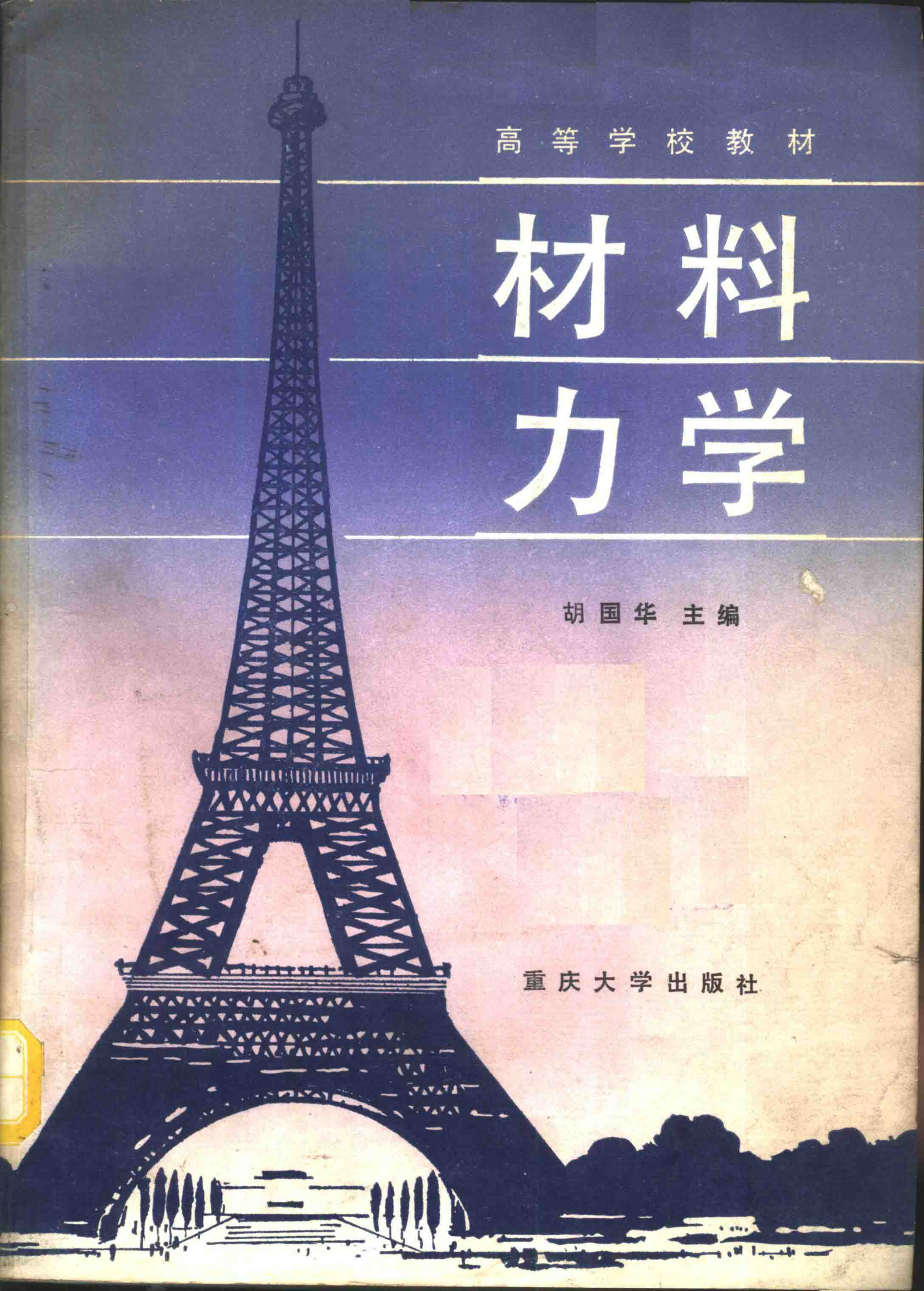


高等学校教材

材料 力学

胡国华 主编

重庆大学出版社



高等学校教材

材料力学

胡国华 曹 震 陈国铨 编著
赵长富 冯贤桂 王启智
胡国华 主编

重庆大学出版社

内 容 简 介

本书是根据国家教委批准印发的“材料力学课程教学基本要求(130~110学时)”编写的。

全书共十八章,从第一章到第十六章是基本部分,第十七章和第十八章为专题。内容包括:绪论及基本概念、轴向拉伸与压缩、剪切、扭转、截面图形的几何性质、梁的剪力和弯矩、梁的应力、梁和刚架的变形、应力状态及应变状态分析、强度理论、组合变形、用能量法计算位移、超静定结构分析、压杆的稳定性、动载荷、交变应力、平面曲杆、厚壁圆筒和旋转圆盘。各章都附有习题,书末附有习题答案。

本书中编入了主编发明的计算梁及刚架位移的“面积向量法”。书中多处提出了新的概念或采用了新的推导方法。

本书可作为高等学校机械类及土建类有关专业的教材,也可供材料力学教师和相关科技人员参考。

材 料 力 学

胡国华 主编

责任编辑 饶邦华

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆印制一厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 25.75 字数: 643 千

1991年7月第1版 1991年7月第1次印刷

印数: 1—5700

标准书号: ISBN 7-5624-0361-9 定价: 6.63元
TB·4

序 言

材料力学是工程教育中一门重要的技术基础课,读者掌握了它,犹如获得了向科学技术高峰攀登的云梯。

近年来,材料力学又有一些新的发展。本书编者想结合多年来的一些教学体会,将国内、外材料力学教材和教学中的一些新的内容和方法介绍给读者,并想编写一本在基本概念、基本理论和基本方法上阐述得比较准确以及适合于我国教学情况的材料力学教材。我们按这些设想和根据国家教委批准印发的“材料力学课程教学基本要求(100~110学时)”编写成此书。

本书共十八章,从第一章到第十六章是基本部分,第十七章和第十八章为专题部分。每章都附有数量适中的习题,书末附有习题答案。书中采用了我国最新的国家标准。

编者的分工为:胡国华编第一、二、八、十二、十三、十四章;曹震编第九、十、十一章;陈国铨编第三、四、五章;赵长富编第七、十八章;冯贤桂编第六、十七章;王启智编第十五、十六章。胡国华担任主编。吴中一老同志担任绘图工作。

本书写入了主编发明的计算梁及刚架位移的“面积向量法”。在“用能量法计算位移”一章中,对卡氏定理及莫尔定理的推导采用了新的方法。在“超静定结构分析”一章中,应用面积向量法解超静定梁及刚架和推导三弯矩方程式。本书对压杆稳定性问题编入了新的内容,对非对称循环和弯扭组合疲劳强度条件的推导采用了新的方法。对于其他一些概念也提出了我们的看法。可以说这些是本书的一些特点。编者希望通过引入这些内容对我国材料力学教学改革起一点抛砖引玉的作用。

本书主要适合于高等学校机械类和土建类有关专业使用,也可作为其他一些相近专业的教材和供有关科技人员参考。

限于编者的水平,书中难免有不少缺点和错误,殷切希望广大教师和读者批评指正。

编 者

1990年5月于重庆大学

目 录

第一章 绪论及基本概念	1
§ 1-1 材料力学的任务	1
§ 1-2 材料力学与生产实践的关系	2
§ 1-3 变形固体及其基本假设	4
§ 1-4 杆件及其变形形式	4
§ 1-5 外力及其分类	6
§ 1-6 内力和应力的概念	6
§ 1-7 位移、变形和应变的概念	8
习题一	10
第二章 轴向拉伸与压缩	12
§ 2-1 轴向加载·轴力	12
§ 2-2 横截面上的应力	13
§ 2-3 斜截面上的应力	15
§ 2-4 拉(压)杆的变形	17
§ 2-5 拉伸时材料的机械性质	21
§ 2-6 压缩时材料的机械性质	26
§ 2-7 应力集中的概念	28
§ 2-8 安全系数·许用应力·强度计算	30
§ 2-9 拉压超静定问题	34
§ 2-10 拉(压)杆内的变形能	40
* § 2-11 温度和时间对材料机械性质的影响	42
* § 2-12 塑料的机械性质	41
习题二	45
第三章 剪切	52
§ 3-1 剪切的实用计算	53
§ 3-2 挤压的实用计算	53
§ 3-3 焊接的实用计算	56
§ 3-4 纯剪切应力状态及剪切虎克定律	59
习题三	61
第四章 扭转	63
§ 4-1 外力偶矩和扭矩的计算	63
§ 4-2 圆轴扭转时的应力和强度条件	66
§ 4-3 圆轴扭转时的变形和刚度条件·变形能的计算	69
§ 4-4 扭转超静定问题	72
§ 4-5 圆柱形密圈螺旋弹簧	73
§ 4-6 非圆截面杆的扭转	76
习题四	78
第五章 截面图形的几何性质	82
§ 5-1 截面的静矩和形心	82

§ 5-2 惯性矩和惯性积	84
§ 5-3 平行移轴公式	87
§ 5-4 转轴公式	89
习题五	91
第六章 梁的剪力和弯矩	94
§ 6-1 平面弯曲的概念	94
§ 6-2 梁的计算简图	95
§ 6-3 剪力和弯矩	96
§ 6-4 剪力图和弯矩图	98
§ 6-5 用叠加法作弯矩图	101
§ 6-6 剪力、弯矩和载荷集度间的关系	104
§ 6-7 平面曲杆的内力	109
习题六	110
第七章 梁的应力	151
§ 7-1 纯弯曲时梁横截面上的正应力	115
§ 7-2 弯曲正应力的强度条件	120
§ 7-3 非对称梁的弯曲	123
§ 7-4 梁的剪应力	124
§ 7-5 开口薄壁截面梁的剪应力·剪切中心	131
§ 7-6 提高梁的强度的主要措施	138
* § 7-7 组合梁	142
习题七	149
第八章 梁和刚架的变形	154
§ 8-1 梁的挠度和转角	154
§ 8-2 挠曲线的微分方程	155
§ 8-3 用积分法求梁的位移	156
§ 8-4 用面积向量法求梁的位移	159
§ 8-5 用叠加法求梁的位移	165
§ 8-6 变截面梁的位移	169
§ 8-7 梁的刚度条件·增加梁的刚度的措施	170
* § 8-8 用面积向量法求刚架的位移	173
习题八	175
第九章 应力状态及应变状态分析	181
§ 9-1 应力状态的概念及分类	181
§ 9-2 二向应力状态分析——解析法	183
§ 9-3 二向应力状态分析——图解法	188
§ 9-4 三向应力状态	192
§ 9-5 应变状态的概念及平面应变分析	195
§ 9-6 广义虎克定律·体积应变	200
§ 9-7 三向应力状态下的变形比能	202
习题九	204
第十章 强度理论	211

§ 10-1 强度理论的概念	211
§ 10-2 四个常用的强度理论	211
• § 10-3 近代的两个强度理论	213
§ 10-4 强度理论的选择与应用	215
习题十	220
第十一章 组合变形	222
§ 11-1 组合变形的概念与分析方法	222
§ 11-2 斜弯曲	223
§ 11-3 拉伸(压缩)与剪切弯曲的组合	227
§ 11-4 偏心拉伸(压缩)	230
• § 11-5 截面核心	234
§ 11-6 扭转与弯曲的组合	237
习题十一	241
第十二章 用能量法计算位移	247
§ 12-1 变形能计算	247
§ 12-2 功的互等定理和位移互等定理	251
§ 12-3 卡氏定理	253
§ 12-4 莫尔定理	256
§ 12-5 维力沙金公式	260
习题十二	262
第十三章 超静定结构分析	267
§ 13-1 超静定结构的概念	267
§ 13-2 超静定梁的解法	268
§ 13-3 用面积向量法解超静定梁	270
§ 13-4 超静定刚架的解法	272
§ 13-5 力法正则方程式	275
• § 13-6 连续梁及三弯矩方程	280
习题十三	284
第十四章 压杆的稳定性	288
§ 14-1 平衡稳定性的概念	288
§ 14-2 两端铰支细长压杆的临界载荷	292
§ 14-3 其他约束条件下细长压杆的临界载荷	294
§ 14-4 欧拉公式的应用范围和中柔度压杆的临界应力	296
§ 14-5 压杆的稳定条件	298
§ 14-6 提高压杆稳定性的措施	302
• § 14-7 纵横弯曲	303
习题十四	305
第十五章 动载荷	309
§ 15-1 动载荷和动应力的概念	309
§ 15-2 构件作匀加速直线运动或匀速转动时的应力计算	309
§ 15-3 冲击时的应力计算	313
§ 15-4 提高构件抗冲击能力的措施	317

§ 15-5 冲击韧度	318
习题十五	319
第十六章 交变应力	322
§ 16-1 交变应力及疲劳破坏	322
§ 16-2 交变应力的循环特性·应力幅度和平均应力	323
§ 16-3 材料在对称循环下的持久极限	324
§ 16-4 影响构件持久极限的因素	325
§ 16-5 对称循环下构件的疲劳强度校核	331
§ 16-6 持久极限曲线及其简化折线	331
§ 16-7 非对称循环下构件的疲劳强度校核	334
§ 16-8 弯曲和扭转组合交变应力下构件的疲劳强度校核	335
§ 16-9 非定常状态的疲劳强度和线性累积损伤理论	337
§ 16-10 提高构件疲劳强度的措施	333
习题十六	339
*第十七章 平面曲杆	342
§ 17-1 平面曲杆与平面弯曲	342
§ 17-2 平面曲杆纯弯曲时横截面上的正应力	342
§ 17-3 中性层曲率半径 r 的计算	346
§ 17-4 曲杆的强度计算	351
§ 17-5 曲杆的变形计算	354
习题十七	356
*第十八章 厚壁圆筒和旋转圆盘	359
§ 18-1 概述	359
§ 18-2 厚壁圆筒	359
§ 18-3 组合圆筒计算	365
§ 18-4 长圆筒中的温度应力	369
§ 18-5 等厚旋转圆盘	371
习题十八	375
附录 I 型钢表	377
附录 II 习题答案	388
参考文献	401

带 * 号的章节是供教师选讲的章节。

第一章 绪论及基本概念

§ 1-1 材料力学的任务

现代人类需要使用各种建筑物、机器及设备。从力学分析的角度来看，建筑物、机器等都可视为结构。组成结构的每一元件或零件统称为**构件**。例如房屋的梁或柱和机器的轴都是构件。构件在工作中受到载荷的作用，当载荷太大时，构件将遭到毁坏或失效，这表明每个构件只有一定的承载能力。构件的承载能力包括以下三个方面：

1. **强度**——即构件对破坏的抵抗能力。例如有两根尺寸相同的圆杆，一根的材料是钢，另一根由木材制成，当它们受到作用在两端并通过杆的轴线的载荷拉伸而发生破坏时，钢杆的载荷大于木杆，也就是说钢杆的强度比木杆大。这里是用破坏时抵抗的载荷来衡量构件的强度，在下一章将看到，材料的强度还可用破坏时的“应力”来衡量。

2. **刚度**——即构件抵抗变形的能力。在载荷作用下，构件的尺寸和形状发生变化，称为变形。在很多情况下，构件尽管不发生破坏，但是由于它的变形超过了允许的限度，也不能正常工作。例如电机的转子和定子之间只能留很小的空隙（图1-1），以提高电机的品质。这就要求转轴在偏心质量旋转产生的离心力作用下发生的变形不要使空隙减小为零，以防运转时转子与定子相碰。这里要求转轴在一定的外力作用下变形要小，反过来说，要求转轴发生一定的变形时承受的载荷要大，即转轴的刚度要大。因此，构件的刚度用使构件发生单位变形的力（例如50kN/cm）来表示。

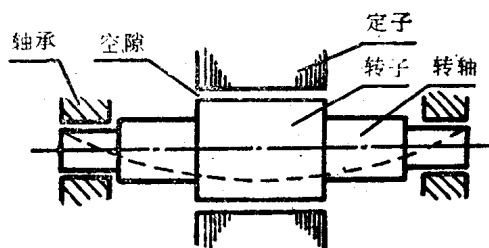


图 1-1

又如摇臂钻床（图1-2, a）工作时，若摇臂与立柱等变形过大（图1-2, b），将引起钻

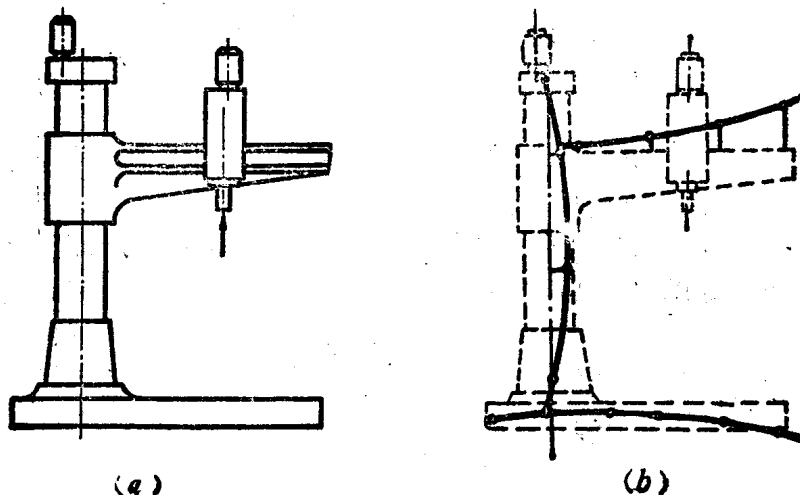


图 1-2

孔误差太大而影响加工精度，并会使钻床振动加剧，影响加工孔的表面光洁度。

以上两个例子说明工程中对构件的刚度是有一定要求的。

3. 稳定性——即构件保持其原有平衡形式的能力。图1-3(a)所示的挺杆是一根细长的受压构件，亦称压杆。当压力 P 较小时，它能始终保持直杆受压的平衡形式，如图1-3(b)中的实线。但压力 P 增至某一数值时，压杆从直线平衡形式变成在弯曲形状（图中的虚线）下平衡，此时压杆不能保持其原有平衡形式，称为压杆丧失了稳定性（简称失稳）。工程结构由于构件失稳往往造成大的灾祸。由以上例子可看出，构件的稳定性一般是用某一个载荷作为判据，构件所承受的载荷小于该载荷时，称为该构件具有稳定性或该构件的平衡是稳定的。

关于构件稳定性更详细的内容，编在本书第十四章中。

设计构件时，在力学上有两方面的要求：

一是要求构件安全可靠，也就是要求构件具有

足够的强度、刚度和稳定性；二是要求构件轻便和经济。这两个要求是矛盾的，前者要求构件的截面尺寸大一些，材质好一些；后者要求构件的截面面积尽可能小，并且尽可能用廉价的材料。

材料力学就是为了解决上述矛盾而发展起来的一门科学，它的任务是研究构件的强度、刚度和稳定性的计算原理和方法，在既安全而又经济的条件下，为构件选择恰当的材料及确定合理的形状和尺寸。

构件的强度、刚度和稳定性与它的材料性质密切相关，而材料性质目前几乎全部由实验测定。材料力学理论分析的结果要靠实验来验证，有些问题现在尚无理论分析结果，只好用实验方法来解决。因此，实验研究和理论分析同样重要，是材料力学解决问题的两个手段。

§ 1-2 材料力学与生产实践的关系

与其它科学一样，材料力学的发生与发展是由生产的发展所推动的，同时，它又反过来对生产实践起着重要的指导作用。

在古代，人类从房屋和桥梁等的建筑以及一些机械的制造中积累了关于结构和构件受力和材料强度的感性知识，凭经验并采用模仿的方法进行设计。在14世纪以前，我国的力学水平一直处于欧洲之上。例如，我国在古代已将一些砖、石和土结构做成拱形，以充分发挥这些材料抵抗压力的能力；用竹索做成悬索桥的悬索，正是利用竹材抵抗拉伸的能力较大的特点。又如将木梁的矩形截面高宽比3:2写入了古代建筑规范。这些都是符合材料力学基本原理的。

应县木塔（图1-4）和赵州石拱桥（图1-5）的建造说明了我国古代的力学和建筑技术已

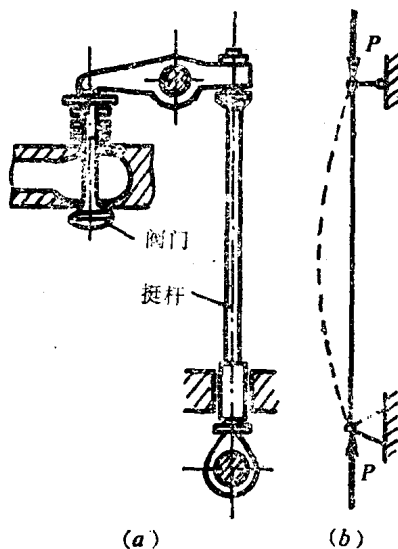


图 1-3

达到很高的水平。应县木塔已有将近一千年的历史，塔高66.49m，位于强地震带的应县，在1305年曾经受到一次大地震，附近民房坍塌殆尽，而木塔完整保存至今，说明它不但在一般情况下强度足够，还具有优良的抗震性能。赵州桥是隋代杰出的工程师李春（公元581—618年）建造的。桥跨度37m，拱半径25m，主拱上有附拱便于溢洪。这种形式的桥在欧洲到1912年才开始出现。由于我国的封建制度时期太长，其后限制了生产力的发展，所以在14世纪以后，我国的科学技术逐渐落后于欧美的先进国家。

材料力学形成一门科学，一般认为是在1638年从意大利科学家伽利略（G. Galileo）开始。当时由于社会的发展，需要建造大吨位船舶及内河和陆地的交通设

施，这些问题单凭经验和模仿的方法或用简单的按比例放大的方法已不能满意地解决。伽利略为了解决这类问题，做过一些有名的力学试验（图1-6）*，并且首先对某些构件的强度计算公式进行研究。他发表了《关于两种新科学的叙述与数学证明》一书，对材料力学的发展作出了开创性的伟大贡献。

随着生产的发展，在19世纪末，材料力学逐步形成一门独立的科学，并成为工科学生的必修课程。到20世纪，发达国家在材料力学上进行了广泛的研究，有很多杰出的贡献，使材料力学成为分析和解决工程问题的重要依据。

最近二十多年来，科学技术以更高的速度发展，一些新的材料和高温、高压、高速机器的出现，给材料力学提出了更多的研究问题，使得诸如断裂力学、实验力学、复合材料力学等新的力学分支得到发展。目前，新的试验设备和电子计算机的大量生产和应用，一定会将材料力学推进到新的阶段。

* 此图取自 S. P. Timoshenko, History of Strength of Materials, Mc Graw-Hill Book Company, INC. 1953.

§ 1-3 变形固体及其基本假设

各种构件均为固体，它在外力作用下会发生变形，故称为可变形固体或变形固体。在理论力学中，构件的微小变形对静力平衡和运动分析是一个次要因素，可不加考虑，因而将构件视为刚体。但材料力学研究的是构件的强度、刚度及稳定性问题，构件的变形一般虽然很小，却是一个主要的因素，不能忽略。所以，在材料力学中，除特别说明以外，一般构件都是变形固体。在变形固体上，力的可移性原理、等效力系的代换及加减平衡力系不能无条件地使用，否则会影响构件的变形。

变形固体的物理性质是多方面的，不同学科研究它，其侧重面是不一样的。材料力学等学科在进行大部分理论推导时，把变形固体的某些性质抽象化，以便提出理想的研究模型，使研究工作得以简化。材料力学中对变形固体采用的假设有：

1. **连续性假设** 假设固体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质，其结构是密实的。根据物质结构的原子学说，实际的变形固体中是有空隙的，但是此种空隙与构件尺寸相比较是很小的，可以在宏观力学中忽略不计。因而认为固体在其整个体积内的物质是连续分布的，以便用数学分析方法研究变形固体。

2. **均匀性假设** 假设在固体的体积内，各处的材料的力学性质完全相同。实际的变形固体各部分的性质可能是不相同的，例如某些铸造构件的表面比内部要硬一些，也就是不均匀的。但是大多数材料在一般情况下各处材料的性质差别不大，可以假设它是均匀的。对构件作均匀性假设的目的是使构件的力学分析工作简化。

3. **各向同性假设** 假设材料沿各方向的力学性质均相同。对单晶体材料，它的力学性质具有明显的方向性，不符合这个假设。但工程中的金属构件，其中包含的晶体数量极多，晶体的尺寸和晶界间的间隙与构件尺寸相比均极微小，并且晶体在构件中排列的方位又无规则，这样，若从构件中各个方位去取试样测定力学性质，则所测出的都是很多不同方位晶体力学性质的统计平均值，因而将得出相近的结果，所以，这样的材料可以认为是符合各向同性假设的，称为**各向同性材料**。铸钢、铸铜和玻璃等可视为各向同性材料。此外，木材、层板及轧制钢材等在不同的方向上其力学性质不一定相同，故称为**非各向同性材料**。

在以后的讨论中，一般都把固体假设为连续、均匀及各向同性的。

§ 1-4 杆件及其变形形式

尽管构件的尺寸和形状千差万别，但按构件的几何形状总是可以把它们分为四类：杆件、平板、壳体及块体。

图1-7所示的构件，它们沿轴线的长度比横向（垂直于轴线方向）尺寸大得多，称为杆件或简称杆。传动轴、螺栓、梁和柱等均属于杆。每根杆都有两个主要的几何因素，即轴线和横截面。杆的轴线是它的横截面形心（见第五章）的连线，简称**杆轴**，横截面是与杆轴正

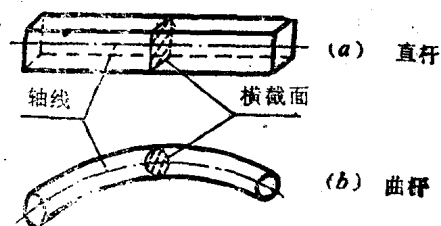


图 1-7

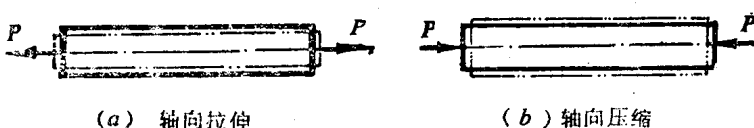
交的截面。杆轴为直线的杆称直杆，见图1-7(a)；杆轴为曲线者称曲杆，见图1-7(b)。各横截面大小相同的正棱柱体称等直杆；各横截面大小不等的杆称变截面杆。杆是材料力学的主要研究对象。

若构件的厚度远小于其它两个方向的尺寸，则称为平板或壳体。平分厚度的面称为中面。平板的中面为平面，见图1-8(a)；壳体的中面为曲面，见图1-8(b)。平板和壳体简称板和壳。例如船的甲板就是平板，锅炉的筒体就属于壳体。

三个方向的尺寸属于同一数量级的构件称为块体，例如钢球等。平板、壳体和块体是弹性力学等学科的研究对象。

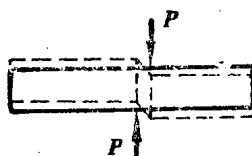
实际杆件的变形有时比较复杂，但分解来看，杆件只有以下四种基本变形形式：

1. **拉伸或压缩** 一对大小相等、方向相反、作用线与杆轴重合的外力作用在杆的两端，



(a) 轴向拉伸

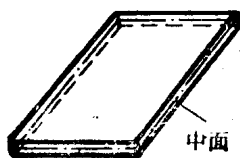
(b) 轴向压缩



(c) 剪切



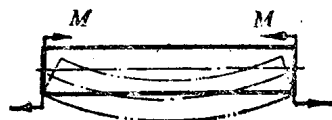
(d) 扭转



(a)



(b)



(e) 弯曲

图 1-8

图 1-9

使杆在轴线方向发生伸长变形或缩短变形，这种变形形式称为拉伸或压缩，见图1-9(a)及(b)。起重机的钢索、桁架中的杆件的变形属于拉伸或压缩变形。

2. **剪切** 一对大小相等、方向相反、作用线相距很近且垂直于杆轴的外力作用在杆的两侧，杆的主要变形是两外力之间的横截面沿外力方向发生相对错动，这种变形形式称为剪切，见图1-9(c)。铆钉、销钉等的主要变形就是剪切变形。

3. **扭转** 如图1-9(d)所示，作用在杆件两端的一对大小相等、转向相反的力偶（作用面垂直于杆轴）使杆的任意两横截面绕杆轴发生相对转动，这种变形形式称为扭转变形。杆件表面上画的纵向线变形后成为螺旋线。汽车的传动轴，电机和车床的主轴等都是主要发生扭转变形的杆件。

4. **弯曲** 如图1-9(e)所示，作用在包含杆轴的纵向平面内的力偶使直杆发生变形，其变形特点是杆轴成为曲线，这就是弯曲变形。桥式起重机的大梁及跳水运动使用的弹跳板均属于主要发生弯曲变形的构件。

在实际使用中，一些杆件只发生一种基本变形，称为简单变形；也有许多构件同时发生几种基本变形，称为组合变形。例如，车床主轴工作时发生弯曲、扭转和压缩三种基本变形；钻床立柱同时发生弯曲和拉伸两种基本变形。这些都是组合变形。本书将先叙述四种基本变形，然后叙述组合变形。

§ 1-5 外力及其分类

作用在构件上的载荷和约束反力统称为**外力**。在国际单位制(SI)中,外力以**牛顿(N)**来度量。由于1N是比较小的力,所以实际应用中可以加上SI的词冠表示外力,即用**千牛顿(kN)**或**兆牛顿(MN)**。 $1\text{kN}=1\times 10^3\text{N}$, $1\text{MN}=1\times 10^6\text{N}$ 。载荷或外力可以按以下两种方式分类:

一、载荷按作用时间分类

1. **静载荷** 一种缓慢地由零增加至某一定值的载荷。静载荷加上后即保持不变或变动不大。例如房屋柱子所受的载荷。

2. **冲击载荷** 迅速加上的载荷。例如打桩机对桩的打击载荷。

3. **重复载荷** 随时间作周期性变化的载荷。例如内燃机连杆所受的载荷。

冲击载荷和重复载荷统称为**动载荷**。

二、外力按作用范围分类

1. **集中力** 作用在微小面积上的力。例如,火车轮对钢轨的压力;滚珠与轴承圈之间的作用力。这些力可看作是作用于构件表面一点上的力。集中力的单位可用N或kN。

2. **分布力** 沿长度或在一个面积上分布的力。例如船体受到的水压力就是**面分布力**,它的单位可用 kN/m^2 。又如楼板对屋梁的作用力可看成沿屋梁轴线的**线分布力**,它的单位可用 kN/m 。

集中力和分布力统称为**表面力**。

3. **体积力** 连续分布于物体内部各点的力。例如物体的自重和惯性力等。体积力的单位可用 kN/m^3 。

§ 1-6 内力和应力的概念

构件在受外力作用之前,其内部就存在着相邻质点之间相互作用的**内聚力**,这种内聚力使构件能保持其固有的形状。当构件受力后,构件产生了变形,使其内部各质点之间的相对位置发生变化,因而引起各相邻质点之间的内聚力发生变化,这个变化量称为**内抗力**。外力使构件变形,即使构件中的一部分相对于另一部分有分离或靠近等趋势,内抗力则反抗这种趋势,它是某些变形得以恢复的原因。内抗力随着外力增加而增大,但到达某一限度,内抗力就不能再增加,构件便发生破坏。因而内抗力与构件的强度是密切相关的。材料力学的重要内容之一就是研究构件在外力作用下的内抗力,并且命名为**应力**。

为了表示出构件在外力作用下某一截面(例如图1-10中的 $m-m$ 截面)上各点的应力(内抗力),可假想用平面 $m-m$ 把构件分为I、II两部分(图1-10, a),弃去一部分,例如II,研究保留的I部分,并将弃去部分对I的作用用应力来代替(图1-10(b)中 $m-m$ 面上的

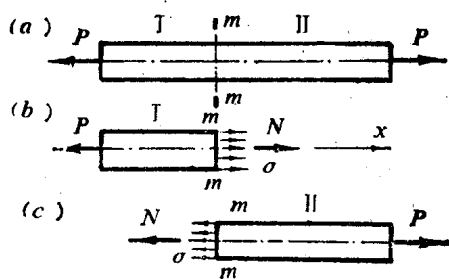


图 1-10

箭头)。由于假设物体是均匀连续的,所以在截面上将有连续分布的应力。这里暂不研究截面上应力的具体分布情况。因图中整个杆件处于平衡状态,其保留部分 I 当然也是平衡的,所以 $m-m$ 面上应力的合力只能构成一个集中力 N , 并与 P 力相平衡。在材料力学中,将杆件截面上应力的合力称为内力。图 1-10 中的 N 力即为 $m-m$ 截面的内力。在更一般的情况下,截面上应力分布比较复杂,其合力可以是一个主矢和一个主矩,将它们向过截面上一点的三根空间坐标轴投影,可以得到这一截面的六个内力(三个集中力和三个力偶)。

现在研究截下的 I 部分(图 1-10)的平衡。由平衡方程:

$$\Sigma X=0, \quad \text{即} \quad N-P=0$$

得

$$N=P$$

若取 II 为保留部分,则由作用与反作用原理可知,II 部分 $m-m$ 截面上的内力 N 与 I 部分的数值相等而指向相反(图 1-10, c)。

上述假想用截面将杆件截为两部分,以表示和确定内力的方法称为截面法,它是材料力学中的一个重要方法。此法可归纳为以下四个步骤:

- (1) 截 在需要求内力的截面,假想用一平面将杆截分为两部分;
- (2) 弃 弃去比较复杂的一部分,保留简单部分作为研究对象;
- (3) 代 将弃去部分对保留部分的作用以截面上的内力代替;
- (4) 平 建立保留部分的平衡方程,计算截面上的未知内力。

例 1-1 摇臂钻床如图 1-11(a) 所示。在载荷 P 作用下,试确定 $m-m$ 截面上的内力。

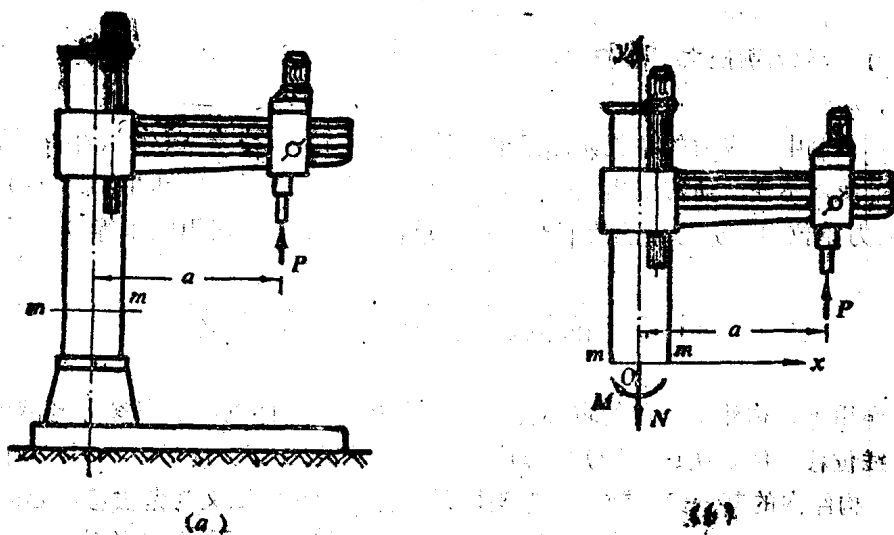


图 1-11

解: 1. 沿 $m-m$ 截面假想地将钻床分为两部分。取 $m-m$ 截面以上部分进行研究(图 1-11, b), 并以截面的形心 O (此处为圆截面的中心) 为原点选取坐标系, 如图所示。

2. 在截面 $m-m$ 上必需产生一个内力 N , 以便与 P 力在 y 轴方向相平衡。又因 P 力及 N 力构成了力偶, 所以 $m-m$ 截面里还应该有一个内力偶 M 和这个力偶相平衡。

3. 由平衡条件

$$\Sigma Y=0, \quad \text{即} \quad P-N=0$$

$$\Sigma m_o = 0, \quad \text{即} \quad P \cdot a - M = 0$$

由此求得内力 N 和 M 为

$$N = P, \quad M = Pa$$

下面进一步研究应力的概念。在计算一个截面上各点的应力时，材料力学的研究方法是先计算出该截面的内力，然后研究这个内力在截面上各点的分布情况，根据这一分布情况确定各点的应力。因此，也可以说应力就是内力分布的集度（密集程度），即是指所研究的点的周围单位截面积上内力的大小。

设在图1-12(a)所示受力构件的 $n-n$ 截面上围绕 k 点取一微小面积 ΔA ，其上作用有微内力 ΔP 。这样，在 ΔA 上内力的平均集度为：

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (a)$$

p_m 称为面积 ΔA 上的平均应力。一般说， $n-n$ 截面上的内力并不是均匀分布的，因此，平均

应力 p_m 随所取 ΔA 的大小而不同，所以它不一定真实地反映内力在 k 点的分布集度。随着 ΔA 的逐渐缩小并趋近于 A 点，其极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-1)$$

即为 k 点沿 $n-n$ 截面的真实应力。一般情况下，图1-12(b)中的应力 p 既不与截面垂直，也不与截面相切，可将它分解为垂直于截面的应力分量 σ 和位于截面内的应力分量 τ 。 σ 称为法向应力或正应力， τ 称为剪应力或切应力，而 p 称为总应力。这三者之间有类似向量*的合成和分解的关系。

在国际单位制中，应力的单位是帕斯卡或简称帕(Pa)， $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ (牛/米²)。由于这个单位太小，使用不便，通常使用兆帕，即MPa。 $1\text{MPa} = 1\text{MN/m}^2$ (兆牛/米²或 10^6 牛/米²)。(注意：在应力单位中，分母不能使用米以外的单位，例如不能使用厘米等。)

§ 1-7 位移、变形和应变的概念

在外力作用下，构件中一般的点都会移动一段距离。构件内一点在参考坐标系中所移动的距离称为线位移，例如图1-13(a)中 A 点及 B 点的位移分别为 u_A 及 u_B 。它是一个向量，其单位可用m。构件内的某一线段**在参考坐标系中转过角度定义为角位移，它的单位为弧度(rad)。线位移和角位移统称位移。在材料力学中，位移可用于研究构件受力后的变化。但只靠位移不能说明构件某一部分是否受力，因为构件不受力和不变形的部分也可以发生位移，这就是刚性位移。图1-13(a)中的 CD 段就只发生刚性位移。因此还要引入变形的概念。变形是指构件中的点与点或线段与线段发生相对位移所引起的尺寸或角度的变化。

变形也可分为线变形和角变形。

* 应力是二阶张量，而不是一个向量，对于作用在不同平面上的应力不适用向量加法定律，但对作用在特定平面上的应力可以作为向量来处理。

** 由于构件变形时其中的线段有时发生弯曲，所以本节里指的线段在一般情况下应该是微小线段。

线变形是指构件内的某一线段在构件受力前后的尺寸变化。例如图 1-13(a) 中的 AB 线段, 受力前长度为 Δx , 受力后变为 $A'B'$ 线段, 它的长度增加了 Δu , 这就是线变形, 也是 A 、 B 两点在 x 轴方向发生的相对位移。线变形的单位可用 m 。由于 Δu 的大小与 AB 线段的原长 Δx 有关, 只用 Δu 不能表明 AB 的变形程度, 而比值

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

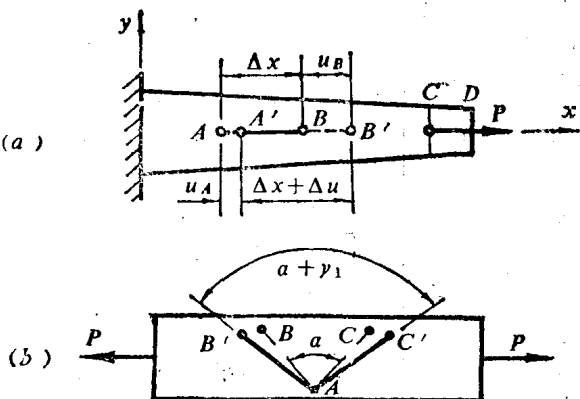


图 1-13

代表 AB 线段平均每单位长度的线变形, 称为平均线应变, 可用来说明 AB 线段的平均变形程度。从图 1-13(a) 可以想象, B 点附近的线段比 A 点附近同样长度的线段线变形要大一些, 这说明在一般情况下, 各点处的变形程度不同, 亦即平均线应变不同。若将长度 Δx 取得很小, 并使之趋近于零, 则极限值

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-2)$$

即为 A 点沿 x 轴方向的真实线应变, 简称应变, 又名相对变形。它是一个无量纲的量。式 (1-2) 的意义是: 各点在 x 轴方向的应变等于构件在 x 轴方向的位移函数对 x 坐标的一阶导数。

综上所述, 应变是一个用来度量变形程度的量, 也就是单位长度的变形, 并且它也是有方向性的, 即对于同一点, 沿着不同的方向, 它的应变可能是不相同的。

角变形是指构件中相交的二线段在变形前后的角度变化量。例如, 在图 1-13(b) 中, 变形前的 AB 及 AC 线变形后至 AB' 及 AC' 位置, AB 线和 AC 线的角变形是 γ_1 。若 AB 和 AC 在变形前的夹角 α 等于 90° , 则此二线段的角改变称为 A 点的角应变或剪应变, 以 γ 表示。角变形和剪应变的单位都是弧度 (rad)。

材料力学和弹性力学在研究构件的变形和应力时, 往往把构件分成无数微体 (称为单元体, 一般取为微小正六面体) 进行研究。图 1-14 中虚线所示的微小正六面体可用来研究 A 点

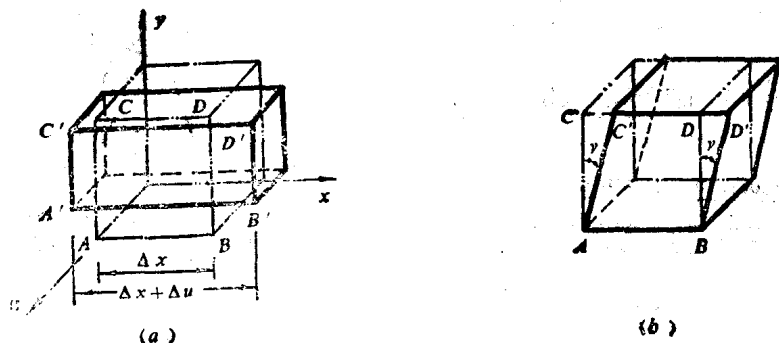


图 1-14