



BINARY

[修订版]

直通车

ZHITONGCHE

赛前训练

初中一年级



开明出版社
KAIMING PRESS

编者

白云
李桂华
占德杰

薛伟
蒋亚玲
徐德前

雪丽
杰

白张
凌

《中学生数学》编辑部 编

初中数学奥林匹克

[修订版]

直通车

ZHITONGCHE

赛前训练

初中一年级

★ ★ ★
★ 开明出版社
★ KAIMING PRESS

图书在版编目(CIP)数据

初中数学奥林匹克直通车. 赛前训练/《中学生数学》

编辑部编. —北京: 开明出版社, 2001

ISBN 7-80133-479-5

I. 初… II. 无… III. 数学课—初中—习题

IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 84885 号

策 划 焦向英 吴建平

策划执行 刘维维

装帧设计 羽人创意设计中心

责任编辑 辛 洁 支 颖

初中数学奥林匹克直通车——赛前训练(初一年级)

编者 《中学生数学》编辑部

出版 开明出版社(北京海淀区西三环北路 19 号)

印刷 保定市印刷厂

发行 新华书店北京发行总店

开本 大 32 开 印张 4 字数 100 千

版次 2003 年 1 月第 2 版 2003 年 1 月第 1 次印刷

书号 ISBN 7-80133-479-5/G·416

印数 000 01—20 000

定价 5.50 元

目录

初中数学奥林匹克直通车

OLYMPIC

赛前训练 1	2	赛前训练 16	62
赛前训练 2	6	赛前训练 17	66
赛前训练 3	10	赛前训练 18	70
赛前训练 4	14	赛前训练 19	74
赛前训练 5	18	赛前训练 20	78
赛前训练 6	22	赛前训练 21	82
赛前训练 7	26	赛前训练 22	86
赛前训练 8	30	赛前训练 23	90
赛前训练 9	34	赛前训练 24	94
赛前训练 10	38	赛前训练 25	98
赛前训练 11	42	赛前训练 26	102
赛前训练 12	46	赛前训练 27	106
赛前训练 13	50	赛前训练 28	110
赛前训练 14	54	赛前训练 29	114
赛前训练 15	58	赛前训练 30	118



1 填空题

1. 化简 $\frac{(a-c)^2 - 4(b-c)(a-b)}{a-2b+c}$ 的结果是_____.
2. 有黑色、白色、红色的筷子各 8 根, 混杂放在一起, 黑暗中想从中取出两双不同颜色的筷子(每双筷子是同色的两根筷子), 那么至少要取_____根.
3. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{16}+1)(2^{32}+1)=$ _____.
4. x 是有理数, $|x-5|+|x-7|+|x+6|+|x-9|$ 的最小值是_____.
5. 已知质数 p 与奇数 q 的和为 19, 则 $\frac{q-1}{p^2}=$ _____.
6. 单项式 $0.25x^b y^c$ 和单项式 $-0.125x^{m-1} y^{2n-1}$ 是同类项, 且它们的和是 $0.0625ax^n y^m$, 那么 $abc=$ _____.
7. 如果 $\frac{a}{b} > 0$, 则 $|a+b|$ _____ $|a|+|b|$. (填“>”、“=”或“<”)
8. 有甲、乙、丙三种笔, 已知买甲种笔 2 支、乙种笔 1 支和丙种笔 3 支共 12.5 元, 买甲种笔 1 支, 乙种笔 4 支和丙种笔 5 支共 18.5 元, 那么买甲种笔 1 支、乙种笔 2 支和丙种笔 3 支, 共需_____元.

2 解答题

1. 一个盒里装有红、黄、白三种颜色的球，若白球至少是黄球的一半且至多是红球的 $\frac{1}{3}$ ，黄球与白球合起来不少于 55 个，则盒中至少有多少个红球？

2. 试求表达式 $|\cdots||x_1 - x_2| - x_3| - \cdots - x_{2002}|$ 的最大值，其中 $x_1, x_2, \cdots, x_{2002}$ 是由 1 到 2002 的不同自然数。

3. 北京至福州列车里坐着 6 位旅客， A, B, C, D, E, F 分别来自北京、天津、上海、扬州、南京和杭州，已知：
 - (1) A 和北京人是医生； E 和天津人是教师， C 和上海人是工程师；
 - (2) A, B, F 和扬州人参加过军，而上海人从未参军；
 - (3) 南京人比 A 岁数大，杭州人比 B 岁数大， F 最年轻；
 - (4) B 和北京人一起去扬州， C 和南京人一起去广州。试根据已知条件确定每位旅客的所在城市和职业。

答案与提示

1 填空题

题号	1	2	3	4
答案	$a-2b+c$	11	$2^{64}-1$	17
题号	5	6	7	8
答案	4	12	=	11.5

2 解答题

1. 设有红球 x 个, 有白球 y 个, 有黄球 z 个, 则依题意有

$$\frac{z}{2} \leq y \leq \frac{1}{3}x \quad ①$$

$$55 \leq y+z \quad ②$$

∴ 由①得 $z \leq 2y$ 代入②得

$$y \geq \frac{55}{3} \quad \text{则 } y \geq 19 \quad \therefore x \geq 3y = 57.$$

2. 用 $\max\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 表示 $a_1, \dots, a_n$ 这 n 个数中的最大数. 易知, 对任何非负整数 x, y , 有 $|x-y| \leq \max\{x, y\}$, 又由于 $\max\{\max\{x, y\}, z\} = \max\{x, y, z\}$, 所以 $||x-y|-z| \leq \max\{x, y, z\}$.

依此类推, 可得

$$|\dots||x_1-x_2|-x_3|\dots-x_n| \leq \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = 2002$$

另一方面容易看出, 题设式的奇偶性与数 $x_1+x_2+\dots+x_{2002}=1+2+\dots+2002=2003 \times 1001$ 的奇偶性相同, 是奇数, 所以题设式的值不会等于 2002.

$$\text{又 } ||\dots||2-4|-5|-3|-\dots-(4k+2)|-(4k+4)|-(4k+5)|-(4k+3)|-\dots-1998|-2000|-2001|-1999|-2002|-1|=2001$$

∴ 最大值为 2001.

3.

城市 旅客	北京	天津	上海	扬州	南京	杭州	职业
A	×	×	×	×	×	✓	医生
B	×	✓	×	×	×	×	教师
C	×	×	×	✓	×	×	工程师
D	×	×	✓	×	×	×	工程师
E	×	×	×	×	✓	×	教师
F	✓	×	×	×	×	×	医生

日积月累

精神快餐

数学,科学的女皇;数论,
数学的女皇。

还成



不错



得意



酷





1 填空题

1. 计算： $2003 \times 20022003 - 2002 \times 20032003 =$ _____.
2. 一个两位数的个位数字为 a ，十位数字为 b ；另一个两位数的个位数字为 b ，十位数字为 a ，那么这两个两位数的和一定可以被_____整除.
3. 若 $a < 0$ ， $b > 0$ ，且 $|a| > |b|$ ，则 $a, b, -a, -b$ 从小到大排列顺序为_____.
4. 某正整数被 63 除，商为 31，余数为 42，那么这个正整数所有质因数的和为_____.
5. 50 个不同的正整数的和为 101101，那么它们的最大公约数的最大值是_____.
6. 一天有 8.64×10^4 秒，如果一年按 365 天计算，则一年有_____秒. (用科学计数法表示，保留三个有效数字)
7. 一件工作，甲单独做需要 a 天，乙单独做需要比甲多用 3 天，则两人共同完成这件工作需要_____天.
8. 已知 $|4004x + 2002| = 2002$ ，那么 $x =$ _____.

2 解答题

1. 把 256 分成两个整数的和, 使这两个数中一个能被 7 整除, 商为 m , 另一个能被 13 整除, 商为 n . 则在各种分法中, 分成的两个正整数的积的最小值等于多少?
2. 已知 $|a|=a+1$, $|x|=2ax$, 求 $|x-1|-|x+1|+2$ 的最大值与最小值.
3. 求具有下列性质的最小自然数 n , n 的个位数字是 6, 把个位的 6 加写到 n 的最左边, 而删去个位的 6 得到 n' , n' 是 n 的 4 倍.

答案与提示

1 填空题

题号	1	2	3	4
答案	2003	11	$a < -b < b < -a$	34
题号	5	6	7	8
答案	77	3.15×10^7	$\frac{a(a+3)}{2a+3}$	$x = -1$ 或 0

2 解答题

1. 依题意可得 $7m + 13n = 256$, m, n 为正整数

$$m = \frac{256 - 13n}{7} = 37 - \frac{13n - 3}{7} = 37 - 2n + \frac{n - 3}{7}$$

$\therefore m$ 为正整数 $\therefore 256 - 13n > 0$ 且 $7 \mid 13n + 3$, 即 $7 \mid n - 3$

$\therefore n = 3, 10$ 或 17

$$\therefore \text{得} \begin{cases} n=3 \\ m=31 \end{cases} \quad \begin{cases} n=10 \\ m=18 \end{cases} \quad \begin{cases} n=17 \\ m=5 \end{cases}$$

$\therefore$ 这两个正整数的积的最小值为

$$7m \cdot 13n = 7 \times 5 \times 13 \times 17 = 7735.$$

2. $\because |a| = a + 1$

当 $a \geq 0$ 时, 原方程变形为 $a = a + 1$, a 无解

当 $a < 0$ 时, 原方程变形为 $-a = a + 1$, $a = -\frac{1}{2}$

$$\therefore |x| = 2ax = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x = -x$$

$$\therefore x \leq 0$$

$$|x-1| - |x+1| + 2 = 1 - x + 2 - |x+1| = 3 - x - |x+1|$$

当 $0 \geq x \geq -1$ 时, 原式 $= 3 - x - x - 1 = 2 - 2x$

∴ 最大值 4, 最小值 2

当 $x < -1$ 时, 原式 $= 3 - x + x + 1 = 4$

∴ $|x-1| - |x+1| + 2$ 的最大值为 4, 最小值为 2.

3. 设 $n = \overline{m6} = 10m + 6$, m 是 k 位数, 则 $n' = \overline{6m} = 6 \times 10^k + m$,

∴ $n' = 4n$ 即 $6 \times 10^k + m = 4(10m + 6)$

$$m = \frac{2(10^k - 4)}{13}, m \text{ 是整数}$$

∴ $13 | 10^k - 4$ $k_{\min} = 5$, $m = 15384$

∴ $n = 153846$.

日积月累

精神快餐

才能是长期努力练习的
报酬。

还成



不错



得意



酷



自我评价



1 填空题

1. 方程 $|2x-1|=2$ 的解为_____.
2. 杯中水重 m 克, 第一天蒸发掉 10%, 第二天又继续蒸发掉杯中水的 10%, 为了保持原来水重, 此时工作人员又添加 15 克水, 则这杯中原有的水重 $m=$ _____克.
3. 自然数 x, y, z , 适合 $x^2+12^2=y^2$, $x^2+40^2=z^2$, 则 $x^2+y^2-z^2=$ _____.
4. 若关于 x 的一元一次方程 $(k-1)x=4$, 有一个比 2 小的根, 则 k 的取值范围是_____.
5. 因式分解 $(x+1)^4+(x+3)^4-272=$ _____.
6. 规定 $x*y=\frac{ax^2+by}{2}$, 已知 $\frac{1}{2}*(-\frac{1}{3})=6$, $(-0.7)*(0.12)=0.16$, 则 $(-3)*[(-1)*(-2)]=$ _____.
7. 计算: $\frac{1+2}{2} \times \frac{1+2+3}{2+3} \times \frac{1+2+3+4}{2+3+4} \times \frac{1+2+3+4+5}{2+3+4+5} \times \dots \times \frac{1+2+3+\dots+1993}{2+3+\dots+1993}=$ _____.
8. 若 $(b+c)(c+a)(a+b)+(abc)$ 有因式 $m(a^2+b^2+c^2)+l(ab+ac+bc)$, 则 $m=$ _____, $l=$ _____.

2 解答题

1. 设 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 是 n 个任意给定的数. 求证: 一定可以找到紧连在一起的若干个数, 使得它们的和能被 n 整除.
2. 求方程 $x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$ 的整数解.
3. 求证: $(b+c-2a)^3 + (c+a-2b)^3 + (a+b-2c)^3 = 3(b+c-2a)(c+a-2b)(a+b-2c)$.

答案与提示

1 填空题

题号	1	2	3	4
答案	$x = \frac{3}{2}$ 或 $x = -\frac{1}{2}$	$\frac{1500}{19}$	-1375	$k < 1$ 或 $k > 3$
题号	5	6	7	8
答案	$2(x^2 + 4x + 19)$ $(x+5)(x-1)$	-474	$\frac{1993}{665}$	$m=0,$ $l=(a+b+c)$

2 解答题

1. 证明: 构造和 $\{a_1\}, \{a_1 + a_2\}, \dots, \{a_1 + a_2 + \dots + a_n\}$

若其中某个数能被 n 整除, 则问题得解

否则它们被 n 除的余数是 $1, 2, \dots, n-1$, 共 $n-1$ 个抽屉

而 $a_1, a_1 + a_2, \dots, a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 共 n 个数放入 $n-1$ 个抽屉

$\therefore$ 必有 2 个数在同一抽屉

则设其为 $a_1 + \dots + a_i$ 与 $a_1 + \dots + a_j$, 其中 $i > j$

$\therefore (a_1 + \dots + a_i) - (a_1 + \dots + a_j) = a_{j+1} + \dots + a_i$ 能被 n 整除

$\therefore$ 即可找到紧连在一起的若干个数, 其和被 n 整除.

2. 当 $x > 0$ 时, 易知 $(x^3 + 1)^2 < y^4 < (x^3 + 2)^2$

$\therefore$ 原方程无整数解.

当 $x < -2$ 时, 同理可知也无解.

当 $x = -1, x = 0$, 讨论知解为 $x = 0, y = \pm 1$.

3. 令 $A = b + c - 2a$ $B = c + a - 2b$ $C = a + b - 2c$

则 $A + B + C = 0$

$\therefore A^3 + B^3 + C^3 - 3ABC$

$= (A + B + C)(A^2 + B^2 + C^2 - AC - BC - AB) = 0$

$\therefore A^3 + B^3 + C^3 = 3ABC$

$$\begin{aligned} & \text{即 } (b+c-2a)^3 + (c+a-2b)^3 + (a+b-2c)^3 \\ & = 3(b+c-2a)(c+a-2b)(a+b-2c). \end{aligned}$$

日积月累

精神快餐

没有人能永远成功,所以总要做失败的打算。我们不怕失败,只怕失败之后不能再站起来。

数学的运动能量不是推理而是想象。





1 填空题

- 计算： $0.0125 \times 3 \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \times (-87.5) \div \frac{15}{16} \times \frac{16}{15} + (-2^2) - 4$
=_____.
- 已知 $x^2 + x + 1 = 0$ ，则 $x^4 + x^2 + 1 =$ _____.
- 制造一批零件，按计划 18 天可以完成它的 $\frac{1}{2}$ ，如果工作 3 天后，工作效率提高了 $\frac{1}{8}$ ，那么完成这批零件的 $\frac{1}{2}$ ，一共需要_____天.
- 现在是 4 点 5 分，再过_____分钟，分针和时针第一次重合.
- 令 $x \triangle y = \frac{2xy}{ax+by}$ ，且 $1 \triangle 2 = 1$ ， $2 \triangle 3 = 3$ ，那么 $2 \triangle (-1) =$ _____.
- 当 $m =$ _____时，二元二次六项式 $6x^2 + mxy - 4y^2 - x + 17y - 15$ 可以分解为两个关于 x 、 y 的二元一次三项式的乘积.
- 计算： $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)} =$ _____.
- 若 m 为有理数，求 $|m-1| + |m-3| + |m+5| + |m+6|$ 的最小值为_____.