}$ 的子集。 $\{a, b, c\}$ 又叫 $\{a, b, c, d\}$ 的真子集，因为至少有一个元素 d 属于 $\{a, b, c, d\}$ 而不属于 $\{a, b, c\}$ 。

若 B 是 A 的真子集，则记为 $B \subset A$ 或 $A \supset B$ 。

(5) 什么是两个集合相等？

答：两个集合 A 与 B ，如果 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ ，那么集合 A 与 B 相等，记为 $A = B$ 。

(6) 什么是全集？

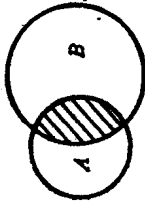
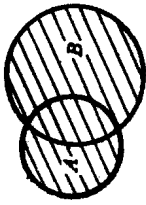
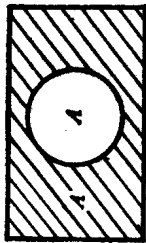
答：在研究集合与集合的关系时，这些集合常常都是一个给定的集合的子集。这个给定的集合，叫做全集。用记号 I 表示。

(7) 什么是交集、并集、补集？它们有何简单性质？

为了便于对照，列表如下（见第3页）：

2. 正确使用集合与集合、元素与集合之间的关系符号。

表 1-1

	交	集	并	集	补	集
定 义	由集合 A 与 B 的所有公共元素组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集.		把集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起所组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集.		已知全集 I , 集合 $A \subseteq I$. 由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 在集合 I 中的补集.	
记 法	$A \cap B$		$A \cup B$		$\bar{A}$	
图 示						
简 单 性 质	$A \cap A = A$ $A \cap \phi = \phi$		$A \cup A = A$ $A \cup \phi = A$		$A \cup \bar{A} = I$ $A \cap \bar{A} = \phi$	

(1) 元素与集合之间的关系符号是什么?

答: 如果 a 是集合 A 的元素, 记为 $a \in A$, 读作“ a 属于 A ”. 如果 a 不是集合 A 的元素, 记为 $a \notin A$, 读作“ a 不属于 A ”. “ $\in$ ”、“ $\notin$ ”是表示元素与集合间关系的符号.

(2) 集合与集合之间的包含关系是什么? 包含关系有何性质?

答: 若 A 是 B 的子集, $A \subseteq B$, 读作“ A 包含于 B ”, 或“ B 包含 A ”. 若 A 是 B 的真子集, $A \subset B$, 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

包含关系有如下性质:

$A \subseteq A$ (一个集合是它自身的子集);

$\phi \subseteq A$ (空集是任意集合的子集);

如果 $A \supseteq B$, $B \supseteq C$, 那么 $A \supseteq C$.

(3) $1 \subset \{1, 2, 3\}$ 与 $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$ 的写法对吗?

答: 不对. 1 是 $\{1, 2, 3\}$ 的元素, 应写为 $1 \in \{1, 2, 3\}$. $\{1\}$ 是以 1 为元素的集合, 它是 $\{1, 2, 3\}$ 的子集. 因此应写为 $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$.

3. 掌握表示自然数集合、整数集合、有理数集合、实数集合等数集的符号和它们之间的关系。

(1) 自然数集合, 整数集合, 有理数集合, 实数集合用什么符号表示?

答: N : 表示自然数集合;

Z (或 J): 表示整数集合;

Q : 表示有理数集合 (Q^+ 表示正有理数集合, Q^- 表示负有理数集合);

R : 表示实数集合 (R^+ 表示正实数集合, R^- 表示负

实数集合, $\mathbb{R}^-$ 表示非负实数集合).

(2) 自然数集合、整数集合、有理数集合、实数集合之间的关系是什么?

答: $\{\text{自然数}\} \subset \{\text{整数}\} \subset \{\text{有理数}\} \subset \{\text{实数}\}$

即 $N \subset Z \subset Q \subset R$.

(3) 把实数集合写成 $\{\text{实数集合}\}$ 或 $\{R\}$ 对吗?

答: 不对. 应写成 $\{\text{实数}\}$ 或记成 R .

而 $\{\text{实数集合}\}$ 或 $\{R\}$ 表示以实数集合为元素的集合, 与实数集合意义完全不同了.

常见类型题解析

考察“ $\in$ ”、“ $\subset$ ”、“ $=$ ”的关系的概念题和求集合的并、交、补的运算题, 是常见的两种关于集合知识的基本类型题.

例1: 如果 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$, 下列各种写法中, 哪种写法正确、哪种不正确?

① $1 \in A$ ② $0 \notin B$ ③ $\{1\} \in A$ ④ $1 \subset A$

⑤ $\{0\} \subset B$ ⑥ $A \supset B$ ⑦ $\phi \subset B$ ⑧ $\phi \in A$

解: ① 正确. 因 1 是 A 的元素.

② 正确. 因 0 不是 B 的元素.

③ 不正确. 因 $\{1\}$ 是 A 的子集, 应为 $\{1\} \subset A$.

④ 不正确. 因 1 是 A 的元素, 应为 $1 \in A$.

⑤ 不正确. 以 0 为元素的集合 $\{0\}$ 不是 B 的子集.

⑥ 正确. 因 B 是 A 的子集.

⑦ 正确. 空集 ϕ 是 B 的子集.

⑧ 不正确. 空集 ϕ 是 A 的子集. 应记为 $\phi \subset A$.

例2: 已知 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 2, 4, 6\}$

求 $A \cup B$, $A \cap B$.

解: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{2, 3, 4, 6\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A \cap B = \{2, 3, 4\}$

注: ①集合的元素具有互异性, 当相同的对象归入任一个集合时, 只能算作集合的一个元素. 因此, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 而不能写为 $\{1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6\}$.

②集合的元素具有无序性. 用列举法表示集合时, 不必考虑元素间的顺序. 题设条件 $B = \{3, 2, 4, 6\}$, 而解题中使用的是 $B = \{2, 3, 4, 6\}$, 这是因为 $\{3, 2, 4, 6\} = \{2, 3, 4, 6\}$.

例3: 已知集合 $A = \{2, a^2 - 3a + 5, 5\}$

$B = \{1, a^2 - 6a + 10, 3\}$

$A \cap B = \{2, 3\}$

求 a 的值, 并写出 $A \cup B$.

分析: A 、 B 二集合中都各有一个元素未直接给出. 因此, 要由 $A \cap B = \{2, 3\}$, 判知

$$a^2 - 3a + 5 = 3; \quad a^2 - 6a + 10 = 2.$$

从而确定 a 值, 确定 A 、 B 的元素, 再求 $A \cup B$.

解: $\because A \cap B = \{2, 3\}$

$\therefore$ 集合 A 、 B 必含有元素 2, 3.

因此, 有

$$\begin{cases} a^2 - 3a + 5 = 3 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 6a + 10 = 2 & (2) \end{cases}$$

由(1), 得 $(a-2)(a-1)=0$

$\therefore a=2$ 或 $a=1$.

由(2), 得 $(a-2)(a-4)=0$

$\therefore a=2$ 或 $a=4$.

所以, $a=2$.

$\therefore A=\{2, 3, 5\}, B=\{1, 2, 3\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$.

(二) 系列练习

填空题 (答案已填写在__上)

1. 用适当的符号 ($\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\supset$ 、 $\subset$) 填空:

(1) $0 \notin N$ (2) $\{1\} \subset N$ (3) $\{0\} \supset \phi$

(4) $a \in \{a\}$ (5) $\{1, 2, 3\} = \{3, 1, 2\}$ (6) $R^- \subset R$

2. 用适当的集合填空:

(1) $\phi \cap \phi = \phi$ (2) $\phi \cup \phi = \phi$ (3) $\phi \cap A = \phi$

(4) $\phi \cup A = A$ (5) $A \cap A = A$ (6) $A \cup A = A$.

3. 已知 A 、 B 是两个非空集合, 且 $A \subset B$, 用适当的符号 ($\supset$ 、 $\subset$ 、 $\supseteq$ 、 $\subseteq$ 、 $=$) 填空:

(1) $A \cap B = A$ (2) $B = A \cup B$ (3) $\phi \subseteq A \cap B$

4. $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7\}$,

则 $A \cap B = \{3, 5, 7\}$ $A \cup B = \{1, 3, 5, 7\}$

5. 用适当的符号 ($\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\supset$ 、 $\subset$) 填空:

(1) $a \in \{a\}$ (2) $a \in \{b, c, a\}$ (3) $d \notin \{a, b, c\}$

(4) $\{a\} \subset \{a, b, c\}$ (5) $\{2, 4, 6, 8\} \supset \{2, 8\}$

(6) $\{a, b\} = \{b, a\}$ (7) $\phi \subseteq \{1, 2, 3\}$

选择题

每个题目所给的四个答案中，有且只有一个正确、请把
你认为正确答案的英文字母代号填在题后的括号中。本书后
面各部分选择题都遵循这一规则，不再另做说明。

1. a 与 $\{a\}$ 的关系是

- (A) $a=\{a\}$. (B) $a\in\{a\}$. (C) $a\subseteq\{a\}$. (D) $a\supset\{a\}$.

答:(B).

2. ϕ 与集合 $\{0\}$ 的关系是

- (A) $\phi=\{0\}$. (B) $\phi\in\{0\}$. (C) $\phi\subset\{0\}$.
(D) $\{0\}\subset\phi$.

答:(C).

说明 ϕ 与 $\{0\}$ 的关系是集合之间的关系不能用“ $\in$ ”
联接，排除(B)。由于 ϕ 不含有任何元素， $\{0\}$ 是以0为元素
的集合，所以(A)、(D)均不能成立。空集是任意集合的子
集，所以(C)正确。

3. R 为实数集，则 R^+ 、 R^- 与 R 之间成立的关系式是：

- (A) $R^+ \cup R^- = R$. (B) $R^+ \cap R^- = R$.
(C) $R^+ \cup R^- \subset R$. (D) $R^+ \cap R^- = R^-$.

答:(C).

说明 正实数集与负实数集的并与实数集只相差一个元
素0。所以(A)不成立，(C)应成立。正实数集与负实
数集的交是空集 ϕ ，所以(B)、(D)都应被排除。

4. 如果 $I=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A=\{1, 3, 5\}$,
 $B=\{2, 5, 6\}$, 则 $\bar{A} \cap B$ 是

- (A) $\{2, 6\}$. (B) $\{2, 5, 6\}$. (C) $\{2, 4, 6\}$. (D) $\{6\}$.

答:(A).

5. 设集合 $X=\{0, 1, 2, 4, 5, 7\}$, $Y=\{1, 3, 6,$

8, 9}.

$Z = \{3, 7, 8\}$, 那么集合 $(X \cap Y) \cup Z$ 是

(A) $\{0, 1, 2, 6, 8\}$, (B) $\{3, 7, 8\}$.

(C) $\{1, 3, 7, 8\}$, (D) $\{1, 3, 6, 7, 8\}$.

答: (C).

综合题

1. 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集, 并指出其中有几个非空真子集.

【提示】集合 $\{a, b, c\}$ 的全部子集是:

ϕ 、 $\{a\}$ 、 $\{b\}$ 、 $\{c\}$ 、 $\{a, b\}$ 、 $\{a, c\}$ 、 $\{b, c\}$ 、 $\{a, b, c\}$ 共八个子集.

除去空集 ϕ 和集合 $\{a, b, c\}$ 外, 其余六个都是非空真子集.

2. 用列举法写出与下列集合相等的集合:

(1) $A = \{x | x = 9\}$; (2) $B = \{x | x \geq 1 \text{ 且 } x \leq 2, x \in N\}$;

(3) $C = \{x | x = 1 \text{ 或 } x = 2\}$.

【提示】(1) $A = \{9\}$.

(2) $x \geq 1$, 且 $x \leq 2$, $x \in N$, 这表明 x 取 $1 \leq x \leq 2$ 内的自然数. 所以, $B = \{1, 2\}$.

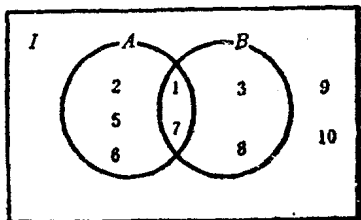
(3) $C = \{1, 2\}$.

3. 全集 I , 集合 A 、 B 如图所示. 用列举法表示 A 、 B 、 $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$

解: $A = \{1, 2, 5, 6, 7\}$.

$B = \{1, 3, 7, 8\}$.

8}.



(第3题图)

$$\bar{A} = \{3, 8, 9, 10\}, \bar{B} = \{2, 5, 6, 9, 10\}.$$

4. 设 $I = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, c, d\}$,
 $B = \{b, d, e\}$.

求: $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{A} \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cup \bar{B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, 并指出哪几
 对集合相等.

【提示】 $I = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, d, e\}$.

$$\therefore \bar{A} = \{b, e, f\}, \bar{B} = \{a, c, f\}.$$

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \{f\}, \bar{A} \cup \bar{B} = \{a, c, b, e, f\}.$$

$$\therefore A \cap B = \{d\}, A \cup B = \{a, b, c, d, e\},$$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{a, b, c, e, f\}, \overline{A \cup B} = \{f\}.$$

$$\text{其中 } \bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = \{f\}.$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B} = \{a, b, c, e, f\}.$$

5. 已知 $I = R$ (实数集合), $A = R^-$, $B = R^+$, 求 $\bar{A}$, $\bar{B}$,
 $A \cup B$, $A \cap \bar{B}$, $I \cap \bar{B}$.

【提示】 $\bar{A} = \overline{R^-} = \{\text{非负实数}\}$ $\bar{B} = \overline{R^+} = \{\text{非正实数}\}$

$$A \cup B = R^- \cup R^+ = \{\text{除 } 0 \text{ 以外的实数}\}$$

$$A \cap \bar{B} = R^-, I \cap \bar{B} = \bar{B}.$$

II 不等式与不等式组

(一) 自学指导

内容要求

1. 熟练掌握一元一次不等式组的解法.

(1) 什么叫一元一次不等式组? 它的解集是什么?

答：几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组。

所有这些一元一次不等式的解集的公共部分（交集），叫做这个一元一次不等式组的解集。

（2）一元一次不等式组的解集的基本类型是什么？

答：共有四个基本类型。

设 $a < b$ 。

类型(1) $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 的解集

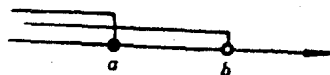
是 $x > b$ ，或记为 $\{x | x > b\}$ 。



(图1-1)

类型(2) $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 的解集

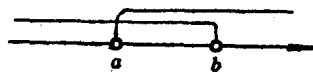
是 $x < a$ ，或记为 $\{x | x < a\}$ 。



(图1-2)

类型(3) $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 的解集

是 $a < x < b$ ，或记为 $\{x | a < x < b\}$ 。



(图1-3)

类型(4) $\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases}$ 的解集

是空集。



(图1-4)

2. 熟练掌握一元二次不等式的解法。

（1）什么叫一元二次不等式？

答：含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式叫做一元二次不等式。它的一般形式有两种类型：

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (a > 0)$$

$$ax^2 + bx + c < 0 \quad (a > 0)$$