

第12篇 测量技术

主 编 王春和（天津大学）
 史美记（上海工业自动化仪表研究所）
责任编辑 曲彩云

1 测量的基础知识

1.1 测量和测量方法

测量即为确定量值（数值和计量单位的乘积）而进行的实验过程。

测量方法为根据给定的原理和要求，在实施测量中所涉及的理论运算、测量装置和实际操作等。

与给定的测量有关的所有信息、设备与操作称为测量过程。

在测量中所得的测量值是否可靠，除取决于被测量的物理量和标准单位量的特征外，还取决于测量时所用的测量器具和测量方法，最后还要对测得值的可靠性作出判断，不知可靠程度的测得值是没有意义的。由此知，任何一个测量过程一般包括以下几个要素：

- (1) 被测量量
- (2) 测量单位（标准量）
- (3) 定位系统（确定被测对象在所需要的测量方位上）
- (4) 瞄准系统（确定被测量的量 and 标准量相应的起止位置的系统）
- (5) 测量环境（指温度、气压和湿度等）
- (6) 测量的精确度（参见第 1.3.2 节）

1.2 测量方法分类

(1) 根据被测物理量在测量过程中的状态，测量方法分静态测量和动态测量。

1) 静态测量 在测量过程中，被测物理量 x 不随时间变化，即 $\frac{dx}{dt} = 0$ 。

2) 动态测量 在测量过程中，被测物理量 x 是瞬时值或随时间

而变化。

(2) 按待测物理量与测得的物理量的关系可分直接测量、间接测量和组合测量。

1) 直接测量法 将被测物理量直接与已知真值的同类物理量相比较而得出测量值的方法。

2) 间接测量法 通过对与被测物理量有单值函数关系的物理量的测量, 而间接得出被测物理量的量值的方法。如被测物理量 x 与直接测得的量值 $L_1, L_2, \dots$ 之间有如下函数关系:

$$x = f(L_1, L_2, \dots)$$

图 12-1 所示为间接测量圆弧直径的示意图, 函数关系为:

$$D = \frac{S^2}{4H} + H$$

式中 S ——弦长

H ——弓高

3) 组合测量 若有待测量量 $x_1, x_2, x_3, \dots$, 把这些待测量按不同方式进行组合, 得测量值 $L_1, L_2, L_3, \dots$, 则可列出测量方程式:

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1, x_2, x_3, \dots) &= L_1 \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \dots) &= L_2 \\ &\dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, x_3, \dots) &= L_n \end{aligned} \right\}$$

为了消除随机误差对测量结果的影响, 测量方程的数目应大于被测物理量的数目。然后按最小二乘法求出被测物理量 $x_1, x_2, x_3, \dots$ 的值。

(3) 根据仪器的操作方法可分为直读法、零差法和微差法三种。

1) 直读法 由测量器具上的示值直接读出被测物理量的量值。如用卡尺测量长度, 压力表测量压力等。

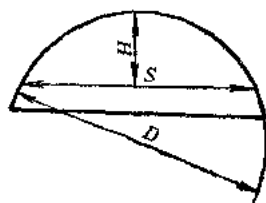


图12-1 测量圆弧直径

2) 零差法 又称平衡法。将被测的量值与一个或几个已知的量值进行比较, 当达到平衡时 (即差值为零), 这个已知的量值就是被测的量值。如用天平测量物体质量, 用自动平衡显示仪表显示被测量值等, 都属于零差法。

3) 微差法 将待测的物理量直接与同它的量值有微小差别的同类已知量 (标准量) 相比较, 而得出这两个量值间的差值的一种测量方法。如在测微仪上测量工件的直径 (图 12-2 所示), 可先用量块 (标准量) 调整

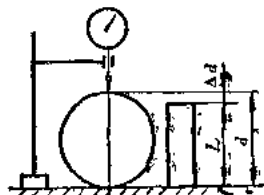


图12-2 微差法

仪器指示某一值, 然后换上被测工件, 此时, 仪器的示值与原指示值之差, 即为工件直径与量块的偏差值。

1-3 静态测量

1-3-1 测量误差

测量误差是指测得的量值 L 与被测量量的真值 L_0 之差, 可用下式表示:

$$\delta = L - L_0$$

在定义中提到的量的真值是理想的概念, 一般地说是不能准确知道的。当然也有个别情况, 如度盘的全部分度角的总和为 360° , 正 n 面棱体内角之和为 $(n-2) \times 180^\circ$ 等。这些由几何定义所确定的真值是正确的, 而这种真值称理论真值 (或绝对真值)。

大多数的物理量的真值是未知的, 但在测量中又需要这个量值。因此, 为了给定目的, 人们共同约定了量的真值来代替真值, 称约定真值。一般说约定真值是非常接近真值的, 就给定目的来说, 其差值可忽略不计。

在实际工作中, 常用仅具有随机误差的多次重复测得值的平均值 L_p 来代替真值。

$$L_p = \frac{L_1 + L_2 + \cdots + L_n}{n}$$

式中 n ——测量次数

用 L_i 代替真值 L_0 后的误差称为剩余误差 v_i ,

$$v_i = L_i - L_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

从 L_0 的表达式中可得出,

$$\sum v_i = 0$$

在测量误差的公式中 δ 称为绝对误差,而在测量中根据不同的需要,测量误差除了用绝对误差表示外,还可用相对误差的形式来表示。相对误差是指绝对误差与测得值 L 的比值,即 δ/L 。

a. 测量误差的分类 按测量误差出现的特性,可分为随机误差、系统误差和粗大误差三大类。

(1) 随机误差 在多次重复测量中,它出现的情况是无规律的。在单次测量中是无法消除的。随机误差的大小决定了测定值的精密度,它反映在相同条件下各次测量值的接近程度。

随机误差每次出现的情况虽无规律,但在相同条件下的大量重复测量中,具有下列特点:

- 1) 正负误差出现的概率相等;
- 2) 绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率要大;
- 3) 绝对值相同的正负误差出现的概率相等;
- 4) 最大的误差不会超出一定的极限值。由于上述特点,由多次重复测量得出的平均值,可以减小随机误差的影响。

随机误差的分布符合正态分布,因而测量列的标准偏差有下列形式:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2}{n}}$$

按测量误差的定义, n 应取无穷大。但在实际工作中,测量次数不可能为无穷大,所以测量误差 δ 是得不到的。在测量次数足够多时,可用剩余误差 v 来代替 δ ,用白塞尔公式有:

$$\sigma = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n - 1}}$$

标准偏差 σ 常被用作一批测量值所组成的测量列的精度参数。除 σ 外也可用偶然误差 ρ 和极限误差 δ_x 作为测量列的精度参数，它们与 σ 的关系如下：

$$\rho = 0.6745 \sigma$$

$$\delta_x = 3 \sigma$$

精度参数的置信概率（即随机误差落在给定的区间内的概率）不同，若以 $\pm \rho$ 为置信区间，则随机误差出现的概率为 0.5；若以 $\pm \sigma$ 为置信区间，则出现的概率为 0.6826；若以 $\pm \delta_x$ 为置信区间，则出现的概率为 0.9973。

（2）系统误差 是指在相同条件下，多次测量同一个量值时，误差的绝对值和符号恒定；或条件改变时，误差按一定规律而变化。系统误差包括已定系统误差和未定系统误差。

1）已定系统误差 是指误差的绝对值和符号均是确定的。它是在测得值中进行修正的。

2）未定系统误差 是指误差的绝对值或符号尚未确定的。对这类误差，一般需要掌握其误差限 $\pm e$ 即可。误差限的意思就是在不利的情況下这项误差不会超过 $\pm e$ 。例如在精密测量中的温度误差，在测量时如果确知被测件，对标准温度 20°C 的偏差。并且，被测件在定温后，其内外温度相当均匀，同时又确知仪器的温度，以及被测件和仪器的线膨胀系数。此时，温度引起的误差即可计算确定。此类误差为已定的系统误差。但由于实验室内温度的波动、被测件定温时间不充分、被测件及仪器受周围热源的影响、被测件与仪器的线膨胀系数的变动等原因。要想确切知道由温度引起的误差是比较困难的。于是常根据环境温度波动的范围和被测件（或仪器）线膨胀系数可能的变动范围等因素，近似地确定由温度引起的误差限。这种由温度引起的误差是未定的系统误差。

（3）粗大误差 超出在规定条件下预计的误差。如使用有缺陷的计量器具等。测量值中如发现粗大误差，则该测量值应剔除。

b. 测量误差的计算

（1）直接测量误差的计算

1) 平均值的精度参数计算 在直接测量中, 如果对一个被测物理量, 在同样条件下进行了 n 次测量, 得出 n 个测量值, 则应从这 n 个测量值中求出测量结果。在这些测量值中, 如果有已知的系统误差, 则应先将其修正后, 再求出 L_p 、 v_i 和 σ 。并用平均值的精度参数来评定测量结果。平均值的标准误差为:

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

平均值的或然误差:

$$R = \frac{\rho}{\sqrt{n}} = \frac{0.6745 \sigma}{\sqrt{n}} = 0.6745 s$$

平均值的极限误差:

$$\lambda_s = \frac{\delta_s}{\sqrt{n}} = \frac{3 \sigma}{\sqrt{n}} = 3 s$$

2) 已定系统误差的综合 设测量过程中有 l 项已定系统误差 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_l$, 由该类误差的性质知, 总的误差应由代数求和得:

$$\Delta_E = \Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_l = \sum_1^l \Delta_i$$

3) 未定系统误差的综合 设测量过程中有 m 项未定系统误差, 由其性质, 可用绝对求和的方法加以综合, 即:

$$e_E = \pm (e_1 + e_2 + \dots + e_m) = \pm \sum_1^m e_i$$

或按方和根法加以综合:

$$e_E = \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_m^2} = \pm \sqrt{\sum_1^m e_i^2}$$

当误差的项数较多时, 方和根法比绝对求和法要符合实际情况, 而当误差项数较少时, 用绝对求和法比较保险。

4) 随机误差的综合 设测量过程中有 n 项随机误差 $\pm \delta_{x1}, \pm \delta_{x2}, \dots$, 大多数情况下, 随机误差是服从正态分布的, 由概率论可

知:

$$\delta_x = \pm \sqrt{\delta_{x_1}^2 + \delta_{x_2}^2 + \dots + \delta_{x_n}^2} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{x_i}^2}$$

5) 测量总误差的计算 当按绝对求和法综合未定系统误差时, 有:

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_{\Sigma} \pm e_{\Sigma} \pm \delta_{\Sigma} = \sum_{i=1}^l \Delta_i \pm \sum_{i=1}^m e_i \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{x_i}^2}$$

当将已定系统误差修正后, 则有:

$$\Delta_{\Sigma} = \pm \sum_{i=1}^m e_i \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{x_i}^2}$$

当按方和根法计算未定系统误差时, 有:

$$\Delta_{\Sigma} = \sum_{i=1}^l \Delta_i \pm \sqrt{\sum_{i=1}^m e_i^2} \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{x_i}^2}$$

若已定系统误差已修正, 则有:

$$\Delta_{\Sigma} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^m e_i^2} \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{x_i}^2}$$

若仿照高斯方式将上式中两项误差加以综合, 则有: }

$$\Delta_{\Sigma} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^m e_i^2 + \sum_{i=1}^n \delta_{x_i}^2}$$

(2) 间接测量总误差的计算 在间接测量中, 为了求得被测物理量的结果 x , 必须把直接测得的量值 $L_1, L_2, \dots$ 代入已知的函数式进行计算。如果测量值中含有已定的系统误差 $\Delta L_1, \Delta L_2, \dots$, 可先将其修正, 然后代入函数式计算。也可不必修正, 而用泰勒定理计算由各个系统误差所组成的综合的系统误差 Δx , 即:

$$\Delta x \approx \frac{\partial f}{\partial L_1} \Delta L_1 + \frac{\partial f}{\partial L_2} \Delta L_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial L_n} \Delta L_n$$

若已知 L_i 的精度参数各为 σ_i , 则 x 的精度参数 σ_x 为:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial L_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial L_n}\right)^2 \sigma_n^2}$$

若 L_i 的精度参数采用其他形式, 上式的形式仍适用。例如用 δ_{xi} , 则 x 的精度参数 δ_{xx} 应为:

$$\delta_{xx} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial L_1}\right)^2 \delta_{x1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L_2}\right)^2 \delta_{x2}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial L_n}\right)^2 \delta_{xn}^2}$$

1.3.2 精度的概念

精密度 表示测量值中随机误差大小的指标。也就是在一个测量过程中, 在同一条条件下进行重复测量时, 所得各测量值之间接近的程度。

正确度 表示测量值中系统误差大小的程度。

精确度 (准确度) 表示测量值中系统误差与随机误差大小的综合指标, 也就是说明测量值与真值的一致程度。

1.4 动态测量

1.4.1 动态分析的任务

动态测量给测量系统带来一系列问题。例如在加工过程中测量工件的外径时, 由于机床主轴的跳动等原因, 作用在测杆上的惯性力超过由测力弹簧等产生的静态测量力时, 测杆会脱离工件表面, 而形成错误的测量信号。又如用弹簧秤测量力时, 当把被测物体放在秤盘上后, 不待秤盘稳定就读数, 使测得值与稳定值不同, 这就是动态误差。有的测量系统响应速度跟不上, 可能产生波形失真, 放大倍率随被测量物理量的频率而变化, 也将产生动态误差。

为了避免或减小动态误差, 必须研究测量系统的动态特性。它的主要任务是:

1) 在给定的工作条件下, 确定动态测量的合理方案和合适的临

界速度，必要的稳定时间，以及合理地选择测量系统的滤波器、阻尼器和测量力等。

2) 分析在给定条件下，测量系统的动态误差。

1.4.2 测量系统的动态误差

测量系统的运动方程可用输出量的微分方程来表示。该微分方程是几阶的，我们就称它为几阶的测量系统。一般常遇到一阶和二阶系统，高阶系统较少见，因此只研究一、二阶系统对不同的输入量的响应。动态误差是输入量 $x(t)$ 与 K （静态放大倍数）分之一的输出量 $y(t)$ 之差。

(1) 阶跃输入 $x(t)$ 和波形图（图 12-3）

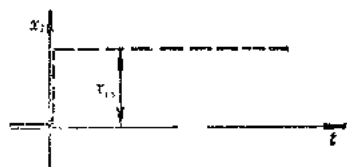


图 12-3 阶跃波形

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ x_1 & t \geq 0 \end{cases}$$

1) 一阶系统的输出 $y(t)$ 和波形图（图 12-4）

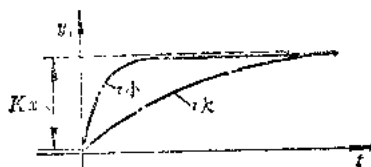


图 12-4 一阶系统的阶跃响应

$$y(t) = Kx_1(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

式中 K ——静态放大倍数

τ —— 系统的时间常数

2) 二阶系统的输出 $y(t)$ 和波形图 (图 12-5)

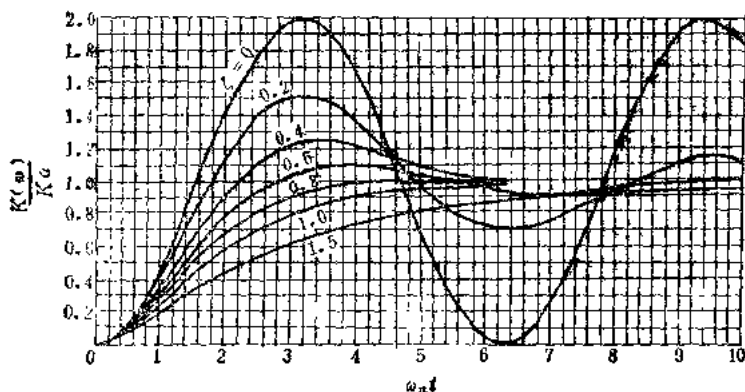


图12-5 二阶系统的阶跃响应

$$y(t) = Kx_s \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t + \sin^{-1} \sqrt{1-\xi^2}) \right]$$

式中 K 和 τ 与一阶系统的相同

ξ —— 系统的阻尼系数

ω_n —— 系统的固有频率

(2) 斜升输入 $x(t)$ 和波形图 (图 12-6)

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \dot{x}(t)t, & t > 0 \end{cases}$$

1) 一阶系统的输出 $y(t)$ 和波形图 (图 12-7)

$$y(t) = K\dot{x}(t) \left[t - \tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right]$$

2) 二阶系统的输出 $y(t)$ 和波形图 (图 12-8)

$$y(t) = K\dot{x}(t)t - K\frac{2\xi\dot{x}(t)}{\omega_n} \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \times \sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t + \lg^{-1} \frac{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}{2\xi^2-1}\right) \right]$$

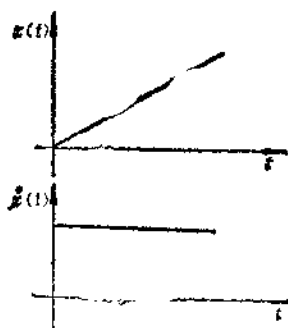


图12-6 斜升波形

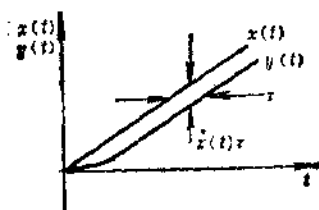


图12-7 一阶系统的斜升响应

(3) 正弦输入

$$x(t) = \sin \omega t \quad t > 0$$

1) 一阶系统对正弦输入的响应

$$\frac{y(t)}{x(t)}(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega\tau} = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \angle -\lg^{-1}(-\omega\tau)$$

$$\text{幅频特性 (图 12-9 a)} \quad K(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

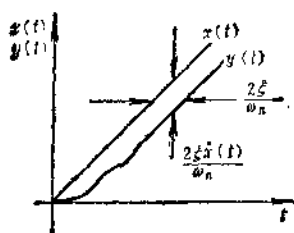


图12-8 二阶系统的斜升响应

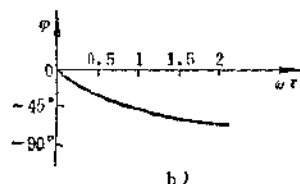
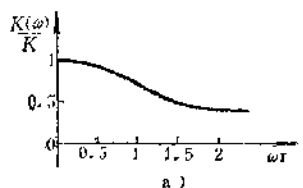
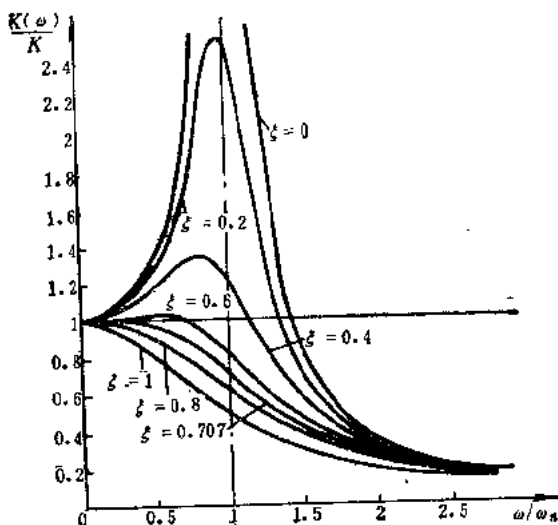


图12-9 一阶系统的幅频和相频特性

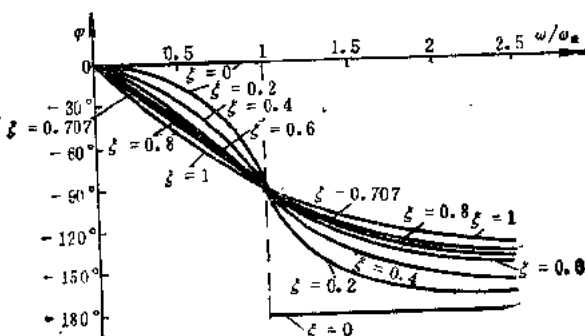
相频特性 (图 12-9 b) $\varphi(\omega) = \text{tg}^{-1}(-\omega r)$

2) 二阶系统对正弦输入的响应

$$\frac{y(t)}{x(t)} (j\omega) = \frac{K}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + 2j\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}$$



a)



b)

图12-10 二阶系统的幅频和相频特性

$$\text{幅频特性 (图 12-10 a) } K(\omega) = \frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

$$\text{相频特性 (图 12-10 b) } \varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \left(-\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right)$$

在不同的最大允许动态相对误差 $\delta = [K(\omega) - K]/K$ 下, 最佳阻尼系数和最高允许角频率的选取数据见表 12-1。

表 12-1 最佳阻尼系数与最高允许角频率的选取

δ	最佳阻尼系数 ζ	最高允许角频率相对值 ω/ω_n
0	0.707	0
0.005	0.671	0.491
0.01	0.656	0.584
0.025	0.625	0.735
0.05	0.590	0.874
0.10	0.540	1.039

2 长度、角度和形状的工作基准

2.1 线纹尺

线纹尺是量值传递系统中一种实物标准。它是以两条线间的垂直距离来确定其长度的。

线纹尺的材料经时效后, 其形状和尺寸变化很小, 易于精密加工和刻线; 且耐腐蚀、不易损伤。一般采用镍钢、不锈钢等材料制作, 横截面一般为 H 形。200mm 以下的线纹尺一般用热膨胀系数与钢接近的光学玻璃 F₀, 一般有 100mm, 200mm 两种, 尺子横截面为矩

形。

线纹尺的技术指标见表 12-2。

表 12-2 线纹尺的技术指标

线纹尺等级	材料	热膨胀系数 α 10~30°C	材料稳定性 1/年	极限检定误差 δ_x μm
一等	金属	$11.5 \pm 0.3 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	$\geq \pm 0.5 \mu\text{m}/\text{m}$	$\pm (0.1 + 0.4 L)$
	光学玻璃	$10 \pm 0.5 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	$\geq 0.15 \mu\text{m}/100\text{m}$ $\geq 0.2 \mu\text{m}/200\text{m}$	$\pm (0.1 + 0.5 L)$
二等	金属	$11.5 \pm 0.5 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	$\geq \pm 1 \mu\text{m}/\text{m}$	$\pm (0.2 + 0.8 L)$
	光学玻璃	$10 \pm 1 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	$\geq 0.35 \mu\text{m}/100\text{m}$ $\geq 0.5 \mu\text{m}/200\text{m}$	$\pm (0.2 + 1.5 L)$
三等	金属			$\pm (5 + 10 L)$

注: L ——被检线纹尺的长度 m 。

2.2 量块

量块是一种端面为矩形的端面量具,它用于长度单位的复制、保持和尺寸的传递;用于检定或校准长度测量仪器和量具等。

2.2.1 量块尺寸的定义

(1) 量块的中心长度 量块工作面上中心的一点至与量块另一工作面相研合的表面(其品质和材料与量块一致的面)的重直距离。

(2) 量块的平面平行性偏差 量块工作面上任意点之长度与其中心长度间差值中绝对值最大者(距棱边 0.5mm 部分不计在内)。

2.2.2 量块的等和级的含意

按不同的精确度的要求规定,相应量块实际中心长度与公称尺寸的差值和平面平行性偏差所容许的不同范围(制造极限偏差),称为不同的“级”。量块按公称尺寸使用。

量块可作为标准量具进行量值传递,为了提高量值传递的精确

表12-3 量块5个级的相应数据

公 称 尺 寸	等 级 的 要 求									
	0		1		2		3		4	
	中心长度极限偏差近似公式 $\pm \mu\text{m}$									
mm	$(0.10+2) \times 10^{-3} (l)$		$(0.20+3.5) \times 10^{-3} (l)$		$(0.5+5 \times 10^{-3} l)$		$(1.0+10) \times 10^{-3} (l)$		$(2.0+20) \times 10^{-3} (l)$	
	中心长度极限偏差	平面平行性允许偏差	中心长度极限偏差	平面平行性允许偏差	中心长度极限偏差	平面平行性允许偏差	中心长度极限偏差	平面平行性允许偏差	中心长度极限偏差	平面平行性允许偏差
— 10	0.10	0.10	0.20	0.20	0.50	0.20	1.00	0.40	2.00	0.40
10~18	0.15	0.10	0.25	0.20	0.60	0.20	1.00	0.40	2.00	0.40
18~30	0.15	0.10	0.30	0.20	0.60	0.20	1.00	0.40	2.00	0.40
30~50	0.20	0.12	0.35	0.25	0.70	0.25	1.50	0.50	3.00	0.50
50~80	0.25	0.12	0.45	0.25	0.80	0.25	1.50	0.50	3.00	0.50
80~120	0.30	0.15	0.60	0.30	1.00	0.30	2.00	0.60	4.00	0.60
120~180	0.40	0.15	0.75	0.30	1.20	0.30	2.50	0.60	5.00	0.60
180~250	0.50	0.20	1.00	0.40	1.50	0.40	3.50	0.80	7.00	0.80
300	0.70	0.20	1.20	0.40	2.00	0.40	4.00	0.80	8.00	0.80
400	0.80	0.25	1.50	0.50	2.40	0.50	4.50	1.00	10.0	1.00
500	1.00	0.25	1.80	0.50	2.80	0.50	6.00	1.00	12.0	1.00
600	1.20	0.30	2.20	0.60	3.50	0.60	7.00	1.20	14.0	1.20
700	1.40	0.30	2.50	0.60	4.00	0.60	8.00	1.20	16.0	1.20
800	1.60	0.30	3.00	0.60	4.50	0.60	9.00	1.20	18.0	1.20
900	1.80	0.30	3.50	0.60	5.00	0.60	10.0	1.20	20.0	1.20
1000	2.00	0.30	4.00	0.60	6.00	0.60	11.0	1.20	22.0	1.20

注：式中 l ——量块公称尺寸 mm。