

192

0141-1

897

基础逻辑

孙明湘 谭希培 编著

中南大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

基础逻辑/孙明湘,谭希培编著. —长沙:中南大学出版社,2002.3
ISBN 7-81061-541-6

I. 基... II. ①孙... ②谭... III. ①命题逻辑②谓词逻辑 IV. 0141

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 018485 号

基础逻辑

孙明湘 谭希培 编著

-
- 责任编辑 李昌佳
 出版发行 中南大学出版社
社址:长沙市麓山南路 邮编:410083
发行科电话:0731-8876770 传真:0731-8829482
电子邮件:csucbs @ public. cs. hn. cn
 经 销 湖南省新华书店
 印 装 中南大学铁道印刷厂
-

- 开 本 850×1168 1/32 印张 7.5 字数 185 千字
 版 次 2002 年 4 月第 1 版 2002 年 4 月第 1 次印刷
 印 数 0001—3000
 书 号 ISBN 7-81061-541-6/B·016
 定 价 12.80 元
-

图书出现印装问题,请与经销商调换

前 言

“全面实现我国逻辑学研究的现代化，与国际逻辑学研究水平接轨”，这是 20 世纪 90 年代初，我国逻辑学界所确立的战略目标。为实现这一目标，基础的工作是在大学所有相关专业开设现代逻辑课程。这一工作，在我们中南大学已初见成效。本书就是我们在应用数学与应用软件系、信息工程学院、文法学院讲授数理逻辑的基础课和文化素质课的基础上，编撰完成的。

本书的内容为一阶逻辑，包括命题演算和谓词演算。共五章。第一章讲述逻辑学的研究对象和方法；第二、四章给出两个演算的非形式描述；第三、五章给出两个演算的形式系统，各演算又包括两个等价的公理系统和自然推理系统。在讲述中，既给出严密的形式系统，同时又注意讲清形式化方法的思想。章节后附有针对性的练习，以帮助学习者熟练掌握相关的理论和技巧。

一阶逻辑是数理逻辑最基本的内容，本书故名《基础逻辑》。

本书可作为高校文理工各专业的基础课或文化素质课教材，也可作为现代逻辑爱好者的自学教材或基础读物。

本书的不当之处在所难免，敬请同仁和读者批评指正。

作 者

2001 年 10 月于中南大学

目 录

第一章 导 论	(1)
第一节 逻辑学的研究对象	(1)
第二节 逻辑学的研究方法	(5)
第二章 命题逻辑的基础理论	(9)
第一节 复合命题	(9)
第二节 真值形式	(16)
第三节 真值函项 重言式	(23)
第四节 复合命题的推理形式	(31)
第五节 重言式的判定	(39)
第六节 范式	(45)
第七节 复合命题推理的形式证明	(54)
第三章 命题逻辑的形式系统	(68)
第一节 公理演算—— P 系统的出发点	(69)
第二节 P 系统定理的证明	(75)
第三节 P 系统定理的演绎	(82)
第四节 自然演算—— NP 系统	(88)
第五节 命题逻辑的系统特征	(98)
第四章 谓词逻辑的基础理论	(107)
第一节 个体词 谓词 量词	(108)
第二节 基本命题的谓词符号化	(113)
第三节 谓词公式的定义和解释	(128)
第四节 普效式及其判定	(136)
第五节 前束范式和斯科伦范式	(141)

第六节	谓词公式的形式证明(一)·····	(150)
第七节	谓词公式的形式证明(二)·····	(160)
第五章	谓词逻辑的形式系统 ·····	(176)
第一节	公理演算 QP 系统的出发点·····	(176)
第二节	QP 系统的导出推理规则和定理的证明 ·····	(185)
第三节	自然演算—— QNP 系统 ·····	(202)
第四节	谓词演算系统的一致性和完全性·····	(214)
第五节	带等词的谓词演算·····	(227)

第一章 导 论

第一节 逻辑学的研究对象

逻辑学是研究推理或证明形式有效性的科学。

推理是从一个有限的命题集(前提)中引出一个新的命题(结论)的思维过程。

例 1 因为如果你喜欢逻辑,则你喜欢数学。

你不喜欢数学。

所以你不喜欢逻辑。

例 2 因为如果你喜欢逻辑,则你喜欢数学。

你不喜欢逻辑。

所以你不喜欢数学。

逻辑学不关心推理活动中的心理情感、内容素材等因素,只关心推理的前提和结论是否存在一种必然的“推出”关系。这种“推出”关系,与一推理的前提或结论的内容无关,只与该推理的结构或推理的逻辑形式(简称推理形式)相关,这种与推理形式相关的“推出”关系就是推理形式的有效性。为了表达推理形式的方便,上述推理二例,是从具体思维中经过整理并简化所得到的,其中跟随“因为”的命题,表示前提,跟随“所以”的命题,表示结论。联结词“因为……所以……”表示从前提到结论可能有的“推出”关系。逻辑学要研究推理形式的有效性,必须首先研究组成推理形式的命题形式以及命题形式之间的逻辑关系,如真假关系、蕴涵关系等。命题形式由逻辑常项和逻辑变项组成。逻辑常项是表示或规

定命题或推理结构的词项,它包括命题联结词、量词和模态词等;逻辑变项(简称变项)是指在命题或推理的结构中可填入的具有任意内容的词项或命题,通常用一些符号来表示,如 $x, y, z; F, G, S; p, q, r$ 等。例如:

(1)如果你喜欢逻辑,则你喜欢数学。

(2)如果下雨,则马路湿。

(3)如果摩擦物体,则物体生热。

(4)如果香蕉黄了,则它们熟了。

以上四个命题都有相同的结构,表现这类命题结构的词是逻辑常项,即联结词“如果,则”;前后被联结的两个命题,其内容都是不同的,即命题结构中变项,可分别用符号 p, q 表示,由于每一个符号都表示一个简单的命题,因此也称命题变项。上述命题的结构为:

如果 p , 则 q 。

当我们得到一推理中表示前提和结论的命题形式时,再加上表示推理的联结词“因为,所以”,我们便得到一推理形式。例 1 和例 2 的推理形式是:

(1)因为如果 p , 则 q 。

非 q 。

所以非 p 。

(2)因为如果 p , 则 q 。

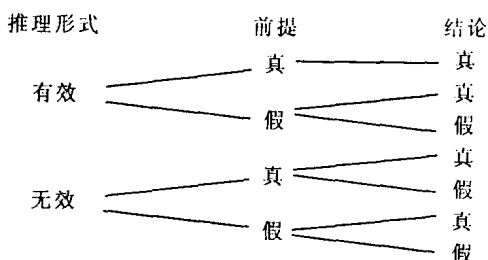
非 p 。

所以非 q 。

所谓推理形式的有效性问题,包括两个方面:一是指推理形式是有效的(也称推理有效式),二是指推理形式是无效的(也称推理无效式)。一推理形式是有效的,当且仅当具有此推理形式的任一推理(即其推理形式的任一推理实例)都不出现前提真而结论假。简便地说,一推理形式是有效的,即如果该推理的前提是真的,则

其结论不可能是假的,也即前提与结论有必然的“推出”关系(也称蕴涵关系);一推理形式是无效的,当且仅当具有此推理形式的任一推理其前提真时,其结论不必然真,也即相同形式下的推理实例,如果前提都是真的,则有的结论是真的,有的结论是假的。上述例1的推理形式是有效的,即无论把 p, q 换以任何素材的命题,只要前提命题“如果 p ,则 q ”和“非 q ”是真的,则结论命题“非 p ”必然是真的。上述例2的推理形式是无效的,即当前提的命题形式:如果 p ,则 q 和非 p (p, q 是任何命题)是真的时,结论的命题形式:非 q 有时是真的,有时是假的。

命题总是或者为真,或者为假,命题的真假叫做命题的真值,命题或命题形式的真值是命题的逻辑性质,推理或推理形式的有效性是推理的逻辑性质,二者有很密切的联系:



由上可知,推理形式中,前提和结论的真假关系只有一种是确定的,即前提真而结论真,或者说前提真而结论不能假。这是判定一推理是否有效的惟一根据。而另外三种真假关系是不确定的,即一推理形式有效而前提是假的,则结论可真可假,一推理形式无效而前提无论真假,其结论都是可真可假的。需要强调的是,一个有效的推理,其前提和结论都可能是假的。例如:

如果 $1+1=2$,则 $1+2=3$ 。

并非 $1+2=3$ 。

所以,并非 $1+1=2$ 。

这是按照前面有效式给出的一个前提假(前提中至少有一个假)结论假而形式有效的推理。其有效性表现在:如果它的前提是真的,则结论一定是真的,即使事实上它是假的。同样,一个无效的推理,其前提和结论都可能是真的。例如:

如果 $1+1 \neq 2$, 则 $1+2 \neq 3$ 。

$1+1=2$ 。

所以, $1+2=3$ 。

这是按照前面无效式给出的一个前提真结论真而形式无效的推理,当我们把该推理与另一个具有相同形式的推理相比较,它的无效性就变得明显了:

如果谁是湖南人,谁就是中国人。

金庸不是湖南人。

所以,金庸不是中国人。

这个推理显然是无效的,因为它的前提是真的,而结论是假的。给出一个具体的推理,使得其前提真而结论假,这是证明该推理形式无效的方法,该方法也叫解释的方法。解释的方法不能确定一个推理是有效的,因为一个推理形式的解释是不可穷尽的。如果仅根据推理结论的假,则并不能确定推理无效,但能确定:或者推理无效,或者前提至少有一假。

要确定一个推理或证明的结论一定是真的,必须满足两个条件:一是前提是真的;二是推理形式是有效的。我们称这样的推理是完善的。一般来说,确定前提的真或假是具体科学研究的任务,而确定推理的有效或无效则是逻辑学的特殊职责,逻辑学的任务或对象就是告诉人们如何将有效的推理形式与无效的推理形式区别开来。

逻辑学将推理分为演绎推理和归纳推理两大类型。演绎推理是可从形式上判定一个推理有效性的推理,归纳推理是不能从形式上判定一个推理有效(通常称可靠、合理)性的推理。本书所说

的推理,只指演绎推理,因此,本书的逻辑也仅限于演绎逻辑。

演绎逻辑又分为基础逻辑和应用逻辑,或称标准逻辑和非标准逻辑。基础逻辑也叫一阶逻辑,包括命题逻辑和谓词逻辑;非标准逻辑是对基础逻辑的扩充或应用,它包括模态逻辑、时态逻辑、道义逻辑、认知逻辑、问句逻辑、直觉主义逻辑、多值逻辑、模糊逻辑、量子逻辑等,本书仅介绍一阶逻辑,其中第二、三章讲授命题逻辑,第四、五章讲授谓词逻辑。

第二节 逻辑学的研究方法

逻辑在研究推理形式有效性的过程中,所运用的最一般、最重要的方法是形式化的方法,即用形式化方法来研究和判定推理形式的有效性。所谓形式化的方法,是将一套特制的人工符号(形式语言)应用于演绎体系以使其严格化、精确化的研究方法。它包括符号化和系统化两个步骤或环节。

所谓符号化,就是将推理或推理形式符号化(其中的常项未用符号表示)。首先它把命题形式的两个要素:变项和常项符号化。例如,在命题逻辑中,命题变项符号为 p, q, r, \dots 逻辑常项是命题联结词“并非”,“并且”,“或者”,“如果,则”等,它们的符号为 $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$ 等(表示推理关系的联结词“因为,所以”也可用该符号表示)。其次是把推理或论证从其部分到整体符号化,即把命题或推理转换为符号公式或叫符号串。如果运用推理规则或变形规则(也可用符号公式表示)从前提公式通过变形而得到结论公式(这种转换或变形称做形式证明或形式推演),则表明该推理是有效的。下面我们给出一个形式证明的例子。

先给出一个具体的推理:

如果今年春雨来得早,则我们能及时插秧。

如果我们能及时插秧,则我们不愁学费。

如果我们不愁学费,则弟妹们会很快活。

但如果今年春雨迟来,则我们要进城做买卖。

如果我们进城做买卖,则弟妹们也会很快活。

所以,不管今年春雨早来或迟来,则弟妹们都会很快活。

再对上述推理形式符号化,即给出下列符号公式:

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\neg p \rightarrow t) \wedge (t \rightarrow s)) \rightarrow (p \vee \neg p \rightarrow s)$$

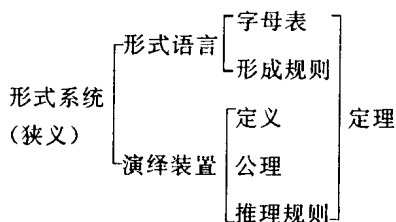
最后给出上述推理的形式证明:

证	1. $p \rightarrow q$	P (前提)
	2. $q \rightarrow r$	P
	3. $r \rightarrow s$	P
	4. $\neg p \rightarrow t$	P
	5. $t \rightarrow s$	$P \therefore p \vee \neg p \rightarrow s$
	6. $p \rightarrow r$	(运用变形规则:从 $A \rightarrow B$ 和 $B \rightarrow C$ 可得 $A \rightarrow C$,即从 1,2 得 6)
	7. $p \rightarrow s$	(运用上述相同规则,从 6,3 得 7)
	8. $\neg p \rightarrow s$	(运用上述相同规则,从 4,5 得 8)
	9. $p \vee \neg p \rightarrow s$	(运用变形规则(略),从 7,8 得 9 即结论) 证毕。

运用变形规则从公式 1~5 推出中间结论 6,7,8 和最后结论 9,说明该推理形式有效。在逻辑中确定一个推理有效性的方法,主要是形式证明方法,除此外,还有真值表方法、范式方法等,它们都归属于形式化方法。

所谓系统化,是在符号化的基础上,将一范围内所有有效的推理形式构成一形式系统。一形式系统包括形式语言和演绎装置两个部分。前部分包含两个要素:字母表和形成规则。字母表规定了该系统的初始符号,它是构成命题或推理形式的变项和逻辑常项以及辅助性符号,若要使用这些符号之外的符号,则要通过定义引进;形成规则规定了由初始符号如何组成合式公式,它是本系统

认可的命题或推理形式。后部分又包括定义、公理和变形规则。公理是作为演绎出发点的初始公式(可空);变形规则也是推理规则,它为从公理推出定理提供可靠性保证。由公理、推理规则和所有定理所构成的形式系统就是一个逻辑真理或推理有效式的集合。如果一形式系统含有公理,该系统称公理演算,如果一形式系统没有公理,仅由推理规则推出定理,该系统称自然演算。两种演算代表两种不同的演绎方法,但二者是等价的,即二者有等强的形式推演能力,或者说,二者有相同的定理集。本书所介绍的一阶逻辑,既给出公理演算,也给出自然演算。形式系统的构成,图示如下:



严格地说,一形式系统(广义)除了上述语法部分(狭义的形式系统或称逻辑语法学)外,还有语义部分(称逻辑语义学),即对初始符号、公式、规则的解释(解释是把形式系统与一定的对象域连接起来,从而赋予初始符号和公式以一定的意义)。形式化方法也包括对形式系统的解释理论。

建立和研究一形式系统,要使用两种语言:对象语言和元语言。对象语言是用来构造和描述逻辑对象即命题或推理形式的语言(语言是命题或推理的载体和存在形式,逻辑是通过语言来研究命题或推理形式的),它是某种特定的人为的符号语言,如形式系统中的字母、公式等都属于对象语言。元语言是用来讨论对象语言的语言,也称逻辑工具语言。当我们提及符号、讲述符号的使用时,当我们给出用来构造和描述逻辑对象的规则时,当我们对符号

和公式作出解释时，一句话，当我们讨论形式语言的语法和语义时，我们就要使用不同于被构造、被解释的对象语言的另一种语言，这种语言就是元语言。元语言一般是我们日常使用的自然语言，此外还需增加一些特制的表意的语法符号，如形式系统中的形成规则、变形规则等。它们是对形式语言语法的讨论，是语法元语言；对形式语言及其规则的语义解释，是语义元语言。当我们要讨论一个逻辑系统的问题如系统是否存在矛盾时，也要使用元语言。本书对一阶逻辑系统的可靠性、完全性等元逻辑问题也给出讨论。

第二章 命题逻辑的基础理论

命题逻辑是现代逻辑的基本组成部分,也称“联结词逻辑”。它是研究以简单命题为最基本单位,由命题联结词,如“并且”、“或者”、“如果,则”等所构成的复合命题的逻辑特征及其推理有效性的逻辑理论,它包括复合命题的逻辑形式、规律(推理有效式)、命题演算(形式系统)等内容。本章介绍命题逻辑的非形式系统的基础理论。

第一节 复合命题

命题是指或者真或者假的句子,一般为反映事物情况的陈述句。

命题的真或假称做命题的真值。一个命题真,我们称这命题有真的真值。一个命题假,我们称这命题有假的真值。真值,在下文中简称值。一阶逻辑只考虑命题的真值,不考虑命题的其他意义内容(如心理的、情感的内容等),因而又叫“二值外延逻辑”。

命题可分为两类:简单命题和复合命题。简单命题又叫原子命题,它是不再包含其他命题作为其组成部分的命题。例如“长沙是历史名城”。复合命题则是有其他命题作为其组成部分的命题。例如“长沙不仅是历史名城而且是现代都市”、“并非岳麓山是巍峨壮丽的”。复合命题的组成部分亦称复合命题的支命题。

命题的真值中,无论是简单命题还是复合命题,其真假情况都由它们是否如实地反映了客观事实来决定。但是,除此之外,有的复合命题的真值还具有一种特殊的性质,即它们的真值都由其支

命题的真值所决定。这样的复合命题,由于其真值是其支命题真值的函项,因而也称之为真值函项复合命题。当然,也有的复合命题,其真值并不取决于其支命题的真值,例如“哲学家认为宇宙是有限的”、“奥古斯丁(中世纪基督教哲学家)相信上帝是存在的”等这类以“认为”、“相信”为联结词所组成的复合命题,无论其支命题“宇宙是有限的”、“上帝是存在的”是真是假,原命题都是真的。这样的命题称非真值函项复合命题,它们通常成为广义模态逻辑或内涵逻辑的研究对象。而一阶逻辑一般将非真值函项复合命题划入简单命题中处理,主要研究以下真值函项复合命题。

(一)联言命题,即反映几种事物情况都存在的复合命题。表现“几种事物情况”的是几个简单命题,表现几种事物情况“都存在”的是联结词“并且”。因此,联言命题,也即由联结词“并且”联结几个支命题(称联言支)构成的命题。例如:

中国是历史悠久的国家并且是人口众多的国家。

李白和杜甫都是唐朝诗人。

鲁迅是伟大的文学家、思想家、革命家。

在自然语言中,联言命题的联结词的语言表达形式是多种多样的,例如:“既,又”;“不但,而且”;“虽然,但是”等。这些联结词虽然都有其具体的含义,但它们共同的含义就是表示几种事物情况都存在,因此,我们用一个联结词来概括它们,即“并且”。

联言命题所反映的是几种事物情况都存在,也就是要求它的每一个支命题都是真的。因而,只有当所有联言支都真时,联言命题才是真的。当有一个联言支假时,联言命题就是假的。命题的这种真值情况,我们称之为命题的逻辑含义或逻辑性质。

(二)选言命题,即反映在几种事物情况中至少有一种存在的复合命题。由于“几种事物情况”可以是相容的也可以是不相容的,选言命题又分为相容的选言命题和不相容的选言命题。

1. 相容的选言命题,是反映事物的几种可能情况可以同时存

在,即是用联结词“或者”(“可能”、“可以”)联结几个支命题(也称选言支)构成的命题。例如:

他或者是诗人,或者是小说家,或者是戏剧家。

胜者或因其强,或因其指挥无误。

他发高烧,可能是患感冒,可能是患肺炎,也可能是因其他炎症。

相容选言命题的逻辑含义是:只要有一个选言支为真(可以同真)时,相容选言就是真的。只有当所有选言支都假时,相容选言命题才是假的。

2. 不相容选言命题,是反映事物情况有几种可能性,而这些可能性不能同时实现,只能有一种情况实现。它是用联结词“要么,要么”(“不是,就是”)联结几个支命题(选言支)构成的命题。例如:

他要么是湖南人,要么是四川人。

不是鱼死,就是网破。

5月1日要么放假,要么不放假。

不相容选言命题的逻辑含义是:当选言支都真,或选言支都假时,不相容选言命题是假的。当仅有一个选言支真时,不相容选言命题才是真的。

在自然语言中,联结词“或者”既可以表示相容性,也可以表示不相容性。当二者不明确而需要区别时,除了相容的用“或者”、不相容的用“要么”外,不相容选言命题还可以用“或者”等,再加上一些辅助性语词如“二者不可兼”等。例如:

他可以当系主任,也可以当系党总书记,但二者不可兼。

或者你听错了,或者我说错了,但不可能我们都错了。

(三)假言命题,也称条件命题,它是反映某一事物情况存在是另一事物情况存在的条件的复合命题。它包括两个支命题,其中表示某条件的支命题称做前件,表示某条件下结果的支命题称做

后件。前、后件的条件联系有三种：充分条件、必要条件、充要（充分而必要）条件。因此，假言命题也有三种：充分条件假言命题、必要条件假言命题、充要条件假言命题。

1. 充分条件假言命题，即反映某一事物情况是另一事物情况的充分条件的命题，也即反映前后件之间有充分条件联系的命题。表示“充分条件联系”的联结词是“如果，则”，其中，跟随“如果”的假言支是前件，跟随“则”的假言支是后件。也可以说，充分条件假言命题是由联结词“如果，则”联结两个假言支（前件和后件）所构成的命题。例如：

如果下雨，则马路湿。

如果摩擦物体，则物体生热。

上两例是说，下雨是马路湿的充分条件，摩擦物体是物体生热的充分条件。

所谓充分条件是：有甲乙两种情况，甲情况产生，乙情况一定产生；甲情况不产生，乙情况可能产生，也可能不产生，这时，甲情况便是乙情况的充分条件。反映在充分条件假言命题中的充分条件可以表示为：前件是后件的充分条件，即有前件，就有后件；没有前件，后件可能有，也可能没有。充分条件联系是客观情况间多条件联系之一。所谓多条件联系，就是许多条件当中的任何一个都可以单独导致某一相同后果的条件联系。或者说， A, B, C, D, E 都是事物情况，如果 A, B, C, D 当中的任何一个都可单独导致 E ，那么 A, B, C, D 与 E 的联系就叫做多条件联系， A, B, C, D 的全体就叫做 E 的多条件，其中任何一个条件就是 E 的充分条件。例如，下雨是马路湿的充分条件，即下雨了，马路一定会湿。没有下雨，马路可能湿，也可能不会湿。因为，导致马路湿这个结果的条件是个多条件，而下雨只是其中一个条件，有了这个条件，就一定有马路湿这个结果；没有这个条件，但有其他条件如洒水、泛滥、融雪等，也会有马路湿这个结果，如果其他条件也没有，也就没有马