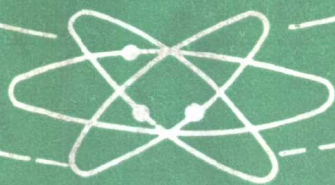


高等学校教材

激光导论

陈英礼 主编



电子工业出版社

中国书画函授大学肇庆分校

散 论

（理论文选）

中国书画函授大学肇庆分校

006488

激 光 导 论

陈英礼 主编

电子工业出版社

内 容 提 要

本书利用速率方程和经典电磁场理论阐述激光的一般物理原理，并介绍常用激光器及其基本单元技术。共七章包括谐振腔、辐射与物质相互作用，激光器稳态工作特性和瞬态工作特性、典型激光器及激光束参数的变换。本书着重基本概念和物理图象的阐述。尽量避免繁琐数字推导，对激光发展的最新成就也作了适当介绍，读者具备电磁场理论和原子物理基础知识即可顺利阅读本书。

本书可作为工科院校应用物理、电子物理以及光电器件、光纤通讯，半导体器件与物理等专业的教材，也可作为综合性大学和师范大学物理专业教材，也可作为光学仪器计量、精密机械等专业的教学参考书。

激 光 导 论

陈英礼 主编

责任编辑 高 平

*

电子工业出版社出版（北京市万寿路）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国科学技术情报所印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米1/16 印张：15 字数：343 千字

1986 年 7 月第 1 版 1986 年 10 月第 1 次印刷

印数：1—3000册 定价：2.50元

统一书号：15290·415

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初，由于各有关院校，特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合，共编审出版了教材159种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映国内外电子科学技术水平，达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求，在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上，电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》、中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会，作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构。并制定了一九八二年到一九八五年教材编审出版规划，列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共217种选题。在努力提高教材质量，适当增加教材品种的思想指导下，这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿，主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材，分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验，这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系由电子工业部〈电子物理与器件〉教材编审委员会〈激光与红外〉编审小组评选审定，并推荐出版。

该教材由上海交通大学陈英礼担任主编，哈尔滨工业大学马祖光教授担任主审。编审者均依据〈激光与红外〉编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅。

本课程的参考教学时数为60学时。全书共分六部分。第一部分（第一章）概述激光器发展的物理背景和激光器运转的基本原理。第二部分（第二章）讨论激光束与谐振腔的特性，重点是高斯光束与稳定腔，对于非稳腔及其点光束特征仅作简单介绍。第三部分（第三到五章）包括均匀与非均匀加宽介质的增益饱和特性，激光器的稳态和瞬态工作特性。有关的一些单元技术，如纵模选择、稳频、调Q、锁模等的物理原理，也在这部分的相应章节中作了介绍。第四部分（第六章）叙述一些典型的激光器。第五部分（第七章）讨论激光束的一些重要参数，如空间分布、强度、频率等的变换特性。本书最后部分是一附录，介绍了从爱因斯坦受激辐射概念的提出到红宝石、氦-氖激光器发明的一些历史材料，编者希望这部分内容对于有兴趣了解激光器问世历史背景的读者有所裨益。

本书利用经典电磁理论和速率方程理论，具有光学、原子物理和电磁理论等基础知识的读者可以顺利阅读，适用于高等工业学校应用物理、技术物理、电子物理与器件、光电技术等专业作为教学用书，也可供综合性大学与高等师范院校物理专业参考。

本书由陈英礼、谢绳武、李淳飞合作编写，由陈英礼统编全稿。参加审阅工作的还有王雨三副教授。在编写过程中，兰信钜副教授作了很多鼓励，赵家驹、叶碧青、周衍等副教授提出许多宝贵意见，谨向他们表示诚挚的谢意。编者也感谢李树杉、李力基、郑开富诸位同志的帮助，谨此致谢。由于编者水平有限，书中存在不少缺点和错误，我们殷切希望得到读者的批评指正

编 者

1986·4

目 录

第一章 概述	(1)
§ 1.1 黑体辐射及其实验结果	(1)
§ 1.2 模密度	(2)
§ 1.3 普朗克公式	(5)
§ 1.4 受激跃迁和自发跃迁	(7)
§ 1.5 跃迁截面	(11)
§ 1.6 介质的增益与集居数反转	(12)
§ 1.7 光学谐振腔	(14)
§ 1.8 稳定激光的形成	(16)
§ 1.9 激光的特性(I)	(18)
§ 1.10 激光的特性(II)	(22)
第二章 光学谐振腔	(25)
§ 2.1 开腔模与闭腔模	(25)
§ 2.2 开腔中稳定模的形成与计算	(29)
§ 2.3 共焦腔镜面上的场分布	(32)
§ 2.4 共焦腔的共振频率和衍射损耗	(38)
§ 2.5 共焦腔内的行波场	(40)
§ 2.6 一般球面镜腔	(44)
§ 2.7 谐振腔的稳定条件	(49)
§ 2.8 谐振腔的损耗	(50)
§ 2.9 横模选择	(53)
§ 2.10 光线矩阵	(55)
§ 2.11 谐振腔的光束特性	(58)
§ 2.12 非稳腔	(62)
第三章 介质的增益及其饱和	(66)
§ 3.1 谱线加宽	(66)
§ 3.2 自然加宽	(69)
§ 3.3 碰撞加宽	(73)
§ 3.4 多普勒加宽	(74)
§ 3.5 均匀和非均匀加宽及其综合效应	(76)
§ 3.6 速率方程	(80)
§ 3.7 增益及其在均匀加宽介质中的饱和	(82)
§ 3.8 非均匀加宽介质中的增益饱和	(87)
第四章 激光器的稳态工作特性	(90)
§ 4.1 激光器的振荡条件	(90)
§ 4.2 连续激光器的输出功率和最佳耦合	(92)
§ 4.3 连续激光器稳态振荡的建立	(97)
§ 4.4 纵模选择	(101)
§ 4.5 激光的极限线宽	(104)
§ 4.6 拉姆凹陷与激光器的稳频	(107)

§ 4.7 频率牵引	(109)
第五章 激光器的瞬态工作特性	(115)
§ 5.1 弛豫振荡	(115)
§ 5.2 调Q激光器的工作原理	(118)
§ 5.3 调Q方法 (I)	(123)
§ 5.4 调Q方法 (II)	(126)
§ 5.5 电光效应	(129)
§ 5.6 激光器的锁模	(132)
§ 5.7 锁模方法	(135)
第六章 典型激光器	(140)
§ 6.1 固体激光器	(140)
6.1.1 引言	(140)
6.1.2 光泵	(141)
6.1.3 顺磁离子激光器的工作物质	(143)
6.1.4 钕激光器	(145)
6.1.5 红宝石激光器	(148)
6.1.6 终端声子激光器	(149)
6.1.7 色心激光器	(151)
§ 6.2 气体激光器	(154)
6.2.1 引言	(154)
6.2.2 气体激光器的放电泵浦	(154)
6.2.3 中性原子气体激光器	(156)
6.2.4 离子气体激光器	(160)
6.2.5 分子气体激光器	(163)
§ 6.3 染料激光器	(173)
§ 6.4 半导体激光器	(178)
6.4.1 引言	(178)
6.4.2 本征半导体中电子的能级和统计分布	(178)
6.4.3 半导体中光的放大	(180)
6.4.4 注入式激光器	(181)
§ 6.5 自由电子激光器	(184)
第七章 激光束的参数变换	(185)
§ 7.1 激光束的空间变换	(185)
7.1.1 高斯光束的q参数	(185)
7.1.2 ABCD定则	(188)
7.1.3 高斯光束的聚焦和准直	(190)
§ 7.2 激光束的频率变换	(194)
7.2.1 非线性极化的经典振子模型	(194)
7.2.2 二次谐波振荡	(195)
7.2.3 参量放大与振荡	(199)
7.2.4 解析处理	(201)
§ 7.3 激光束的强度变换	(208)
7.3.1 激光放大	(208)

7.3.2 激光的强度调制.....	(211)
7.3.3 光学双稳态	(214)
附录 激光发展简史	(218)

第一章 概 述

激光是高亮度的相干光束，具有一系列与普通光殊异的特性。这些特性由它独特的辐射机理所决定。激光在发光过程中，受激发射占主导地位。激光是放大的受激辐射光。“激光”一词的英文原名“LASER”即是Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation（辐射的受激发射的光放大）取头一个字母的缩写。本章通过激光和黑体辐射（典型的非相干光）在辐射特性上的比较，论述激光产生的特点。为此，我们首先对黑体辐射的实验结果和理论作一简单回顾，其中要引入在激光中非常重要的“模”的概念。继而讨论受激发射和自发发射的区别、特征以及它们之间的关系。通过论述如何使受激辐射放大并使其在发光过程中占绝对优势，分析激光器的三个主要组成部分——激活介质、抽运（激光中也经常用英文音译名泵浦）源和谐振腔在激光产生中的作用以及激光器中稳定激光的形成。最后，对激光的特性作一简单描述。本章着重阐述激光产生的物理思想，使读者在阅读本书的开始，对激光有一概括性的全貌了解。

§1.1 黑体辐射及其实验结果

如众所知，所有处于一定温度的物体都能够发射和吸收电磁辐射。如果一个物体能完全吸收投射于其上的任何波长电磁辐射，则称为绝对黑体，简称黑体。一般，人们在实验室中用绝缘壁做成并在其上开有一个小孔的空腔来近似模拟黑体。因为从外界射入小孔的电磁辐射将在腔内来回反射而几乎不再逸出，于是这一空腔的行为与黑体非常相似。设腔壁与腔内辐射场建立了热平衡，所谓热平衡是指腔壁发射能量的速率和吸收速率保持相等，这种情况下，空腔可由一定温度 T 表征。由小孔射出的辐射由于是经过腔内多次反射而出射的，因此可以代表温度 T 时黑体发出的辐射。

黑体辐射由不同频率成分的电磁辐射组成，而且各种频率成分所占比重不同。为了描述

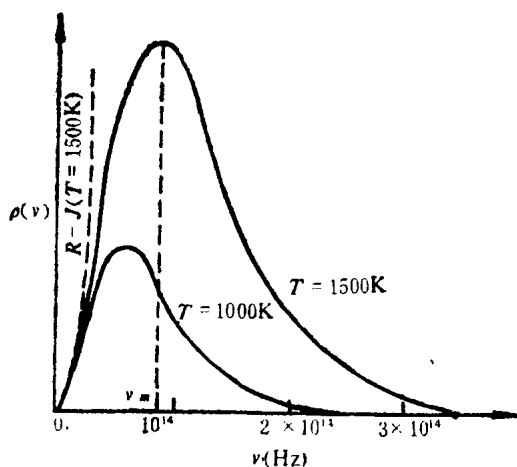


图1-1 在 $T=1000\text{K}$ 和 $T=1500\text{K}$ 两种温度下，黑体辐射光谱能量密度 $\rho(\nu)$ 随频率变化的实验曲线。其中虚线表示由方程(1.3.3)式表示的瑞利-琴斯(R-J)公式

它的光谱能量分布,引入光谱能量密度 $\rho(\nu)$,定义为单位体积中,频率在 ν 附近单位频率间隔中的辐射能量,单位为 $\text{J} \cdot \text{s}/\text{m}^3$ 。在不同温度下,对黑体辐射的光谱能量分布进行实验测定,所得 $\rho(\nu)$ 随频率 ν 变化曲线如图1-1所示。对于每一温度,在一定频率 ν_m 处, $\rho(\nu)$ 达到最大。而 ν_m 和 $\rho(\nu_m)$ 的值随温度升高而增大。

黑体辐射实验是十九世纪末物理学天空上出现的一朵乌云,企图完全用经典理论导出 $\rho(\nu, T)$ 函数表式的努力都归失败。这朵乌云孕育着物理学的根本变革。本世纪的第一个年头,德国物理学家普朗克为了从理论上解释黑体辐射实验,提出了量子假设,奠定了量子论的基础。激光器作为一种量子器件,正是量子论的最重要成果之一。

§1.2 模 密 度

为了从理论上导出黑体辐射的光谱能量密度 $\rho(\nu)$,本节对空腔中的电磁场分布作进一步讨论。与自由空间不同,空腔中的电磁场由于受到腔壁边界的限制,只能存在于一系列特定状态。每一种状态与电磁场一定的空间分布、振荡频率、传播方向和偏振方向相对应,称为空腔的模,或称波型。求出单位体积单位频率间隔内电磁场模的数目,再乘以每个模具有的能量,即可得出 $\rho(\nu)$ 的表式。

为简单起见,我们考察长度为 d 、宽和高都是 $2a$ 的矩形腔。直角坐标系的 z 轴沿腔的长边 d 放置,称为腔的纵轴。与 z 轴垂直的平面(x - y 面)称为横平面,如图1-2所示。简单的热力学论证表明^①, $\rho(\nu)$ 是一个仅与空腔温度 T 和电磁场频率 ν 有关的普适函数,而与空腔的大小、形状和腔壁材料无关,因此以形状简单的矩形腔为例进行讨论,并不失去计算结果的普遍性。设腔壁为完全导电的理想金属,因此对入射于其上的电磁波全部反射。由于反射波与入射波的干涉,在腔内将会形成各种稳定的驻波模。关于驻波模场分布的具体表式见(2·1·2)式,本节仅限于讨论模的数目。

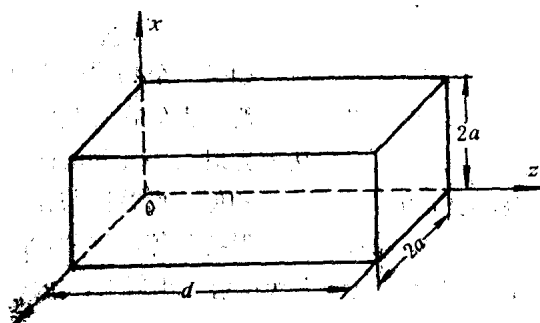


图1-2 矩形腔

的数目。

先考虑一维问题:平面电磁波在二个无限大平面反射镜间沿垂直于镜面方向来回反射。由于反射镜是理想金属构成,所以在镜面上平行于镜面的分量为零,亦即镜面处形成波节。于是在镜间形成驻波。这样,对一维问题来说,形成稳定驻波的条件是镜间距离 d 为平面电磁波半波长的整数倍:

$$d = \frac{\lambda}{2} q, \quad q = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2.1)$$

或写成用频率表示的条件:

$$\nu = \frac{c}{2nd} q \quad (1.2.2)$$

① 例如,参见Svelto, O., Principles of Lasers, 2d Ed. New York and London: Plenum Press, 1982, p.16.

这里, λ 是介质中波长, ν 是频率, n 是介质折射率, c 是真空中光速, q 是正整数序列: $q = 1, 2, 3, \dots$ 等。

引入波数, 定义为

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.2.3)$$

则一维空间的共振条件 (1.2.1) 式可写为

$$k = \frac{q\pi}{d} \quad (1.2.4)$$

矩形空腔具有三维方向。对于三维空间, 我们引入波矢 $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}$ 的方向表示光波传播方向, 而其大小与波长的关系仍如 (1.2.3) 式表示。因此波矢 $\mathbf{k}$ 沿空腔三个棱边方向的分量分别为

$$k_x = k \cos \alpha \quad (1.2.5a)$$

$$k_y = k \cos \beta \quad (1.2.5b)$$

$$k_z = k \cos \gamma \quad (1.2.5c)$$

式中 $\cos \alpha$, $\cos \beta$ 和 $\cos \gamma$ 分别是 $\mathbf{k}$ 与棱边夹角的余弦。仿照一维空间的驻波条件, 得出这个长方形空腔中形成稳定驻波的条件是

$$k_x = \frac{l\pi}{2a} \quad (1.2.6a)$$

$$k_y = \frac{m\pi}{2a} \quad l, m, q = 0, 1, 2, \dots \quad (1.2.6b)$$

$$k_z = \frac{q\pi}{d} \quad (1.2.6c)$$

利用

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \quad (1.2.7)$$

由 (1.2.6) 式可得

$$\left(\frac{2}{\lambda} \right)^2 = \frac{l^2 + m^2}{4a^2} + \frac{q^2}{d^2} \quad (1.2.8)$$

或用频率 ν 表示

$$\nu = \frac{c}{2n} \left(\frac{l^2 + m^2}{4a^2} + \frac{q^2}{d^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.2.9)$$

上式表示, 当空腔的线度 d 和 a 确定以后, 一组 (l, m, q) 值与电磁波一个确定的频率相对应。再由 (1.2.5) 和 (1.2.6) 两组式子看出, 它还对应着确定的波矢量方向, 即对应着电磁波确定的传播方向。由此可知, 每一组 (l, m, q) 值对应着一个独立的驻波波型 (暂不考虑驻波的偏振方向), 只要求出可能的 (l, m, q) 值的数目, 不难得到空腔内独立的驻

波模数。

为了便于计算，引入波矢空间。这是以波矢 k 的三个分量 k_x ， k_y 和 k_z 为轴，并取 $\pi/2a$ ， $\pi/2a$ 和 π/d 为坐标轴单位的直角坐标系，如图1-3所示。坐标系中各种可能的 $l(\pi/2a)$ ， $m(\pi/2a)$ 和 $q(\pi/d)$ 点称为格点，各个格点与腔内可能存在的驻波一一对应。将坐标原点与各个格点相连所得到的矢量即为各种可能的 k 矢量，而振动频率从0到 ν 范围内的驻波数也就是 k 值从0到 $2\pi\nu/c$ 所对应的格点数。由于 k_x ， k_y 和 k_z 必须是正值，所以与空腔模相对应的格点都位于第一卦限。计算这一卦限中的格点数只要将以 k 为半径的球体的1/8除以元胞的体积即得。考虑到每一元胞的体积为 $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \pi^3/4a^2d$ 。于是我们有

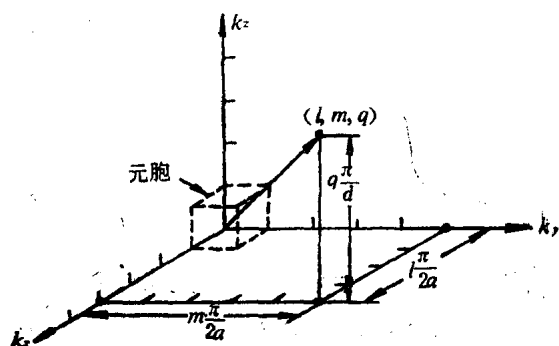


图1-3 波矢空间中各个格点与可能存在的驻波模相对应，图中作出了一个可能的 k 矢量。邻近坐标原点的一个元胞也在图中示出

考虑到每一元胞的体积为 $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \pi^3/4a^2d$ 。于是我们有

$$\frac{\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{2\pi\nu}{c} \right)^3}{\pi^3/4a^2d} = \frac{4\pi^3\nu^3}{3c^3} V$$

其中 $4a^2d = V$ 为矩形腔的体积。

考虑到每个驻波有二种可能的偏振方向，则空腔中的模数为

$$N_\nu = \frac{8\pi\nu^3 n^3}{3c^3} V \quad (1.2.10)$$

我们定义 $P(\nu)$ 为单位体积单位频率间隔内模的数目，称为模密度，用 $P(\nu)$ 表示。则

$$P(\nu) = \frac{1}{V} \frac{dN_\nu}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2 n^3}{c^3} \quad (1.2.11)$$

综上所述，空腔中一个“模”表示一个具有确定偏振方向、确定的传播方向和确定频率的电磁驻波，也可以说，一个模就是一个简谐振动方式。三维空腔中，模密度正比于频率平方。因此对于同样的频率间隔，光频范围的模数比微波波段大得多。以数字为例：设有一个体积为 $V = 10^{-4} \text{m}^3$ 的空腔，在频率间隔 $\Delta\nu$ 为1000MHz间隔内对应的模数，对应于光频段（ $\nu \approx 10^{15} \text{Hz}$ ），高达 10^{11} 左右；而在微波波段（ $\nu \approx 3 \times 10^9 \text{Hz}$ ），则为1的量级。

模密度随频率增高而变大，这一关系很容易从波矢空间直观地看出。在频率为 ν 附近单位频率间隔内模的数目在波矢空间中是由一个球壳层内包含的格点数决定的，这个球壳的半径为 $k = 2\pi\nu/c$ ，厚度为 $\Delta k = 2\pi\Delta\nu/c$ 。显然，对于同样的空腔体积， k 越大（相当于频率越高），壳层内包含的格点数越多。

但必须指出，上述关系对一维空间将不复成立。在一维空间中，球壳退化为线段。不管

k 值如何, 只要 Δk 相同, 线段内包含的格点数都是相同的。以后我们会看到, 激光器的谐振腔正是一维腔。由于采用了这种特殊的腔结构, 尽管激光频率很高, 但腔模的数目却很少。

§1.3 普朗克公式

空腔中模的数目算出以后, 接下来的问题是要计算每一个模具有的能量是多少。按经典物理学与量子论二种不同观点, 得到了完全不同的结果。

瑞利和琴斯二人认为空腔内模的能量具有连续分布。他们利用波耳兹曼分布计算了模的平均能量。所谓波耳兹曼分布是经典统计物理学中的一条基本定律, 它描述由大量粒子组成的系统中粒子按能量分布的规律。设空腔的温度为 T , 则按波耳兹曼分布, 每一腔模其能量处于 E 到 $E + dE$ 范围内的几率 dP 为

$$dP = C_N \exp[-(E/k_B T)] dE \quad (1.3.1)$$

式中, $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 是波耳兹曼常数, C_N 是归一化常数。假定能量分布是连续的, 则每个模的平均能量为

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \frac{\int_0^\infty E \exp[-(E/k_B T)] dE}{\int_0^\infty \exp[-(E/k_B T)] dE} \\ &= k_B T \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

上式表示的结果很容易用经典物理学中能量均分定理解释。按这一定理, 每一自由度所具有的能量为 $k_B T/2$ 。对于空腔内的电磁驻波, 电场与磁场分别相当于一个自由度, 因此每个模具有能量 $k_B T$ 。

将(1.3.2)式与模密度表式(1.2.11)相乘, 得到

$$\rho(\nu) = \left(\frac{8 \pi \nu^2 n^3}{c^3} \right) k_B T \quad (1.3.3)$$

上式是熟知的瑞利-琴斯公式。但它仅在很低频率的范围内才与实验结果符合, 如图1-1所示。事实上, 如果将(1.3.3)式对全部频率积分, 会得出总能量密度为无穷大的结果。这一结论显然是荒谬的。

普朗克为了得到与实验结果相符的公式, 摒弃了经典物理学中的能量均分定理, 提出了能量量子化的假设。他认为空腔壁由许多个不同频率的带电谐振子组成, 这些振子只能处于某些特定的状态。如果振子的频率为 ν , 则这些状态的能量 E_m 只能是最小能量(称为能量子) $h\nu$ 的整数倍,

$$E_m = m h \nu \quad (1.3.4)$$

式中, m 是正整数, $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, 称为普朗克常数^①。同时再假定空腔内频率为 ν 的电磁辐射场与腔壁上同频率振子在交换能量过程中, 振子吸收或发射的能量也只能是一份一份的不连续的能量, 即能量子的整数倍。能量交换的结果导致腔内热平衡状态的建立, 而

① 普朗克在提出量子假设时, h 值纯是凑合黑体辐射实验数据而假设的。但这一常数在近代物理实验中也可用其他方式进行精确测定。在实验误差范围内, 与普朗克假设值吻合极好。

腔内电磁场模所具有的能量也只能是 $h\nu$, $2h\nu$, $3h\nu$, ... 等。考虑到模的每一个能量状态有一定的几率分布, 而这个几率分布在热平衡时认为仍然服从波耳兹曼分布, 则每个模的平均能量 $\langle E \rangle$ 为

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} m h \nu (\exp(-m h \nu / k_B T))}{\sum_{m=0}^{\infty} \exp(-m h \nu / k_B T)} \quad (1.3.5)$$

引入变量 $Z = h\nu / k_B T$, 上式变为

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= -h\nu \frac{\frac{d}{dZ} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nZ) \right]}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nZ)} \\ &= \frac{h\nu}{e^Z - 1} \end{aligned} \quad (1.3.6)$$

于是,

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (1.3.7)$$

将瑞利-琴斯公式中的 $k_B T$ 用上式代替, 最后可得出黑体辐射光谱能量密度 $\rho(\nu)$ 的普朗克公式为

$$\rho(\nu) = \frac{8 \pi \nu^2 n^3}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (1.3.8)$$

读者不难证明, 在低频区域, 普朗克公式可化为瑞利-琴斯公式。

我们考察一下普朗克公式 (1.3.8) 式的意义。将 (1.3.8) 式改写成,

$$\rho(\nu) = \underbrace{\frac{8 \pi \nu^2 n^3}{c^3}}_{\text{模密度}} \cdot \underbrace{h\nu}_{\text{光子能量}} \cdot \underbrace{\left[\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}}_{\text{每个模的平均光子数}} \quad (1.3.9)$$

上式右端第一项 $8\pi\nu^2 n^3 / c^3$ 表示空腔中的模密度; 第二项 $h\nu$ 是腔内电磁场模的基本能量单位, 即一个电磁场量子(以后爱因斯坦称它为光子)的能量; 因此最后一项 $(\exp(h\nu/k_B T) - 1)^{-1}$ 可以理解为频率为 ν 的某一个黑体辐射模内的平均光子数, 或称光子简并度, 我们用 $\bar{n}$ 表示

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (1.3.10)$$

以具体数字为例。设 $T = 1200\text{K}$, 对于 $\lambda = 600\text{nm}$ ($\nu = 5 \times 10^{14}\text{Hz}$ 的桔红色光) 的黑体辐射, 利用上式算得 $\bar{n} \approx 10^{-9}$ 。可见在一般温度下每个黑体辐射模的平均光子数远小于 1。但光子数是一整数, 这一结果表示光子在这一模内只能逗留极短时间。考虑到上节所述光频

段封闭空腔模密度本身是一个很大数目，黑体辐射模的这一特性就不难理解。事实上，对于某一确定的黑体能量密度，全部光子数是一定的，由于模的数目很大，分配到每一个模的光子数就微乎其微了。

§ 1.4 受激跃迁和自发跃迁

上节在推导黑体辐射公式时，认为黑体腔壁是由大量的带电谐振子组成，而这些谐振子只能处于一系列不连续的能量状态，称为能级。按近代物质结构理论，所有物质包括腔壁在内，都是由大量的原子、分子或离子等微观粒子组成的，因此简谐振子的能级实际上就是这些微观粒子的能级。处于不同能级的粒子不断地在能级之间跃迁，同时吸收或发射能量，这就是辐射与物质相互作用的过程。爱因斯坦唯象地把跃迁过程分为二类：受激跃迁与自发跃迁，其中受激跃迁包括受激辐射和吸收，而自发跃迁只有自发辐射。在此基础上，重新推导了普朗克公式。尽管爱因斯坦当时提出的理论在很大程度上带有假设性质，但在近代量子电动力学中得到了较深刻的阐明，并且在微波量子放大器和激光器中得到了最为重要的应用。

为简化问题，我们从粒子系统的大量能级中取出二个能级 2 和 1，它们的能量分别为 E_2 和 E_1 ($E_2 > E_1$)。上述三种过程可描述如下 (见图 1-4)。

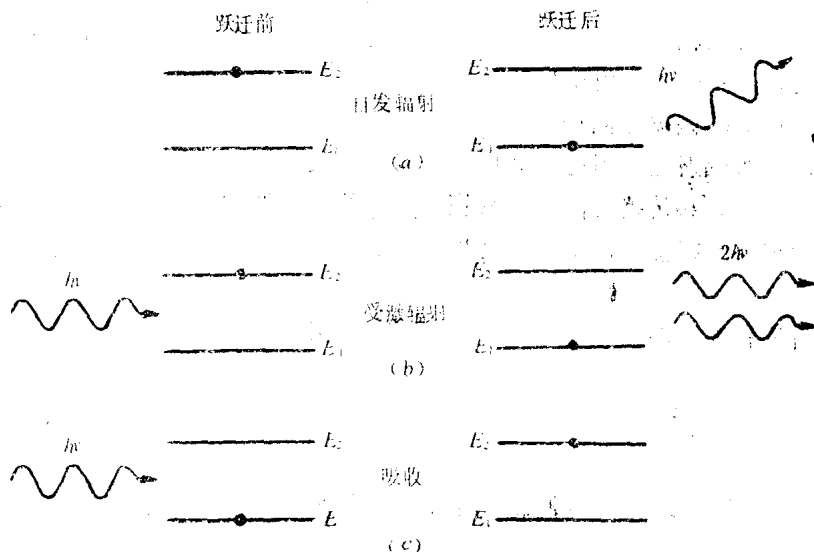


图1-4 在能级 E_1 和 E_2 之间可能的三种过程
(a) 自发辐射；(b) 受激辐射；(c) 吸收

(1) 自发辐射 处于高能级 2 的粒子，由于 $E_2 > E_1$ ，将会自发地衰变到能级 1，跃迁过程中释放的能量必定是两个能级的能量差 $E_2 - E_1$ 。如果这部分能量以电磁波形式释放出来，这种过程称为自发辐射 (图 1-4(a))，辐射波的频率 ν 由下式给出：

$$\nu = (E_2 - E_1)/h \quad (1.4.1)$$

式中 h 是普朗克常数。

自发辐射过程的强弱可用自发辐射几率描述。设时刻 t 时，单位体积内处于 E_2 的粒子数 (通常称为集居数) 为 N_2 ，则由于自发辐射而减少的粒子数 $\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{sp}$ 将正比于 N_2 。由此

可得

$$\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{sp} = -A_{21}N_2 \quad (1.4.2)$$

式中系数 A_{21} 称为能级 E_2 跃迁到能级 E_1 的自发辐射几率,或称爱因斯坦 A 系数。在不致引起混淆的场合,我们将略去足标,简单地写为 A 。由(1.4.2)式可看出,由自发辐射而引起的 N_2 减少服从如下规律:

$$\begin{aligned} N_2(t) &= N_2(0)e^{-A_{21}t} \\ &= N_2(0)e^{-t/\tau_s} \end{aligned} \quad (1.4.3)$$

式中, $N_2(0)$ 是 $t=0$ 时刻能级 E_2 上的集居数, $\tau_s \equiv 1/A_{21}$ 称为自发辐射寿命,它是 N_2 减少为初始值 $1/e$ 时所需要的时间。 A_{21} (以及 τ_s)的数值仅与跃迁所涉及的特定能级有关。即使对于同一粒子系统,不同能级间的自发辐射几率仍可能有很大差异。如果 $A_{21}=0$,则辐射跃迁不能在这二能级之间发生,称为禁戒跃迁。对于基态,自发辐射寿命显然趋于无穷大。

(2) 受激辐射 我们仍然考察处于高能级 E_2 的原子。设有一频率为 $\nu = E_2 - E_1/h$ 的电磁波从外部射于原子。由于入射波的频率与原子跃迁频率相同,这个入射波将驱使原子以一定的几率产生 $E_2 \rightarrow E_1$ 的跃迁。这时,能量差 $E_2 - E_1$ 将从电磁波形式释放出来,于是除了原来入射波列外,还产生了频率相同的另一波列。上述过程称为受激辐射(见图1-4(b))。

受激辐射与自发辐射虽然都发射同样频率的电磁波,但这二种过程有本质区别。自发辐射属于随机过程,不受外来电磁场的影响^①,各个原子发射的电磁波并无确定的位相关系,而且具有各种可能的偏振方向和传播方向(4π 立体角内),各个原子自发辐射的波列彼此是不相干的。但受激辐射是入射电磁波所“诱发”,类似于“受迫”过程,因而与入射电磁波有同样的频率、位相和传播方向。受激辐射产生的电磁波与入射电磁波具有相同的模式,这是受激辐射最重要的特征。由于这一特性,受激辐射与入射电磁波相干迭加。产生光的放大作用。

类似于自发辐射,我们也可用如下方程描述受激辐射:

$$\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{st} = -W_{21}N_2 \quad (1.4.4)$$

式中, $\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{st}$ 表示 $E_2 \rightarrow E_1$ 受激辐射速率,负号则表示能级 E_2 粒子数是减少的, W_{21} 称为

受激辐射几率。与自发辐射几率 A 不同, W_{21} 不仅取决于这一特定能级跃迁的性质,还与引起跃迁的外部电磁场有关。设电磁场的光谱能量密度为 $P(\nu)$,则可唯象地写为

$$W_{21} = B_{21}P(\nu) \quad (1.4.5)$$

式中 B_{21} 称为爱因斯坦受激辐射系数,与 W_{21} 不同,它只与原子性质有关。

(3) 吸收 现在我们假定原子最初处于低能级 E_1 。如果这个能级是基态,则只要原子不受到某种外来的激励,它将长期留在这个能级上。如果有频率 $\nu = (E_2 - E_1)/h$ 的外部电磁场作用于原子,这种情况下,原子将有一定几率吸收外部电磁场的能量,而上升到能级 E_2 ,称

^① 按近代物理观点,电磁场即使在光子数为零时也具有能量,称为零点能,其值为 $h\nu/2$ 。而自发辐射是具有零点能的辐射场与原子相互作用的结果。