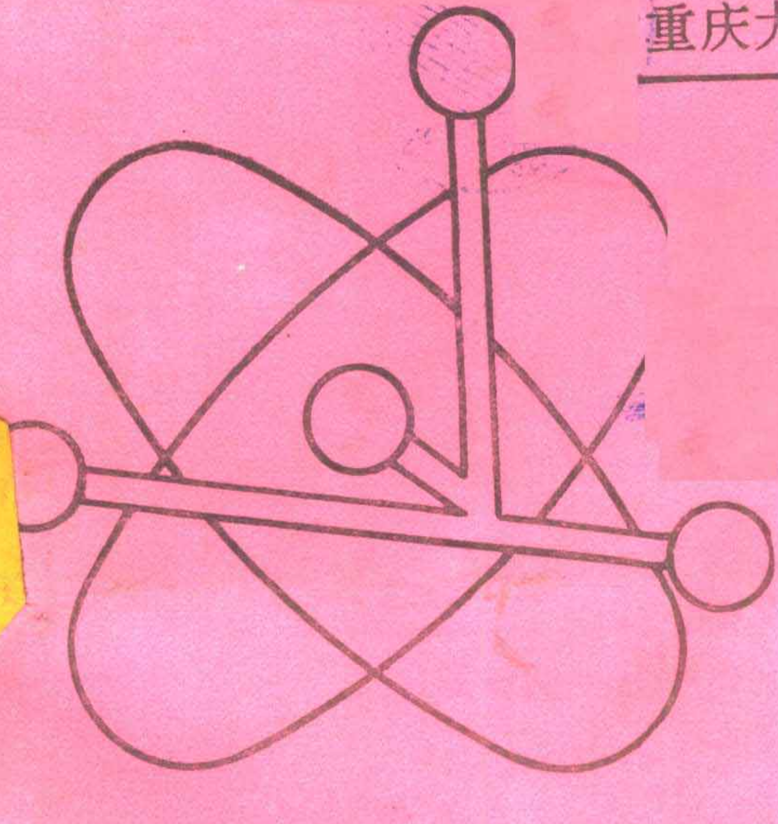
大学物理学学习指导书

波动学

BODONGXUE

杨光富 杨明鲁 唐南
黄永贤 王新领 编

重庆大学出版社



大学物理学学习指导书

波 动 学

杨光富　杨明鲁

唐　南　黄永贤　王新领　编

重 庆 大 学 出 版 社

内　容　简　介

本书主要讲述了机械振动、机械波、电磁振荡和电磁波、波动光学等内容，分六部分进行介绍：内容提要、知识系统图表、标准化习题（填空题、判断题、选择题）、计算及证明题、解题举例、习题答案。书中针对工科学生学习波动学时可能遇到的难点和疑点作了详尽的分析，对典型题进行了重点分析，帮助读者巩固所学知识，加深对概念、公式、定理的理解，提高理解问题、分析问题、解决问题的能力。

本书可供工科院校、师范院校师生使用，也可供中学物理教师和自学者参考。

大学物理学学习指导书

波　动　学

杨光富　杨明鲁

唐　南　黄永贤　王新领　编

责任编辑　曾令维　黄开植

*

重庆大学出版社出版发行

新　华　书　店　经　销

重　庆　印　制　一　厂　印　刷

*

开本：787×1092　1/32　　印张：4.75　　字数：107千

1991年11月第1版　　1991年11月第1次印刷

印数：1—20,000

标准书号：ISBN 7-5624-0424-0 / O·63　　定价：1.65元

前　　言

《大学物理学学习指导书》按内容分为《力学》、《热学》、《电磁学》、《波动学》、《近代物理学》五个分册。编写时既参照了工科高等院校大学物理学教学基本要求，又考虑了师范院校本科、专科及成人教育物理课程的需要；适合于工科院校、师范院校师生使用，亦可供中学物理教师和自学者参考。

本书集编者多年教学经验而成。各分册均包括《内容提要》（提纲挈领，概括全貌）、《知识系统图表》（勾画各部联系），《标准化习题》、《计算及证明题》（习题量大，覆盖面广，题型较全）、《解题举例》（给出解题规范，启发解题思路）、《双数序号习题答案》，共六章。这几部分实为学好物理并顺利通过考试之必须。本书的构思是作者在长期的教学实践中提炼出来的，实践证明，符合学生实际，深受学生欢迎。我们愿将本书奉献给读者。

全书五册由重庆大学杨光富、重庆师范专科学校杨明鲁主编；杨光富对全书进行了统稿。作者分工如下：

《力学》：金属东　袁昭林

目　　录

第一章 内 容 提 要

§1-1 机 械 振 动

一、简谐振动的描述

任何物理量在某值（称平衡值）附近来回往复的变化过程是广义的振动。

1．简谐振动

物体（质点）偏离平衡位置$x=0$的位移随时间按余弦函数变化时称简谐振动。其运动方程为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \qquad (A,\omega,\varphi\text{为常量})$$

A为振幅，是算术量，描述质点对平衡位置的最大偏离；ω是圆频率，描述谐振快慢，与频率ν、周期T的关系为$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T}$；$\phi=\omega t+\varphi$叫位相，描述振动状态；$\varphi$是初相，表示$t=0$时的位相。

2．二同频谐振的位相差

二同频谐振$x_1=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$、$x_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$

的位相差定义为$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$，表示谐振$x_2$比$x_1$位相超前$\Delta\varphi$，时间超前$\Delta t=\dfrac{\Delta\varphi}{2\pi}T$。若$\Delta\varphi=2k\pi$（$k$为整数）称二谐振同步；若$\Delta\varphi=(2k+1)\pi$，则二谐振反相。

3．旋转矢量法

在xoy平面上作以o为圆心、A为半径的参考圆，质点m在该圆上以角速度ω作逆时针的匀速转动，设$t=0$时m对o的矢径$\mathbf{A}_0$与x轴正向夹φ角，则任一t时刻m对o的矢径$\mathbf{A}(t)$与x轴正向夹角为$\omega t+\varphi$，称$\mathbf{A}(t)$为旋转矢量。$\mathbf{A}(t)$在x轴上的分量$x=A\cos(\omega t+\varphi)$显然表示一个在$x$轴上的谐振，如图1-1-1所示。众所周知，任何谐振均有一个对应的旋转矢量；二同频谐振对应于角速度相同的二旋转矢量，它们的位相差为此二旋转矢量的夹角。用旋转矢量法可解决谐振运动学的几乎所有问题。

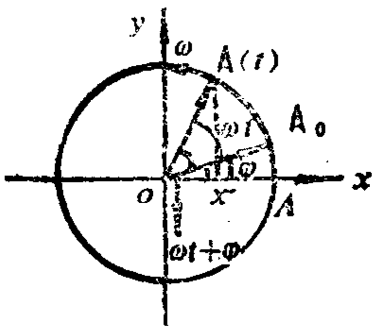


图 1-1-1

二、简谐振动研究

1．运动学

位移（角位移）为 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 或 $\theta=\theta_0\cos(\omega t+\varphi)$；速度为 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)=v_m\cos\left(\omega t+\varphi+\dfrac{\pi}{2}\right)$；加速度 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)=a_m\cos\cdot(\omega t+\varphi+\pi)$。可见$v$与$a$均为与$x$同频的谐振量；$v$的幅值$v_m$

$=A\omega$，比x超前$\frac{\pi}{2}$；a的幅值$a_m=A\omega^2$，与x反相。谐振微分方程为$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$，这是简谐振动的运动学特征。

2．动力学

（1） 弹簧振子　受弹性力$F=-kx\left(或准弹性力F=-k\left(x-\frac{mg}{k}\right)\right)$作用，振动微分方程为$\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0\left(或\frac{d^2x}{dt^2}+k\left(x-\frac{mg}{k}\right)=0\right)$。周期为$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$，不论振子水平、垂直或倾斜放置，$\omega(T)$不变但平衡位置与放置方式有关。

（2） 单摆系统　受重力矩$M=-mgl\theta$作用，振动微分方程为$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{l}\theta=0$，周期$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$。若单摆系统在非惯性系中，周期公式中的$g$应为“表观重力加速度”。

（3） 谐振子动力学特征　振子受正比回复力（力矩）$F=-kx(M=-k\theta)$作用，$T=2\pi\sqrt{m/k}$（$T=2\pi\sqrt{J/k}$）。

（4） 求解一维谐振的步骤　①建立坐标，作受力分析；②用牛顿第二（转动）定律建立运动微分方程；③若方程整理为$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$，则通解为$x=A\cos(\omega t+\varphi)$；④依题意写出$t=0$时$x=x_0$，$v=v_0$，再由$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}$，$\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$确定振幅$A$和初相$\varphi$。

3．谐振的能量

（1） 水平放置弹簧振子系统　不考虑重力势能。选弹

簧原长处为$x=0$，$x=A\cos(\omega t+\varphi)$，则 $E_k=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t$
$+\varphi)$；$E_p^{弹}=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$；$E=E_k+E_p^{弹}=\frac{1}{2}kA^2$。
可知E_k与$E_p^{弹}$不同步但互补变化（此长彼消相互转换）且机械能守恒。对非水平放置的弹簧振子系统若选平衡位置为 $x=0$，则 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$；若进一步取 $x=0$ 处为重力势能$E_p^{重}$和弹性势能$E_p^{弹}$零点，则$E_p=E_p^{弹}+E_p^{重}=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$，$E_k=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)$，$E_{机}=E_p+E_k=\frac{1}{2}kA^2$，$E_p$与$E_k$不同步但互补变化且机械能守恒。

（2） 单摆系统 $\theta=\theta_0\cos(\omega t+\varphi)$，$E_p^{重}=\frac{1}{2}mgl\theta_0^2\cos^2(\omega t+\varphi)$，$E_k=\frac{1}{2}mgl\theta_0^2\sin^2(\omega t+\varphi)$，$E=E_k+E_p^{重}=\frac{1}{2}mgl\theta_0^2$。可知$E_p^{重}$与$E_k$互补地相互转换且机械能守恒。

*三、阻尼振动与余弦型受迫振动

1．阻尼振动

振子受合力$F=-kx-\gamma\frac{dx}{dt}$作用，振动微分方程为$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0\left(2\beta=\frac{\gamma}{m}，\omega_0^2=\frac{k}{m}\right)$。当$\beta<\omega_0$ 时 $x=A_0e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi)$，其中 $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ 。由此有：①振幅指数衰减 $A=A_0e^{-\beta t}$；②$\omega<\omega_0$ 即有阻尼时周期变长；③是准周期运动（不能回到原态）。

2.余弦型受迫振动

振子受合力 $F=-kx-\gamma\frac{dx}{dt}+mf_m\cdot\cos\omega t$ 作用，振动微分方程为$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=f_m\cos\omega t$。稳定时有谐振解 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$，其中 $\mathrm{tg}\varphi=\frac{2\beta\omega}{\omega^2-\omega_0^2}$，$A=\frac{f_m}{(\omega_0^2-\omega^2)\cos\varphi-2\beta\omega\sin\varphi}$。当 ω 从小于 ω_0 方向逼近 ω_0 时，$\varphi\to-\frac{\pi}{2}$，此时$A=A_{max}=\frac{f_m}{2\beta\omega}$，$v_m=v_{max}=\frac{f_m}{2\beta}$，发生共振。发生共振时：①振幅最大；②系统吸收能量最多；③周期性外力与稳定解的相差为$\frac{\pi}{2}$；④周期性外力与稳定解的速度同位相。

四、振动合成

1. 同向谐振的合成

（1） 二同向同频谐振的合成 $x_1=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$，$x_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$，由旋转矢量法知$x=x_1+x_2=A\cos(\omega t+\varphi)$，初相$\varphi$由方程 $\mathrm{tg}\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$，振幅$A$由$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$确定。当 $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=2k\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$时 $A=A_1+A_2$；$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(2k+1)\pi$时$A=|A_1-A_2|$。多个同向同频谐振的合成亦可由旋转矢量法求解。

（2） 二同向异频谐振 $x_1=a\cos\omega_1t,x_2=a\cos\omega_2t$的合

成$x=x_1+x_2=2a\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\cos\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t$，$2a\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t$

可理解为“变振幅”，$A(t)=2a\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t$，按谐振规律变化。“振幅”周期性变化频率$\nu=\nu_2-\nu_1=(\omega_2-\omega_1)/2\pi$，称为“拍频”。

2．二振向垂直的谐振的合成

二垂直同频振动 $x=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$ 和 $y=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$ 的合运动轨道一般为椭圆 $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-2\frac{x}{A_1}\frac{y}{A_2}\cdot\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1)$。当$\varphi_2-\varphi_1=0$ 时方程蜕化为 $y=\frac{A_2}{A_1}x$，是一直线谐振；当 $\varphi_2-\varphi_1=\pi$ 时方程蜕化为 $y=-\frac{A_2}{A_1}x$也是一直线谐振。当 $\varphi_2-\varphi_1=\frac{\pi}{2}$时轨道为顺时针椭圆$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$；当 $\varphi_2-\varphi_1=-\frac{\pi}{2}$时轨道为逆时针椭圆$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$；若$A_1=A_2=A$，则为圆$x^2+y^2=A^2$。

二垂直方向上异频谐振合成运动轨道为李萨如图曲线。

§1-2 机 械 波

一、基本知识

要产生机械波必须有波源和弹性介质，故振动是波动的成因，波动是振动的传播。在弹性介质中传播的机械波分为

纵波和横波两大类。不论是哪种波，介质质元均在各自平衡位置附近振动并未“随波逐流”，在介质中传播仅是振动状态；各质元振动频率同波源振动频率；沿波传方向，后面的质元比前面 Δl 远的质元振动时间落后 $\Delta t=\frac{\Delta l}{u}$，振动位相落后 $\Delta\varphi=\omega\frac{\Delta l}{u}$；在均匀介质中波速 u 为常量，与介质质元振速 v 完全不同。

1．波面、波前和波线

同时刻位相相同点构成的面叫波(阵)面，波面是平面的叫平面波，波面是球面的叫球面波；某时刻波动传到的各点构成的面叫波前；描述波的传播方向的有向曲线叫波线。各向同性介质中波线与波（阵）面是垂直的。

2．波速

振动状态在介质中传播的速度叫波速，又叫相速，记为 u。u 与介质弹性模量平方根成正比，与介质质量密度平方根成反比，对于均匀同种介质，u 是常量。对在流（气、液）体中传播的纵波，$u=\sqrt{B/\rho}$，B 是容变弹性模量，ρ 是质量密度，对于理想气体，$u=\sqrt{\gamma RT/M_{mol}}$；对均匀细杆中的纵波 $u=\sqrt{Y/\rho}$，Y 是杨氏弹性模量；对固体中传播的横波，$u=\sqrt{G/\rho}$，G 为切变弹性模量；对柔弦上传播的横波，$u=\sqrt{T/\mu}$，T 为弦上张力，μ 为线密度。注意细杆的倔强系数 $k=Y\frac{S}{l}$，S 为截面积，l 为长。

3．波形图

确定某时刻波线上各点偏离平衡位置的位移曲线叫该时刻的波形图，相当于影视术语中的“定格图”。波动可视作波

形图以波速u沿波线向前推进的过程。

4. 波长λ

波形图上二相邻同相点的距离即一个完整波形的长度叫波长，记为λ。它与周期T、波频 ν和波速 u 之间的关系为 $\lambda = uT = \frac{u}{\nu}$。

二、平（球）面简谐行波方程

在无吸收介质中传播的平（球）面波若使介质中各质点均作简谐振动，则称为简谐平（球）面波。对简谐平面行波各质点振幅相同；对简谐球面行波各质点振幅与它到波源距离成反比。

1. 平面简谐行波

若在平面简谐行波波线上位于$x=x_p$ 处质点的振动方程为 $y_p = A\cos(\omega t+\varphi)$，则沿$x$轴正向传播的平面简谐行波方程为 $y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x-x_p}{u}\right)+\varphi\right]$；沿$x$轴负向传播的平面简谐行波的波动方程为 $y = A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x-x_p}{u}\right)+\varphi\right]$。波动方程表示平衡位置在$x$处的质点在任意时刻$t$偏离平衡位置的位移。

2. 球面简谐行波

若球面简谐行波沿径向传播，在 $r=r_0$ 处质点振动方程为$\xi_0 = A_0\cos(\omega t+\varphi)$，则球面简谐行波方程为$\xi = A_0\frac{r_0}{r}\cos\left[\omega\left(t-\frac{r-r_0}{u}\right)+\varphi\right]$。

3．行波微分方程

平面行波的微分方程为$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$；球面行波的微分方程为$\frac{\partial^2(r\xi)}{\partial r^2}=\frac{1}{u^2}\ \frac{\partial^2(r\xi)}{\partial t^2}$。

三、波的能量和能流

1．能量密度

在行波$y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$传播过程中介质质元具有动能和形变势能。动能密度$w_k=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2\left[\omega\cdot\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$，势能密度$w_p=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$。故知波动的动能与势能是完全同步变化的。总能密度$w=w_k+w_p=\rho\omega^2A^2\sin^2\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$是时间的函数，说明波传过程中质元振动能量不守恒；$\frac{\partial w}{\partial t}=\rho\omega^3A\times\sin2\left[\omega\cdot\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$，在一段时间内$\frac{\partial w}{\partial t}>0$质元吸收能量，在另一段时间内$\frac{\partial w}{\partial t}<0$质元释放能量，故能量逐层传播。平均能量密度$\bar{w}=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$。超声波因$\omega=2\pi\nu$极大而具有高能量密度。

2．能流密度

单位时间内通过垂直于波传方向单位面积的能量叫能流密度，记为$I=wu$，写为矢量式为$\mathbf{I}=w\mathbf{u}$。平均能流密度$\bar{I}=\bar{w}u=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2u$，即波的强度，写为矢量形式为$\bar{\mathbf{I}}=\bar{w}\mathbf{u}=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\mathbf{u}$。

3．机械波的能流

单位时间内通过传波介质中某曲面S的能量称为过S的能流，记为$P=\iint_s \mathbf{I}\cdot d\mathbf{S}=\iint_s w\mathbf{u}\cdot d\mathbf{S}$，故能流$P$是能流密度过$S$面的通量。

四、惠更斯原理

t时刻波前上任一点均可视作发射球面子波的波源，$t+\Delta t$时各子波前的包迹即为$t+\Delta t$时的波前。用此原理可解释波的反射折射和衍射等。

五、波的干涉

1．叠加原理

几列波在空间相遇处质点的振动是各分波引起振动的矢量和，故合振动必“留下”各分波特征的“痕迹”。

2．波的干涉

振动方向相同、频率相同、位相差稳定的波源叫相干波源，它们发出的波叫相干波。二列相干波在某区域相遇，某些地方质点振动恒加强另一些地方恒削弱的现象叫干涉。设二相干波源S_1、S_2的振动方程$y_{01}=A_{10}\cos(\omega t+\varphi_1)$，$y_{02}=A_{20}\cos(\omega t+\varphi_2)$，它们的波相遇于$P$，$P$距$S_1$、$S_2$为

r_1、r_2，则 P 点合振动 $y_P=A\cos(\omega t+\varphi)$。合振幅 $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$，$\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$，称 $\varphi_2-\varphi_1$ 为波源位相差，$-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$ 为波程位相差。P点的波强$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$，其中$I_1$、$I_2$为二相干波在$P$点单独的波强，当$I_1=I_2$时，有$I=4I_1\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$。当$\Delta\varphi=2k\pi$ 时，$A=A_1+A_2$，$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$；特别是$A_1=A_2$情况下$A=2A_1$，$I=4I_1$；此即干涉加强条件。当 $\Delta\varphi=(2k+1)\pi$ 时，$A=|A_1-A_2|$，$I=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$；在$A_1=A_2$ 情况下，$A=0$，$I=0$；此即干涉减弱条件。若二波源同位相，则 $\Delta\varphi=2\pi\frac{r_1-r_2}{\lambda}$，那么干涉加强条件为 $r_2-r_1=k\lambda$，减弱条件为 $r_2-r_1=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$。

3．驻波

二列反向传播的等幅相干波叠加而成驻波。当驻波是由在有限长 l 介质中的入射波与反射波叠加而成时，须满足条件$l=n\frac{\lambda}{2}$。驻波有如下特点：①存在波节点，相邻波节点相距$\frac{\lambda}{2}$；②二相邻波节点的中点振动最烈叫波腹点；③相邻波节点之间形成“段”，同段各点位相相同相邻二段振动反相；④驻波不传播位相和能量。当波从波疏介质（ρu值小）入射到波密介质（ρu值大）而反射时，反射波引起界面质点的振动位相和入射波引起的位相相反，称半波损失。

六、多普勒效应

波源以v_S、观察者以v_B在介质中运动时，观察者接收到的频率ν'异于波频ν的现象叫多普勒效应。若v_S、v_B、u三者共线且规定S、B接近时v_S和 v_B 为正，分离时为负，则有$\nu'=\frac{u+v_B}{u-v_S}\nu$。

§1-3　电磁振荡和电磁波

一、电磁振荡

1．LC谐振电路

微分方程为$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$，故得$q=Q_0\cos(\omega_0t+\varphi)$，$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$，$T=2\pi\sqrt{LC}$。$Q_0$、$\varphi$由初始值 q_0，i_0 给出：$Q_0=\sqrt{q_0^2+i_0^2/\omega_0^2}$，$\mathrm{tg}\varphi=-i_0/\omega_0q_0$。电场能量$W_e=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\cdot\cos^2(\omega_0t+\varphi)$，磁场能量 $W_m=\frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega_0t+\varphi)$。$W_e$、$W_m$不同相但互补变化；总能 $W_{em}=W_e+W_m=\frac{Q_0^2}{2C}$守恒。

2．LCR阻尼振荡电路

微分方程$\frac{d^2q}{dt^2}+2\beta\frac{dq}{dt}+\frac{1}{LC}q=0\left(2\beta=\frac{R}{L}，\omega_0^2=\frac{1}{LC}\right)$：$q=Q_0e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi)$，其中 $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$。