Revised Printing

Fundamentals of Physics

Halliday
Resnick

物理學基本原理

譯者
王 唯 農
王 明 建

第 2 册

東華書局印行

物理學基本原理

第　二　冊

著　者

雷　士　勒　　霍　立　德

(*R. Resnick*)　　(*D. Halliday*)

譯　者

王　唯　農　　王　明　建

東華書局印行

中華民國六十六年 三 月初 版

大學用書 物理學基本原理

第二册 定價新臺幣四十元整
（外埠酌加運費滙費）

原 著 者　雷 士 勒　霍 立 德
譯　　者　王 唯 農　王 明 建
發 行 人　卓　鑫　淼
出 版 者　臺灣東華書局股份有限公司
　　　　　臺北市博愛路一〇五號
　　　　　電話：3819470 郵撥：6481
印 刷 者　中　臺　印　刷　廠
　　　　　臺中市公園路三十七號

行政院新聞局登記證 局版臺業字第零柒貳伍號
（66022）

物 理 常 數

(參閱附錄A之附表，該表較完整)

光速	c	3.00×10^{8}米/秒$=1.86\times10^{5}$哩/秒
質量能量關係	$c^2(=E/m)$	931MeV/amu$=8.99\times10^{16}$焦耳/仟克
重力常數	G	6.67×10^{-11}牛頓米^2/仟克^2
普遍氣體常數	R	8.31 焦耳/摩爾 K°$=1.99$卡/摩爾K°
		$=0.0823$ 升 atm/摩爾 K°
水的三相點	T_{tr}	273.16 °K
導磁常數	μ_0	1.26×10^{-6} 亨利/米
容電常數	ε_0	8.85×10^{-12} 法拉/米
亞佛加德羅常數	N_0	6.02×10^{23} 分子/摩爾
波爾兹曼常數	k	1.38×10^{-23} 焦耳/分子 K°
蒲朗克常數	h	6.63×10^{-34} 焦耳秒
基本電荷	e	1.60×10^{-19} 庫侖
電子靜止質量	m_e	9.11×10^{-31} 仟克
電子荷質比	e/m_e	1.76×10^{11} 庫侖/仟克
質子靜止質量	m_p	1.67×10^{-27} 仟克
質子磁矩	μ_e	9.27×10^{-24} 焦耳/tesla

物 理 性 質

空氣密度(STP)	1.29 仟克/米^3
水密度(20°C)	1.00×10^3 仟克/米^3
水銀密度(20°C)	13.6×10^3 仟克/米^3
乾燥空氣(STP)中之聲速	331 米/秒＝1090 呎/秒
重力加速度(標準)	9.81 米/秒^2＝32.2呎/秒^2
標準大氣壓力	1.01×10^5 牛頓/米^2＝14.7磅/吋^2
	＝760 毫米水銀柱
地球平均半徑	6.37×10^6 米＝3960哩
地球-太陽平均距離	1.49×10^8 仟米＝92.9×10^6哩
地球-月球平均距離	3.80×10^5 仟米＝2.39×10^5哩
地球質量	5.98×10^{24} 仟克
水的熔解熱(0°C, 1atm)	79.7 卡/克
水的汽化熱(100°C, 1atm)	539 卡/克
冰的熔點	0.00°C＝273.15°K
空氣(20°C)之比熱比(γ)	1.40
鈉光黄色雙線的波長	5892A
水的折射率(@5892A)	1.33
冕牌玻璃的折射率(@5892A)	1.52

物理學基本原理

第二册　目　次

第十二章

剛　體　平　衡

(Equilibrium of Rigid Bodies)

12-1　剛體平衡 (The Equilibrium of a Rigid Body)

在橋身重量和車輛負荷下，吊橋的支柱必須十分堅固，以免倒場；當駕駛員拙劣着陸時，飛機的起落架應不致損毀；切堅韌的牛排時，叉尖不應彎曲。在上述諸例中，工程師所關心的是這些假想的剛體結構，在受外力及相關的轉矩作用時，仍能保持堅固。

在這些問題中，工程師要問兩個問題：(1) 作用於此假想剛體的力及轉矩爲何？(2)在這些力和轉矩的作用下，用此材料如此設計成的物體，是否仍然剛强？本章僅討論前一問題；工科學生將在以後的課程中詳細研究後者。

注意假想的剛體均處於**力學平衡** (mechanical equilibrium) 狀態。所謂在力學平衡狀態的剛體，乃係在一慣性參考系中觀之，若 (1) 其質心的線加速度 $\mathbf{a}_{cm}$ 爲零，(2) 對該參考系中的任何固定軸，其角加速度 $\boldsymbol{\alpha}$ 爲零。

上述定義不需物體對觀察者爲靜止，僅需物體未被加速，例如其質量中心可以等速度 $\mathbf{v}_{cm}$ 運動，並且物體可以等角速度 ω 繞固定軸轉動。若物體確係靜止 (故 $\mathbf{v}_{cm}=0$ 和 $\omega=0$)，常稱之爲**靜態平衡** (static equilibrium)。但無論平衡是否爲靜態，加於力和轉矩的限制相同。此外，任何(非靜態)平衡問題，均可由選擇適當的新參考系，而將之變換爲靜態平衡。

質量 M 之剛體的平移運動由式 8-8 決定；

$$\mathbf{F}_{ext}=M\mathbf{a}_{cm},$$

$\mathbf{F}_{ext}$ 為所有作用於物體之外力的向量和。因平衡時 $\mathbf{a}_{cm}$ 應為零，故平衡（靜態或非靜態）的第一條件是：**作用於平衡物體所有外力的向量和必為零。**

條件 (1) 可寫為

$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots=0, \tag{12-1}$$

為簡便計，已將 $\mathbf{F}_{ext}$ 的下誌略去。此向量方程式可導致三純量方程式：

$$\begin{aligned} F_x&=F_{1x}+F_{2x}+\cdots=0,\\ F_y&=F_{1y}+F_{2y}+\cdots=0,\\ F_z&=F_{1z}+F_{2z}+\cdots=0, \end{aligned} \tag{12-2}$$

即沿任何三個相互垂直方向中的每一方向，各力之分量的和為零。

平衡的第二要求是對任何軸之 $\alpha=0$. 因剛體的角加速度與轉矩有關——記住對固定軸 $\tau=I\alpha$ ——平衡（靜態或非靜態）的第二條件可述之為：**作用於平衡物體之所有外轉矩的向量和必為零。**

條件 (2) 可寫為：

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}_1+\boldsymbol{\tau}_2+\cdots=0. \tag{12-3}$$

此向量方程式亦可導致三純量方程式：

$$\begin{aligned} \tau_x&=\tau_{1x}+\tau_{2x}+\cdots=0,\\ \tau_y&=\tau_{1y}+\tau_{2y}+\cdots=0,\\ \tau_z&=\tau_{1z}+\tau_{2z}+\cdots=0, \end{aligned} \tag{12-4}$$

即平衡時，作用於物體的轉矩，沿任何三個相互垂直方向的任一方向之轉矩分量的和為零。

式 12–3 中的合成轉矩 $\boldsymbol{\tau}$，係對一特定原點 O 而定義，在力學平衡時必為零。式 12–4 中的 τ_x、τ_y 和 τ_z 等量則為 $\boldsymbol{\tau}$ 的純量分量，並適用於以 O 為原點的任意三相互垂直軸，不論諸軸在空間的方位為何。此結果乃基於：一向量若為零，則不論如何取參考坐標軸的方向，其純量分量必為零。讀者也許懷疑是否與原點之選擇有關，答案——將證明於下

——是並非如此，因爲（對移動平衡的物體）若對任何原點 O 的 $\tau=0$，其對該參考系中任何其他原點的 τ 亦爲零。本段的主旨是對移動平衡的物體，若能證明 (a) 對任一點之 $\tau=0$（式 12-3），或 (b) 沿任何三相互垂直方向的轉矩分量均爲零（式 12-4），則已滿足第二條件。

因此，作用於一平衡物體的諸力間，有六個獨立條件，這些條件即式 12-2 及 12-4 中的六個代數關係式。這六個條件是剛體的六個自由度，每個自由度有一個條件，即平移和轉動各爲三自由度。

時常處理所有力均在一平面內的問題，則各力間僅有三個條件：在平面內任意二相互垂直方向的任一方向，諸力的分量和應爲零，以及對任一垂直於此平面之軸的諸轉矩的和應爲零。此等條件相當於平面運動的三個自由度，即兩個平移自由度和一個轉動自由度。

爲簡化計算起見，此後的討論將大部分限於平面上的問題。又爲方便計，僅考慮靜態平衡，即物體實係靜止的情形。

12-2　重　心 (Center of Gravity)

在剛體運動中所討論的力，有一種是重力。事實上，對有體形的物體而言，重力並非只是一力，而是極多力的合力。物體中各質點均受重力作用。若想像將質量爲 M 的物體，分成 n 個質點，質量爲 m_i 的第 i 個質點所受地球的重力爲 $m_i\mathbf{g}$，此力朝下正向地心。若在一區域內各處的重力加速度 $\mathbf{g}$ 相同，則稱均勻重力場存在於該區域；亦即在該區域內，各處 $\mathbf{g}$ 的方向和大小均相同。在均勻重力場中的剛體，體內每一質點的 $\mathbf{g}$ 均相同，質點的重量力必彼此平行。在地球重力場是均勻的假設下，能證明所有作用於物體的各重量力，可由作用於該物體質心向下的單獨力 $M\mathbf{g}$ 代替。這就等於證明，由各個向下的重量力所引起的加速作用，倘若力 $\mathbf{F}$ 加於物體的質量中心，可被一向上作用的單獨力 $\mathbf{F}(=-M\mathbf{g})$ 所抵消。

圖 12-1 陳示剛體被分成 n 個質量基素，選出兩個代表質量或質量基素 m_1 和 m_2，在某點 O 加一向上之力 $\mathbf{F}(=-M\mathbf{g})$. 現在證明該物體

爲力學平衡的必要（且爲充分）條件是 O 點爲質心。由所選 $\mathbf{F}$ 的大小和方向，平衡的第一條件（式 12-1）已能滿足，即

$$\mathbf{F}+m_1\mathbf{g}+m_2\mathbf{g}+\cdots+m_n\mathbf{g}=0,$$

即

$$\mathbf{F}=-(m_1+m_2+\cdots+m_n)\mathbf{g}=-M\mathbf{g},$$

符合上述的假設。

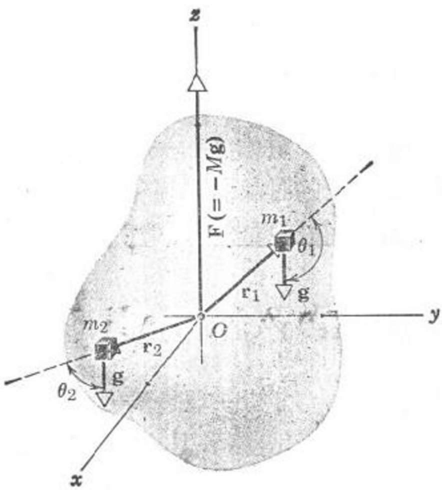

圖 12-1　不規則物體被分成 n 個質量基素，圖示其中二代表基素 m_1 和 m_2。文中證明由加在質心向上的力 $\mathbf{F}(=-M\mathbf{g})$，能使物體保持平移和轉動平衡。

尙須證明物體對任一 O 點 $\boldsymbol{\tau}=0$，這是平衡的第二條件。由於選擇 O 爲原點，$\mathbf{F}$ 對此點的轉矩爲零，因 $\mathbf{F}$ 對此點的力矩臂爲零。加於各質量基素上的重力，對 O 點的轉矩爲

$$\boldsymbol{\tau}=\mathbf{r}_1\times m_1\mathbf{g}+\mathbf{r}_2\times m_2\mathbf{g}+\cdots+\mathbf{r}_n\times m_n\mathbf{g}.$$

因 m_1, m_2 等是純量，上式可寫爲

$$\boldsymbol{\tau}=m_1\mathbf{r}_1\times\mathbf{g}+m_2\mathbf{r}_2\times\mathbf{g}+\cdots+m_n\mathbf{r}_n\times\mathbf{g}.$$

將各項的相同因子 g 提出，得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}&=(m_1\mathbf{r}_1+m_2\mathbf{r}_2+\cdots+m_n\mathbf{r}_n)\times\mathbf{g}\\&=(\sum_1^n m_i\mathbf{r}_i)\times\mathbf{g},\end{aligned}$$

式中係對所有組成該物體的質量基素取其和。

由質心的定義（見式 8–3 及其後的討論）可知，若 O 點為物體的質心，上式之和為零。故得結論為：若 O 點為質心（且僅有在此情形下），則 $\tau=0$，而滿足力學平衡的第二條件。

因此，作用於剛體之各質量基素的重力，相當於單獨力 $M\mathbf{g}$ 所有的平移和轉動作用，$M\mathbf{g}$ 為物體的總重量，作用於質心。若將連續的物體分成無限多的質點，可得相同之結果。讀者應能用積分學的方法證明之（見 8–1 節）。諸重力之合力的施力點，常稱為**重心**（center of gravity）。

因幾乎所有力學問題中所涉及之物體的大小，均遠較 g 發生顯著改變的距離為小，故可假設作用於物體的 g 為均勻者，則重心與質心可當作在相同之點。事實上利用二者的重合，可由實驗求得不規則形狀物體的質心。圖 12–2 所示為定一不規則形狀薄板的質心位置即為一例。物體以絃自邊上某點 A 處懸之，俟其靜止時，重心的位置，必在支點下，位於直線 Aa 上某處，因只有在此情形時，由絃的張力和物體重量所生轉矩之和方為零。再將物體懸於其邊上另一點 B，同理，重心的位置須

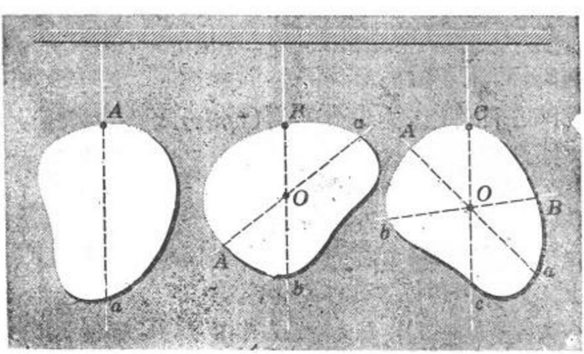

圖 12–2　因質心 O 恆在懸點正下方，懸平板於兩不同之點可決定 O。

在 Bb 上某處。Aa 與 Bb 兩線僅有的共同點爲其交點 O，故這點必爲重心。若再將此物體懸於其邊上其他任何點 C，垂線 Cc 將通過 O 點。因曾假設爲均勻重力場，質心與重心相重合，故質心亦位於 O。

12-3 平衡的實例 (Examples of Equilibrium)

甚多方法可以闡明及簡化應用平衡條件（合力爲零及對任何軸的合成轉矩爲零）的步驟。

第一，在所討論之系統的周圍，畫一假想的邊界，如此可明確得知平衡定律應用於何物體或物體系統，此過程謂之隔離該系統。

其次，畫出向量代表所有外力的大小、方向和施力點，外力是指由上述界線之外作用的力。常見的外力有重力，和由線、繩、棒和樑等穿過邊界所傳送的力。有時力的方向會發生疑問，此時可假想將傳遞力的物體在穿過邊界之點切斷，若兩斷點有被拉開的趨勢，力即向外作用。倘有懷疑，可任意選擇方向，在答案中力爲負值時，即表示力的作用方向與最初假設的方向相反。注意，僅需考慮作用於系統的外力；所有內力均成對抵消。

第三，在應用平衡的第一條件（式 12-2）之前，選取方便的參考系，沿其軸分解外力，其目的在簡化計算。合用之參考系常是顯而易見的。

第四，在應用平衡的第二條件（式 12-4）之前，選取方便的參考系，沿其軸分解外轉矩。其目的亦在使計算簡化，且若屬方便，應用靜態平衡的兩個條件時，可用不同的參考系。設軸通過二力的交點，並垂直於此二力所形成的平面，此二力自然無沿（或繞）此軸的轉矩分量。平衡時所有外力所產生的轉矩，對任何軸的分量必爲零。內轉矩成對抵消，故不需考慮。

【例 1】 (a) 一均勻鋼製米尺棒的兩端靜置於兩磅秤上，棒重 4.0磅。重 6.0磅的木塊置於尺上 25 厘米標誌處，求兩秤的讀數。

所討論的系統爲棒和木塊，作用於棒的力有 $\mathbf{W}$ 及 $\mathbf{w}$，即向下作用於棒及木塊重心處的重力，還有磅秤向上施於棒的兩端之力爲 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$，均如圖 12-3 所示。由

牛頓第三定律，秤施於棒之力等於棒施於秤之力，且方向相反。因此，欲求秤的讀數，須先求 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的大小。

平移平衡的條件（式 12-1）爲

$$\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\mathbf{W}+\mathbf{w}=0.$$

因所有力均垂直作用，若令垂直方向爲 y 軸，即無需考慮其他軸，則上式爲一純量式

$$F_1+F_2-W-w=0.$$

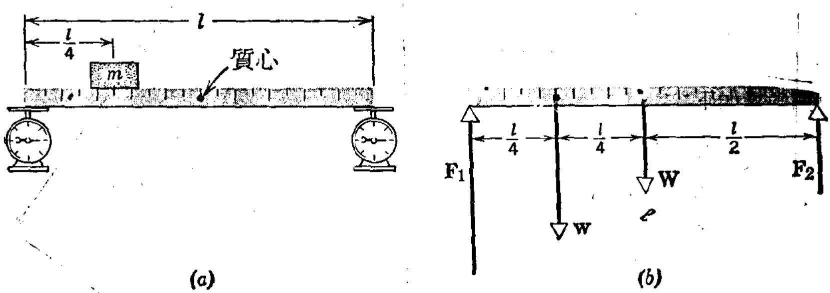

圖 12-3 (*a*) 例 1，均勻鋼棒置於兩彈簧秤上，一重物置於棒上距一端四分之一處。(*b*)其力圖。

轉動平衡時，施於棒上的合成轉矩，沿任何軸的分量必爲零。如上所述，僅需證在任何三相互垂直軸上轉矩分量爲零即可。在圖 12-3 的平面內，任何二垂直軸上之此等分量必定爲零(何故？)。倘需對垂直於圖面任一軸的合成轉矩爲零。設選一軸通過重心，以順時針之轉動爲正，反時針者爲負，則轉動平衡的條件（式 12-4）爲

$$F_1\left(\frac{l}{2}\right)-F_2\left(\frac{l}{2}\right)+W(0)-w\left(\frac{l}{4}\right)=0,$$

即 $$F_1-F_2-w/2=0.$$

將此式平移平衡所得之式相加，解 F_1 得

$$F_1=\frac{W}{2}+\frac{3w}{4}=6.5\text{ 磅}.$$

同樣， $$F_2=F_1-w/2=3.5\text{ 磅}.$$

注意、在求得 F_1 之式中，若 $w=0, F_1=W/2=2.0$ 磅，且因此 $F_2=2.0$ 磅，正如所預料者。若選軸穿過棒的一端，亦得相同的結果。

【例 2】 (*a*) 長 60 呎重 100 磅之梯靜靠於牆，梯頂端距地 48 呎，梯的重心在距底端三分之一全長處。一人重 160 磅，攀登於梯的中點處。設牆無摩擦，求此系統施於地及牆的力。

作用於梯之力如圖12-4所示。**W** 係立於梯上的人重，**w** 爲梯重。$\mathbf{F}_1$ 係地施於梯之力，$\mathbf{F}_{1v}$爲其垂直分量，$\mathbf{F}_{1h}$ 爲其水平分量(由於摩擦)。無摩擦之牆，僅能在垂直其表面的方向施力 $\mathbf{F}_2$. 已知數據如下：

$$W=160 \text{ 磅},$$
$$w=100 \text{ 磅},$$
$$a=48 \text{ 呎},$$
$$c=60 \text{ 呎}。$$

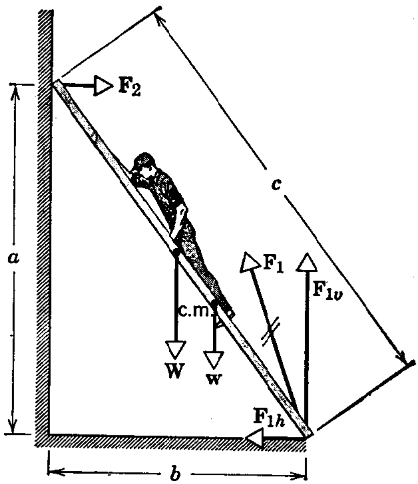

圖 12-4 例 2.

由幾何關係可知 $b=36$ 呎。**W** 的作用線與地面交於距牆 $b/2$ 處，**w** 的作用線則交於距牆 $2b/3$ 處。

令 x 軸沿地面，y 軸沿牆，則平移平衡的條件 (式 12-2) 爲

$$F_2-F_1h=0,$$
$$F_{1v}-W-w=0.$$

應用轉動平衡條件 (式 12-4) 時，取軸通過梯與地的接觸點，得

$$F_2(a)-W\left(\frac{b}{2}\right)-w\left(\frac{b}{3}\right)=0.$$

將上述數據代入，得

$$F_2(48 \text{ 呎})-(160 \text{ 磅})(18 \text{ 呎})-(100 \text{ 磅})(12 \text{ 呎})=0,$$
$$F_2=85 \text{ 磅},$$
$$F_{1h}=F_2=85 \text{ 磅},$$
$$F_{1v}=160 \text{ 磅}+100 \text{ 磅}=260 \text{ 磅}。$$

由牛頓第三定律，梯施於牆和地面之力，等於牆和地面施於梯之力，但方向相反。故牆所受的正向力爲 85 磅，地面所受力的分量爲 260 磅向下和 85 磅向右。

(*b*) 若梯與地面間的靜摩擦係數爲 $\mu_s=0.40$，問此人可以攀登多高，梯仍不滑動？

設此人可登之最高點距梯底端的距離與梯全長之比爲 x。則平衡條件爲

$$F_2-F_{1h}=0,$$
$$F_{1v}-W-w=0,$$

及
$$F_2a-Wbx-w\left(\frac{b}{3}\right)=0.$$

由此得

$$F_2(48\text{ 呎})=(160\text{ 磅})(36\text{ 呎})x+(100\text{ 磅})(12\text{ 呎}),$$
$$F_2=(120x+25)\text{ 磅}.$$

因此
$$F_{1h}=(120x+25)\text{ 磅},$$

結果同前
$$F_{1v}=260\text{ 磅}.$$

最大靜摩擦力爲

$$F_{1h}=\mu_sF_{1v}=(0.40)(260\text{ 磅})=104\text{ 磅}.$$

故
$$F_{1h}=(120x+25)\text{磅}=104\text{ 磅},$$

及
$$x=\frac{79}{120},$$

因此在梯開始滑動前，此人可攀登至

$$60x\text{ 呎}=39.5\text{ 呎}.$$

在本例中，梯被當作一維空間的物體，與地面及牆僅各有一接觸點。讀者應仔細思考，此假設對兩端各有兩接觸點之較合理的考慮如何限制。

以上二例中，均曾小心限制未知力的數目，使與各力間獨立關係式的數目相同。當所有之力作用於一平面時，僅有三個獨立的平衡方程式，一爲對垂直於該面的任何軸之轉動平衡，其餘二個則爲平面內之平移平衡。但是未知力常在三個以上。例如，例 2*a* 的梯子問題中，若將牆無摩擦的假設除去，則有四未知純量，即牆作用於梯之力的垂直和水平分量，及地面作用於梯之力的垂直和水平分量。因只有三純量方程式，這四力不能求得。對一未知力定以任何值後，其餘三力才可求得。但若