

高中代数 练习册

DS

(第二册)

DAISHU

北京市教育局教学研究部
北京教育出版社

高中代数练习

(第二册)

北京市教育局教学研究室 编

北京教育出版社

高中代数练习册（第二册）

Gaozhong daishu lianxice (dierce)

北京市教育局教学研究部 编

*

北京教育出版社出版

（北京北三环中路6号）

北京市新华书店发行

中国青年出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 3印张 64000字

1991年7月第1版 1991年7月第1次印刷

印数 1—40200

ISBN 7-5303-0227-2/G·205

定 价：1.10元

编写说明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，我们遵照国家教委等有关部门通知的精神，组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中练习册。练习册包括：语文、英语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习册是依据现行的教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，既体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际学习水平，数学、化学、物理学科的练习题分为A、B两组。A组题为基础题，B组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

本册由明知白、蒋佩锦、阎祝三编写。我部数学教研室负责统编、审定。

编写全市统一的高中练习册，我部还是初次，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

北京市教育局教学研究部

1990年12月

1990.7

目 录

第一章 反三角函数和简单三角方程.....	(1)
一 反三角函数.....	(1)
习题一 (A组)	(1)
习题一 (B组)	(10)
二 简单三角方程.....	(12)
习题二 (A组)	(12)
习题二 (B组)	(13)
复习题一 (A组)	(15)
复习题一 (B组)	(16)
第二章 数列与数学归纳法.....	(18)
一 数列.....	(18)
习题三 (A组)	(18)
习题三 (B组)	(21)
习题四 (A组)	(23)
习题四 (B组)	(26)
二 数学归纳法.....	(28)
习题五 (A组)	(28)
习题五 (B组)	(29)
复习题二 (A组)	(30)
复习题二 (B组)	(33)
第三章 不等式.....	(36)
习题六 (A组)	(36)

习题六 (B 组)	(40)
习题七 (A 组)	(42)
习题七 (B 组)	(45)
复习题三 (A 组)	(46)
复习题三 (B 组)	(48)
第四章 行列式和线性方程组	(50)
习题八 (A 组)	(50)
习题八 (B 组)	(51)
习题九 (A 组)	(51)
习题九 (B 组)	(53)
复习题四 (A 组)	(55)
复习题四 (B 组)	(56)
第五章 复数	(57)
一 复数的概念	(57)
习题十 (A 组)	(57)
习题十 (B 组)	(60)
二 复数的运算	(61)
习题十一 (A 组)	(61)
习题十一 (B 组)	(64)
三 复数的三角形式	(67)
习题十二 (A 组)	(67)
习题十二 (B 组)	(73)
复习题五 (A 组)	(75)
复习题五 (B 组)	(78)
总复习题 (A 组)	(81)
总复习题 (B 组)	(86)

第一章 反三角函数和 简单三角方程

一 反三角函数

习题一 (A组)

1. 选择题: (将正确答案的代号填在题后的括号内)

(1) 下列函数中存在反函数的是 ()

A. $y = \sin x \ (x \in [0, 2\pi])$.

B. $y = \sin x \ (x \in (-\pi, \pi))$.

C. $y = \sin x \ (x \in (-\infty, +\infty))$.

D. $y = \sin x \ (x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}])$.

(2) $\sin \theta = m \ (\theta \in (-\pi, -\frac{\pi}{2}))$, 则 θ 可以表示

成 ()

A. $\pi + \arcsin m$.

B. $\pi - \arcsin m$.

C. $-\pi + \arcsin m$.

D. $-\pi - \arcsin m$.

(8) $\arcsin \left[\sin \left(-\frac{7\pi}{5} \right) \right]$ 的值等于 ()

A. $-\frac{7}{5}\pi$.

B. $\frac{8}{5}\pi$.

$$C. \frac{2}{5}\pi.$$

$$D. -\frac{2}{5}\pi.$$

(4) 若 $\arcsin x > \sqrt{2}$, 则 x 的取值范围是 ()

$$A. \sqrt{2} < x < \frac{\pi}{2}.$$

$$B. \sin\sqrt{2} < x \leq 1.$$

$$C. \sin\sqrt{2} < x \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$D. 0 < x \leq \sqrt{2}.$$

(5) 函数 $y = \arcsin(\lg x)$ 的定义域是 ()

$$A. x > 0.$$

$$B. x \geq \frac{1}{10}.$$

$$C. 0 < x \leq 10.$$

$$D. \frac{1}{10} \leq x \leq 10.$$

(6) 函数 $y = (\arcsin x)^2 + 2\arcsin x - 1$ 的最大值是 M , 最小值是 m , 则 ()

$$A. m = \frac{\pi^2}{4} - \pi - 1, M \text{ 不存在}.$$

$$B. m = \frac{\pi^2}{4} - \pi - 1, M = \frac{\pi^2}{4} + \pi - 1.$$

$$C. m = -2, M = -1.$$

$$D. m = -2, M = \frac{\pi^2}{4} + \pi - 1.$$

(7) 设 $\alpha = \frac{4}{3}\pi$, 则 $\arccos(\cos \alpha)$ 等于 ()

$$A. \frac{4}{3}\pi.$$

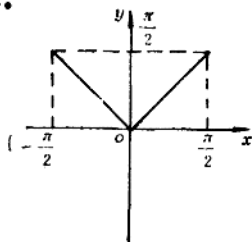
$$B. -\frac{2}{3}\pi.$$

$$C. \frac{2}{3}\pi.$$

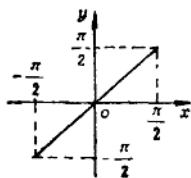
$$D. \frac{\pi}{3}.$$

(8) 函数 $y = \arccos(\cos x)$ ($x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$) 的图像是图 1 中的 ()

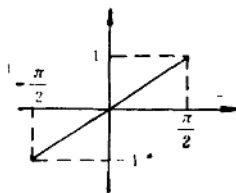
A.



B.



C.



D.

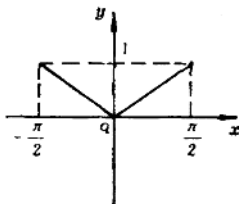


图 1

(9) 若 $x \in [-1, 0]$, 则下列各式中正确的是 ()

A. $\pi - \arccos(-x) = \arcsin\sqrt{1-x^2}$.

B. $\pi - \arcsin(-x) = \arccos\sqrt{1-x^2}$.

C. $\pi - \arccos x = \arcsin\sqrt{1-x^2}$.

D. $\pi - \arcsin x = \arccos\sqrt{1-x^2}$.

(10) 若 $a = \arcsin \frac{1}{8}$, $b = \arctg \sqrt{2}$,

$c = \arccos \frac{3}{4}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$.
C. $c < b < a$. D. $b < c < a$.

(11) 若函数 $y = \operatorname{tg}(\arctg 2x)$, $y = \arctg(\operatorname{tg} 2x)$,
 $y = \sin(\arcsin 2x)$ 的图象分别记作 l_1, l_2 和 l_3 , 则, ()

- A. l_1, l_2 和 l_3 都相同.
B. 只有 l_1, l_2 相同.
C. 只有 l_1, l_3 相同.
D. l_1, l_2 和 l_3 都不相同.

(12) 若 α 是钝角, 则下列各式中正确的是 ()

- A. $-\frac{\pi}{2} < \arctg(\cos \alpha) < -\frac{\pi}{4}$.
B. $0 < \arctg(\cos \alpha) < \frac{\pi}{4}$.
C. $\frac{\pi}{4} < \arctg(\cos \alpha) < \frac{\pi}{2}$.
D. $-\frac{\pi}{4} < \arctg(\cos \alpha) < 0$.

2. 下列各式中, 指出哪些是正确的, 哪些是错误的, 并把错误的改正过来.

(1) $\arcsin 1 = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$;

(2) $\arcsin(\sin 1) = \frac{\pi}{2}$;

(3) $\arccos(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{8}$;

$$(4) \quad \cos(\arccos \frac{\pi}{2}) = 0;$$

$$(5) \quad \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}) = -\frac{\pi}{4};$$

$$(6) \quad \sin(2 \arccos x) = \pm 2x\sqrt{1-x^2}.$$

3. 用反正弦的形式把下列各式中的 x 分别表示出来:

$$(1) \quad \sin x = -\frac{1}{8} \quad (-\frac{\pi}{2} < x < 0);$$

$$(2) \quad \sin x = -\frac{1}{8} \quad (\pi < x < \frac{3\pi}{2});$$

$$(3) \quad \sin x = -\frac{1}{8} \quad (-\pi < x < -\frac{\pi}{2});$$

$$(4) \quad \sin x = -\frac{1}{8} \quad (-2\pi < x < 0).$$

4. 求下列各式的值:

$$(1) \quad \sin[2 \arcsin(-\frac{3}{5})];$$

$$(2) \quad \operatorname{tg}[\frac{1}{2} \arcsin(-\frac{12}{13})];$$

$$(3) \quad \cos(\frac{3\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin x);$$

$$(4) \quad \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{4}{5});$$

$$(5) \quad \cos[\arcsin(-\frac{4}{5}) - \arcsin(-\frac{3}{5})];$$

$$(6) \quad \operatorname{tg}\{\arcsin[\sin(\arcsin(-\frac{1}{2}))]\}.$$

5. 求下列各式的值:

$$(1) \quad \arcsin\left(\sin\frac{4}{3}\pi\right);$$

$$(2) \quad \arcsin\left[\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)\right];$$

$$(3) \quad \arcsin\left[\sin\left(-\frac{426}{7}\pi\right)\right];$$

$$(4) \quad \arcsin\left[\sin\left(-\frac{209}{9}\pi\right)\right].$$

6. 求下列函数的定义域和值域:

$$(1) \quad y = \frac{1}{4}\arcsin(2x - 5) - \frac{\pi}{4};$$

$$(2) \quad y = \arcsin\sqrt{x-3};$$

$$(3) \quad y = \arcsin\frac{x}{1+x^2};$$

$$(4) \quad y = \frac{2}{3}\arcsin(-\lg x).$$

7. 比较大小:

$$(1) \quad \arcsin\frac{3}{5} \text{ 和 } \arcsin\frac{4}{5};$$

$$(2) \quad \arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) \text{ 和 } \arcsin\left(-\frac{4}{5}\right);$$

$$(3) \quad \arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) \text{ 和 } \arcsin\frac{4}{5};$$

$$(4) \quad \arcsin\left(-\frac{4}{5}\right) \text{ 和 } \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right).$$

8. (1) 把 $\arcsin\frac{15}{17}$ 用反余弦的形式表示出来.

(2) 把 $\arccos(-\frac{2\sqrt{2}}{3})$ 用反正弦的形式表示出来。

9. 求下列各式的值:

(1) $\sin[\arccos\frac{4}{5} - \arccos(-\frac{4}{5})]$;

(2) $\cos(\arccos\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{4}{5})$;

(3) $\sin(2\arccos\frac{4}{5}) + \operatorname{tg}(\frac{1}{2}\arcsin\frac{5}{13})$;

(4) $\arccos[\cos(-\frac{14}{8}\pi)]$;

(5) $\arccos[\sin(-\frac{\pi}{7})]$;

(6) $\arcsin[\cos(-\frac{\pi}{5})]$ 。

10. 求下列函数的定义域和值域:

(1) $y = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{x}$;

(2) $y = 1 - 2 \arccos \sqrt{2x}$ 。

11. 求使不等式 $\arccos x > \arccos(1-x)$ 成立的 x 的取值范围。

12. 已知, $\operatorname{tg} \theta = -a^2$ ($a \neq 0$), 分别在下列条件下求 x :

(1) $0 \leq \theta < \pi$; (2) θ 是三角形内角;

(3) $\theta \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$; (4) θ 是第四象限角。

13. 求下列各式的值:

$$(1) \cos(\operatorname{arctg} \frac{3}{4}) + \operatorname{arctg} \frac{1}{7},$$

$$(2) \sin(2 \operatorname{arctg} \frac{1}{5}) - \operatorname{arctg} \frac{5}{12},$$

$$(3) \sin(2 \operatorname{arctg} \frac{3}{4}) + \operatorname{tg}(\frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{5}{13}),$$

$$(4) \operatorname{ctg}(2 \operatorname{arctg} 1 - 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}),$$

$$(5) \operatorname{arctg}[\sin(-\frac{\pi}{2})],$$

$$(6) \operatorname{arctg} \sqrt{2} - \operatorname{arccos} \frac{\sqrt{6} + 1}{2\sqrt{3}}.$$

14. 已知 $x = \operatorname{arctg}(-\frac{3}{4})$, 求 $\sin(\pi + 2x)$ 和 $\operatorname{ctg}(x - \frac{\pi}{4})$ 的值.

15. 求下列函数的定义域和值域:

$$(1) y = \operatorname{arctg}(-\frac{1}{\sqrt{x-2}});$$

$$(2) y = 3 \operatorname{arctg} \frac{x}{x-1}.$$

16. 指出下列函数的奇偶性:

$$(1) y = (\operatorname{arcsin} x)^2,$$

$$(2) y = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arccos} x,$$

$$(3) y = \operatorname{arccos}(\sin x),$$

$$(4) y = \operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2}.$$

17. 比较大小:

(1) $\arccos \frac{1}{7}$ 和 $\arccos(-\frac{3}{4})$;

(2) $\arccos \frac{1}{\pi}$ 和 $\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$;

(3) $\arcsin \frac{3}{5}$ 和 $\arctg \frac{3}{5}$;

(4) $\arcsin(-\frac{1}{8})$, $\arctg(-\sqrt{2})$ 和 $\arccos(-\frac{2}{3})$.

18. 分别依照下列条件, 求 x :

(1) $\arcsin \frac{5}{21} = \arccos x$;

(2) $(\arctg x)^2 = \arctg x$;

(3) $\arctg \frac{11}{60} = -\arctg x$.

19. 已知 $y = \arctg \frac{2a+1}{8a}$, 且 $\frac{3\pi}{4} \leq y < \pi$, 求 a 的取值范围.

20. 求证下列各式:

(1) $\arctg(\tg \frac{2\pi}{3}) = 2 \arcsin(-\frac{1}{2})$;

(2) $\cos(\arcsin x) = \sin(\arccos x)$;

(3) $\arcsin \frac{4}{\sqrt{41}} + \arccos \frac{9}{\sqrt{82}} = \frac{\pi}{4}$;

(4) $\tg(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arccos \frac{a}{b}) + \tg(\frac{\pi}{4} -$

$$\frac{1}{2} \arccos \frac{a}{b} = \frac{2b}{a}.$$

习题一 (B 组)

1. 求下列函数的反函数:

$$(1) f(x) = \sin x \quad (\pi < x < \frac{3\pi}{2});$$

$$(2) f(x) = \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{x}{1+x}.$$

2. 求下列函数的定义域和值域:

$$(1) y = \sqrt{\arcsin x};$$

$$(2) y = \arcsin \sqrt{\lg x - 1} - \frac{\pi}{4};$$

$$(3) y = \arcsin(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1).$$

3. 已知 $\sec(\frac{3}{2}\pi - \alpha) = -\frac{5}{8}$, 且 $\lg < 0$, 求 $\cos[\alpha +$

$$\arccos(-\frac{5}{13})]$$
 的值。

4. 求下列各式的值:

$$(1) \arccos[\cos(2 \arctg \frac{1}{\sqrt{2+1}})];$$

$$(2) \lg\{\arccos[\sin(\arctg x)]\};$$

$$(3) \arcsin(\sin 5.2);$$

$$(4) \arccos(\cos 10).$$

5. 解下列各方程:

$$(1) \quad \arcsin x + \arcsin \frac{x}{2} = \frac{2}{3}\pi;$$

$$(2) \quad \arcsin x + \arcsin 2x = \arccos x + \arccos 2x.$$

6. 求下列函数的单调递增区间:

$$(1) \quad y = \arcsin x^2;$$

$$(2) \quad y = \arccos(2x^2 - 8x + 1).$$

7. 解不等式: $\arcsin(3 - \frac{x}{2}) \leq \arcsin(\frac{x}{3} - 2).$

8. 求证下列各式:

$$(1) \quad \sin[\operatorname{arctg} \sqrt{\cos \alpha} - \operatorname{arctg} \sqrt{\cos \alpha}] = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2},$$

$$(2) \quad \arccos \frac{\sqrt{8} \sin \theta - \cos \theta}{2} = \frac{2\pi}{8} - \theta \quad (-\frac{\pi}{8} < \theta < \frac{2}{8}\pi).$$

9. 已知: $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{7}$, $\beta = \operatorname{arctg} 2$, 求证: $\cos 2\alpha = \sin 4\beta$.

10. 若 $\operatorname{arctg} p + \operatorname{arctg} q = \pi$, 求证: $pq = -1$.

11. 已知: $\arccos x + \arccos y + \arccos z = \pi$, 求证: $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$.

12. 已知 $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y + \operatorname{arctg} z = \pi$, 求证: $x + y + z = xyz$.

13. 设 m 和 n 是方程 $6x^2 - 5x + 1 = 0$ 的两个根, 求 $\operatorname{arctg} m + \operatorname{arctg} n$ 的值.