

544

G633.62-43

G77

全国中小学教师继续教育
专业课教材

初中几何教学研究

教育部师范教育司组织评审

主 编 关成志
编著者 魏超群 刘会成
赵瑞卿 景 敏
刘 莉

教育科学出版社

·北 京·

责任编辑 杨晓琳
责任印制 田德润
责任校对 曲凤玲

图书在版编目(CIP)数据

初中几何教学研究/关成志主编. —北京:教育科学出版社,2002.1

全国中小学教师继续教育专业课教材

ISBN 7-5041-2213-0

I. 初... II. 关... III. 几何课—教学研究—初中—师资培训—教材 IV. G633.632

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 091446 号

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·北三环中路 46 号 邮 编 100088

电 话 62003339 传 真 62013803

经 销 各地新华书店

印 刷 保定市印刷厂

开 本 850 毫米×1168 毫米 1/32

印 张 9.5 版 次 2002 年 1 月第 1 版

字 数 215 千 印 次 2002 年 1 月第 1 次印刷

定 价 10.50 元 印 数 00 001—5 000 册

(如有印装质量问题,请与本社发行部联系调换)

前言

前言

全面推进素质教育,是当前我国现代化建设的一项紧迫任务,是我国教育事业的一场深刻变革,是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”,提高教师素质,是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育,课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程,编写一批继续教育教材。在教材编写方面,我司采取了以下几种做法:

1. 组织专家对全国各省(市、区)推荐的中小学教师继续教育教材进行评审,筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书。

2. 组织专门的编写队伍,编写了 61 种教材,包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材;中小学语文、数学,中学英语、物理、化学、生物,小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材,已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》(教师司[1999]60 号)的形式向全国推荐。

3. 向全国 40 余家出版社进行招标,组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行了认真的评审和筛选,初步确定了 200 余种中小学教师继续教育教材,这批教材,目前正在编写过程中,将于 2001 年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教师进修院校、

教师培训基地和中小学教师推荐,供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中,我们遵循了以下原则:

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度,在课程体系中,加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合,用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例,从理论和实践两个方面,总结教学经验,帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性,并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发,提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求,以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程,尚处在起步阶段,缺乏足够的经验,肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中,有什么问题和建议,请及时告诉我们,以便改进工作,不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

2000年11月1日

编者的话

为了配合国家教育部师范教育司组织实施的《中小学教师继续教育工程》,提高中学数学教师的思想业务素质和教学能力,我会受教育科学出版社的委托,组织编写了供中学数学教师继续教育使用的教材,并成立了中学数学教师继续教育教材编委会,由方明一、方运加、孙瑞清、任子朝、关成志、陈宏伯、杨晓琳、曹福海、潘懋德9人(按姓氏笔画为序)组成。陈宏伯主持编委会工作。

我们在组织编写供中学数学教师继续教育使用的教材时,根据师范教育司提出的编写原则和教育部新修订的数学教学大纲,努力体现国家的教育方针,从教师可持续发展和终身学习的高度出发,力求反映现代思想和现代数学的发展,突出时代性、科学性;注意将教育理论和教师教学实践结合起来,努力反映新的数学教学研究成果,帮助教师从理论和实践两方面,提高思想业务素质和教学能力,突出先进性、实践性;注意从中级、初级数学教师的实际出发,帮助教师用先进教学理论和优秀课堂实例,总结教学实践经验,突出针对性、可操作性。

本书为《初中几何教学研究》,主编为关成志。编者为关成志(第一、二、三章)、魏超群(第四、七章)、刘会成(第五章)、赵瑞卿(第六章)、景敏、刘莉(第八章)。

本书已通过国家教育部师范教育司组织的评审,确定为



“全国中小学教师继续教育专业课教材”。我们在编写这本继续教育教材时,教育部师范教育司邀请一些专家对编写大纲和书稿提了很多宝贵意见,在此向他们表示谢意!教育科学出版社的同志更为本书的编辑、出版做了大量工作,在此一并表示谢意!

鉴于我们编写这类继续教育教材缺乏经验,且水平有限,敬请广大读者多提宝贵意见。

中国教育学会中学数学教学专业委员会

2001年5月25日

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 几何教学改革的回顾与展望	(2)
第二节 初中几何的特点	(15)
第三节 初中几何教学中应注意的几个问题	(23)
第二章 线段、角	(30)
第一节 内容结构与教学要求	(30)
第二节 引言	(32)
第三节 直线、射线、线段	(35)
第四节 角	(40)
第五节 参考资料	(47)
第三章 相交线、平行线	(53)
第一节 内容结构与教学要求	(53)
第二节 相交线、垂线	(56)
第三节 平行线	(65)
第四节 命题、定理、证明	(71)
第五节 参考资料	(80)



第四章 三角形	(89)
第一节 内容结构与教学要求	(89)
第二节 三角形	(94)
第三节 全等三角形	(101)
第四节 等腰三角形	(108)
第五节 直角三角形	(116)
第六节 轴对称	(124)
第七节 基本作图	(130)
第八节 参考资料	(132)
第五章 四边形	(138)
第一节 内容结构与教学要求	(138)
第二节 四边形	(140)
第三节 平行四边形	(145)
第四节 梯形	(153)
第五节 参考资料	(164)
第六章 相似形	(171)
第一节 内容结构与教学要求	(171)
第二节 比例线段	(174)
第三节 相似形	(190)
第四节 参考资料	(205)
第七章 解直角三角形	(217)
第一节 内容结构与教学要求	(217)
第二节 锐角三角函数	(219)
第三节 解直角三角形	(223)

第八章 圆.....	(229)
第一节 内容结构与教学要求.....	(229)
第二节 圆的有关性质.....	(231)
第三节 直线与圆的位置关系.....	(245)
第四节 圆和圆的位置关系.....	(255)
第五节 正多边形和圆.....	(267)
第六节 参考资料.....	(279)

第一章

绪 论

几何学是一门源远流长、内容丰富的数学分支.在整个数学发展的进程中,一般说来,几何学总是走在其他各学科的前面.例如:在数学各分支学科的形成上,欧几里得《几何原本》是最先形成的数学科学体系;在数学思想的突破上,解析几何及非欧几何的产生,都可以称得上是数学思想上的重大突破和革命,前者导致常量数学到变量数学的转变,后者导致平面向空间多样性的转变;在科学方法论的创建上,公理化方法的产生,坐标方法的出现,都是从几何学开始的.因此,几何学是数学领域里一门极为重要的学科.

关于几何研究的对象,19世纪下半叶,恩格斯曾对古典数学给出一个精辟的论断:“纯数学的对象是现实世界的空间形式与数量关系,所以是非常现实的材料.”“但是,为了能够从纯粹的状态中研究这些形式与关系,必须使它们完全脱离自己的内容,把内容作为无关重要的东西放在一边;这样,我们就得到没有长、宽、高的点,没有厚度和宽度的线, a 和 b 与 x 和 y ,即常数与变数.”*

* 恩格斯:《反杜林论》,中文1版,35页,北京,人民出版社,1970.



恩格斯的这个论断指明了：

1. 几何学的研究对象主要是现实世界的空间形式；
2. 几何学的研究对象来源于客观世界；
3. 几何学的研究对象是抽象化和理想化的概念。

而算术、代数和函数等则侧重研究现实物质世界的数量关系。

第一节 几何教学改革的回顾与展望

一、克莱因-贝利运动

20 世纪以来,几何教学改革一直是数学教育界讨论和研究的热点问题,它成了“历次中学数学教育改革运动的前沿和焦点”。*

早在 1901 年,英国数学家贝利在“论数学教学”的演讲中,鲜明地提出了“要从欧几里得《几何原本》的束缚中完全解放出来”,“要充分重视实验几何”,“重视各种实际测量和近似计算”,“要充分利用坐标纸”,“应多教些立体几何(含画法几何)”,“较过去更多地利用几何学知识”。他还以“数学教学纲目”为题,对数学教育的目的意义提出了“培养高尚情操和欢快的心情”、“启发思考,培养逻辑思维能力”、“数学是研究自然科学的武器(工具)”、“通过实验,训练技能”、“让每个人都像使用自己手脚那样自由地运用数学逻辑,终生受益,不断进步”等创造性的意见。

1904 年,德国数学家克莱因提出了如下数学教育改革的方针:①顺应学生心理的发展规律,选取和排列教材;②融合

* 丁尔隍:《现代数学课程论》,1 版,372 页,江苏,江苏教育出版社,1997。

数学各分科,密切数学与其他各学科的关系;③不过分强调数学的形式训练,应当强调实用方面,以便充分发展学生对自然界和人类社会诸现象能够进行数学观察的能力;④以函数观念和直观几何作为数学教学的核心。

以贝利、克莱因为代表的 19 世纪末 20 世纪初的这场国际数学教育近代化运动,对中学数学教育的影响是深刻的。例如,初等函数的知识列为中学数学的固定内容,一些国家的教材引进了微积分初步,解析几何在多数中学数学教学中占有主要地位,几何变换知识在中学几何中得以充实。加强了数学教学的实践性、应用性等。由于两次世界大战的原因,这场改革运动未能取得很好的效果。

二、数学教育现代化运动(即“新数”运动)

20 世纪 40 年代以来,随着科学技术的迅速发展,对数学教育提出了现代化的要求。数学本身的迅速发展,使数学抽象化、公理化、结构化的程度越来越高,应用的领域越来越广。以皮亚杰为代表的教育心理学的结构主义学派的出现,为数学教育现代化提供了教育学心理学的基础。

1957 年苏联第一颗人造卫星上天,成了数学教育现代化(“新数”运动)的导火线。美国人把空间技术落后于苏联的主要原因归于数学教育落后。“新数”运动首先在美国兴起,很快波及到欧洲和其他一些地区和国家。

在 1958 至 1962 年期间召开的一系列数学教育会议,指出了传统数学教育的缺点和问题。认为传统数学教育的主要缺点和问题是:①观点落后,缺乏近现代数学思想;②内容陈旧,基本上停留在 16 世纪前后,特别是几何,基本上是欧几里得《几何原本》的翻版;③中学数学体系零散,各科各自为政,互不联系;④过分强调计算技巧,计算繁琐,脱离实际;⑤教学



方法单调,偏重演绎法,忽视归纳法;⑥中学数学课程长期停滞不前,与大学和近代科学技术脱节.不少学者提出许多革新数学教育的建议和口号.最使人震动的是1959年法国布尔巴基学派的主要成员狄奥东尼提出的“欧几里得滚出去”的口号.

在这一期间,美国、英国、法国、苏联、日本等一些国家先后编写出革新数学教育的教材,世界上其他一些国家都以不同形式推进数学教育现代化改革.这些新教材的共同特征是在中学引进现代数学的概念,使整个数学课程统一化、结构化,概括起来有以下几点:①以集合—关系—映射—运算,群—环—域—向量空间的代数结构为主线,把中学数学构建成统一的数学;②把集合论的初步知识和公理化方法引入中学数学教材;③增加近现代数学的内容,使用近现代数学的语言和符号;④打破欧氏几何体系,重代数轻几何,大量删减传统几何内容,用各种方法取代欧氏几何;⑤电子计算机和计算器逐步应用于数学教学,实行教学手段现代化;⑥研究电化教学、程序教学和个别化教学,提倡“发现法”,教学方法趋向多样化.

“新数”运动经过十几年的实践,改革中的缺点和问题逐渐显露出来,受到学校教师、学生家长和社会各界的批评.1980年8月在美国伯克利举行的第四届国际数学教育会议(ICME-IV)上对“新数”运动的成败进行了分析和评价,特别是对中学阶段为什么要学习几何重新做了反思,认为“新数”运动的主要缺点是:①增加的内容过多,引入的一些现代数学概念过于抽象,学生不易理解,教学内容过于庞杂,教学时间不足,学生负担过重,过分强调结构化、抽象化、公理化,脱离学生的认知水平和生活实际,多数学生接受不了;②只强调理解,忽视必要的基本技能训练,强调抽象理论,忽视实际

应用;③只面向少数成绩好的学生,忽视适应不同程度学生的需要,特别是学习困难的学生的需要;④对教师培训注意不够,多数教师准备不足,不能胜任教学.对几何教学改革,认为“新数”运动不是面对它、克服它的不足,而是采取毫无替代地删除其主要部分的方式,这种做法并不可取.狄奥东尼在 ICME-IV 上断言:“几何突破了其传统狭隘的束缚”,“已经显露出其潜在的力量及其异乎寻常的多面性和适应性,从而成为教学中最广泛和最有用的工具之一.”这与他 1959 年所喊出的口号已有很大的不同了.

三、20 世纪 80 年代国外中学几何课程的改革

近 20 多年来,世界各国在总结数学教育现代化运动的经验和教训的基础上,对中学几何进行多种改革与探索,提出了各种改革方案和措施,修订或重新制订数学教学大纲或课程标准,编写相应的新教材.

中学数学是各国中学课程中相对比较统一的一门学科,但几何课程则是中学数学中最不统一的一部分.在 1980 年至 1982 年期间,由国际教育成就评价协会(IEA)发起的第二次国际数学调查表明:代数和算术课程各国是基本统一的,但几何教学内容 IEA 国家(20 个)很少一致.几何内容虽存在一个公共的核心部分,但非常单薄,它几乎只涉及平面几何的最基础的知识和坐标的简单应用.欧氏几何的一些基本课题如全等和相似,只有一部分国家在讲.至于空间想像力和一些立体几何课程强调得就更少了.实际上,“新数”运动以后,统一的在中学数学课程中处于核心地位的欧氏几何已不复存在,代之而起的是形形色色的几何.

随着社会经济的发展,科学技术和数学本身的发展,对于中学数学课程来说,传统的欧氏几何必须改革,但完全把它拒



之中学门外,显然是不正确的.问题是如何将欧氏几何中具有较高教育价值的部分与现代社会的需求有机地结合起来而建立一门新的几何课程.对此,各国目前采用了如下方案.

1. 实验几何

实验几何是一种非演绎的几何,它摆脱了欧氏几何的那种环环相扣的逻辑体系和严密抽象的演绎推理形式,而以实验操作的方法和类比归纳的思维方式来建立空间与平面的各种位置和数量关系,以创造活动为其主要教学形式,以空间观念和几何直觉为其主要教学目的.

实验几何的一个优点就是变高度的论证技巧为不同水平的创造活动.几何论证的高度技巧性是造成学生两极分化之症结.实验几何则可以为不同智力水平的人提供不同要求的活动,并能使所有的学生都能从这些活动中尝到成功的快乐.

此外,实验几何还可以改变以往数学那种枯燥乏味的形象,变几何学习为一种趣味活动,并在这种活动中培养学生的观察能力、实验能力、创造能力以及归纳类比能力.

基于上述观点,许多人都主张重视实验几何的教学.处理的方案有:①将实验几何作为欧氏几何的前奏;②在欧氏几何中部分运用实验几何的方法;③用实验几何取代欧氏几何的演绎过程.多数人赞成前两种方案,也有些主张两者兼而用之.即一方面在中学低年级或小学阶段学习实验几何;另一方面在中学高年级的演绎几何中加强实验几何的成分,这样既实现了实验几何的实用性、趣味性和创造性,又让学生学到演绎推理的方法和一定的数学理论基础.

2. 综合几何

综合几何是指以欧氏几何的逻辑结构为主要理论框架,适当简化其公理系统,并以欧氏几何的综合方法(如全等、相似、添加辅助线)为主要论证方法的演绎几何学.

综合几何的特点是:①具有相对完备的公理系统,所有的定理概念都是建立在公理系统之上,并用逻辑的方法组织为一体;②论证方法具有高度的技巧性;③采用一套独特的形象性语言,这种语言往往借用自然语言中的词与符号,并重新赋予其精确的涵义.

综合几何可以教给学生初步的公理体系和组织科学理论的逻辑方法,使他们养成缜密合理的思考习惯、严谨精确的语言和抽象概括的能力.但这又是几何学习的主要困难所在.多年来,人们一直试图解决这对矛盾.其途径有:

(1)简化几何的公理体系,不过分地从科学上去考虑其完备性和独立性.

(2)降低几何论证的要求,从教学要求上对不同学生的不同需要进行区分.使一部分对几何有特殊兴趣的学生能从几何论证中体验到智力探险的乐趣,也能使另一些学生不会因害怕几何论证而厌恶数学.

(3)减少几何教学内容,并在时间上适当加大课程的跨度,给学生一定的消化和巩固过程,在掌握的前提下再学习新的课程.

(4)适当渗透几何变换的思想,为几何论证提供一条新的、更有效的途径,也为以后与现代数学的衔接创造条件.

3. 变换几何

变换几何的理论成分仍然是欧氏几何,它采用了几何变换的语言对欧氏几何予以重新组织,并将几何变换作为证明的主要工具.

变换几何的优点是:它能使千变万化的几何论证具有一定的统一性和规律性;它又能使几何与变换,进而与集合论、群论等现代数学的基础理论联系在一起,为进一步的现代化处理架桥铺路.



变换几何的困难仍然是教育意义上的.一方面变换几何并没有摆脱公理体系在教学上的困难;另一方面它又因为采用了抽象、形式的几何变换语言而造成了新的学习障碍.

变换几何仍然存在着矛盾,它未能取代欧氏综合几何.分析各国的几何改革可以看到,用几何变换来“改造”欧氏几何有三个层次:

第一层次是仅仅采用了一些几何变换的术语如“旋转”、“平移”等来表示相应的几何作图,并没有给这些变换以明确的数学定义,也没有使用变换的符号,更未涉及几何变换的性质研究.

第二层次是渗入几何变换的思想,也就是在保留欧氏几何的公理体系和综合证法的同时,给几何变换以朴素的定义,并利用它们的符号、性质为几何论证提供新的途径和表达方式.

第三层次是用几何变换的语言重新组织欧氏几何的理论体系,包括公理结构.这也就是通常意义上的“变换几何”.

从改革的实践看,比较适合中学数学实际情况的是第二层次,也就是在综合几何中渗透几何变换的思想.目前,许多国家都采用这一方案.但对它的利弊,目前也仍然是有争议的.特别是几何变换的思想应该在综合几何中渗透到什么程度,仍然是一个需要深入研究的课题.

4. 现代几何

“现代中学几何”这个概念起源于 20 世纪 60 年代初的“新数”运动.“新数”运动的倡导者们认为应该用现代数学的思想方法和语言来重新组织中学数学,并把由此而产生的数学称之为现代数学(也即“新数”),以区别于传统的中学数学.

现代几何的外延是比较模糊的,它包括“新数”运动以来的,用现代数学观点对传统几何的种种处理,其中包括向量几