

常用统计数表

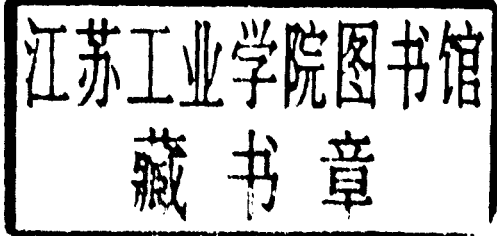
钟守洋 严建辉 成义平 虞正逸 编 卢精诚 审

CHANGYONG
TONGJI SHUBIAO

中国统计出版社

常用统计数表

钟守洋 严建辉 编
成义平 虞正逸
卢精诚 审



中国统计出版社

常用统计数表
CHANGYONG TONGJI SHUBIAO

钟守洋 严建辉 编
~~应兆平 虞延建~~
卢精诚 审

中国统计出版社出版
新华书店北京发行所发行
北京顺义振华印刷厂印刷

*

850×1168毫米 16开本 16:125印张 51万字
1990年11月第1版 1990年11月北京第1次印刷
印数: 1—4 000

ISBN 7-5037-0414-4/C·220

定价: 20.00 元

序 言

在各种科学和实验中，数理统计方法是一种必不可少的研究方法。正如马克思所说：“一种科学只有成功地运用数学时，才能算达到真正完善的地步。”^①

数理统计方法的应用十分广泛。在社会科学方面，统计方法不断推广；在生物学、心理学、物理学、化学及其他工程科学诸方面，亦日见发扬。

《常用统计数表》是在认识和解决客观事物的矛盾中所必采用之工具，它是打开科学殿堂大门的钥匙。

这里，我之所以把《常用统计数表》一书比喻为钥匙，是因为它在人们应用数理统计这种公共研究方法的过程中，具有钥匙的功能。

今日，无论治学与执教，经营工商事业，观察社会发展，或是从事自然科学领域的研究活动，要使质的学问，演成量的计量，提供一本《常用统计数表》诚为当务之急，它可使诸运算和科研简捷方便。正是在这种思想的指导下，我积极支持作者编写此书。

卢精诚

1990年4月于北京

^① 拉法格：《忆马克思》，见《回忆马克思恩格斯》，人民出版社1973年版，第7页。

前 言

社会经济的发展,使统计科学越来越受到人们的重视;统计队伍的不断发展和壮大,使统计出版事业更加繁荣,各种统计图书应运而生。但在实际工作中,我们也感到,尽管各种教材、论著、译著不少,但要使用某一统计数表时,总是要到各种统计书籍中去找,而且在各种书中,数表和数表的说明、应用在编排上总是独立的,有的书中甚至没有相应的文字对附录中的数表进行说明或解释,因而用起来费时费力,极不方便。我们编写这本《常用统计数表》,目的就是试图给广大统计理论工作者、实际工作者、经济工作者以及与我们具有同样缺憾的读者提供便利,使统计数据分析能更好地应用于各种科学及实验研究工作中。

本书共收编了107种常用的统计数表。一般来说,这些数表可归纳为二类:一类是关于概率分布及显著性检验和其他统计分析方法的数表,一类是在统计数据处理即实用统计中可以直接使用的数表。

在编写本书的过程中,我们广泛参阅了国内及国外的统计类及经济类出版物,着重收编了在我国统计工作中经常要用到的数表,并尽可能使之具有全面性和系统性。为此,我们除了收编各种最常见的分布表以外,还收编了一些在一般统计出版物中难以找到但又具有广泛适用性的数表,如(1)插值系数表,(2)数值积分系数扩展表,(3)用于相关系数显著性检验的Beta分布的百分数,(4)二项比例角转换和相关系数Z转换的扩展表,(5)批量质量估计,(6)数量标志和质量标志的批量接收抽样方案简表,(7)广泛应用于电子计算机程序的数字系统转换表,(8)位数和随机数的随机排列表等等。此其一。

其二,在编写过程中,我们力求表现统计数表简明实用的特点,突出了其实用性。对此,我们在每种表的前面都加了注解,这包括对数表的说明和应用举例。这给读者正确地使用数表提供了极大的便利;同时把统计数表和相应的统计理论有机地结合起来了,这也加强了各部分内容的系统性和完整性。此外,在必要的地方还说明了用于表中的插值公式的种类和可以达到的准确程度。一般来说,在对插值公式没有作特殊说明的地方,采用线性插值就行了。

本书所收录的数表在编排形式和表述方式上也许有别于某些书籍,这是因为,每种书都有自己的侧重点。对此,我们只能取最能让人接受且能使全书协调统一的一种方式,但这并不影响本书作为工具书的特点。必要时,读者只要参照表前的注解就能很好地使用此书。

全书共分20章,分别由钟守洋(第1、2、3、4、5、13章)、严建辉(第6、7、8、9、18章)、成义平(第10、11、12、17、19章)和虞正逸(第14、15、16、20章和附表)同志编写,由全国统计教材编审委员会委员卢精诚副教授审定。

本书的编写得到了各有关方面的大力支持和帮助,提出了很多宝贵的意见,我们深表谢意。我们希望本书的出版能实现我们的初衷,给广大与统计工作打交道的读者提供便利和帮助,也希望广大读者能对书中的疏漏或错讹之处提出批评指正。

编 者
1990年4月

目 录

§ 1 二项分布..... 1	§ 10 非参数检验..... 74
表1.1 二项系数 ($\binom{n}{r}$)..... 1	表10.1 柯尔莫戈洛夫-斯米尔洛夫单样本 检验表..... 89
表1.2 二项分布: 单项值..... 5	表10.2 柯尔莫戈洛夫-斯米尔洛夫双样本 检验表..... 89
表1.3 二项比例的置信区间..... 10	表10.3 费雪-耶茨检验表..... 89
§ 2 泊松分布..... 12	表10.4 威尔科克森 (曼-惠特尼) 检验..... 90
表2.1 泊松分布的累积概率..... 13	表10.5 沃尔德-沃尔弗威茨游程检验..... 92
表2.2 泊松均值的置信区间..... 20	表10.6 秩和检验表..... 93
§ 3 标准正态分布..... 21	表10.7 秩指数 I 界域表..... 93
表3.1 标准正态分布: 纵坐标和概率积分..... 24	表10.8 威尔科克森配对符号检验..... 93
表3.2 标准正态分布: 绝对值的百分点..... 33	表10.9 $k=3, n_j \leq 5$ 时克鲁斯卡尔-沃 利斯单向等级方差分析中观测值 H 的相应概率值..... 94
§ 4 t 分布..... 34	表10.10 斯皮尔曼等级相关系数: r_s 95
表4.1 t 分布: 分位数和检验的临界值..... 36	表10.11 肯达尔一致性系数中 S 的临界值 表..... 95
§ 5 χ^2 分布..... 37	§ 11 控制图..... 96
表5.1 χ^2 分布: 单边、双边检验的临界值和 分位数..... 39	表11.1 计算控制图界限的公式: 测量数据 用于集中趋势和离散趋势的控制图..... 103
§ 6 F 分布..... 40	表11.2 用于计算控制图界限的系数: 3σ 极限..... 104
表6.1 F 分布: 分位数..... 45	表11.3 用于计算控制图界限的系数: 右侧 概率极限..... 105
表6.2 贝塔分布..... 52	表11.4 计算属性数据中心线及 3σ 极限的 公式..... 106
表6.3 $s^2_{\max}/s^2_{\min}$ 的上端百分点..... 54	表11.5 计算中心线和 3σ 极限的公式: 疵 点数的计算..... 106
§ 7 相关系数..... 55	表11.6 L_α 和 L_r 的特殊值的 $ \mu_1 - \mu_0 /\sqrt{n}/$ 2σ 和 $h\sqrt{n}/\sigma$ 值表..... 107
表7.1 相关系数的临界值..... 55	表11.7 次品率抽样方案的 m_a 、 R 、 h 和 k 值表..... 107
§ 8 转换..... 56	§ 12 分批 (或过程) 质量估计..... 108
表8.1 二项式比例的 $\sin^{-1}\sqrt{p}$ 转换..... 57	表12.1 疵点百分数的置信区间..... 110
表8.2 相关系数的 $\text{Tanh}^{-1} r$ 转换..... 59	表12.2 用极差或平均极差确定正态均值置 信限的系数 h 值表..... 112
§ 9 顺序统计量..... 61	表12.3 用样本标准差确定正态参数 σ 置信 限的系数 f_1 、 f_2 值表..... 113
表9.1 来自标准正态总体的样本顺序统计 量 $x_{(i)}$ 的期望值..... 61	表12.4 用样本极差确定正态参数 σ 置信限 的系数 g_1 、 g_2 值表..... 113
表9.2 标准正态分布分位数的均值和方差..... 65	表12.5 正态分布的允许系数: 系数 k 114
表9.3 最大观测值的上端百分点..... 66	表12.6 正态分布的允许系数: 系数 k_1 116
表9.4 与样本均值的极端标准化离差的上 端百分点..... 67	
表9.5 正态性 W 检验所用的系数 (a_{n-i+1})..... 68	
表9.6 正态性 W 检验的百分点..... 69	
表9.7 检验极端值的准则及临界值..... 71	

表12.7 正态分布的允许系数: 系数 k_2	117	(MIL STD 414).....	157
表12.8 正态分布的允许系数: 系数 k_3	118	表13.24 变异性未知时常规和严格检验总 表(极差法)(双重设定界限和单 设定界限)(MIL STD 414)	158
§ 13 接受抽样.....	119	表13.25 严格检验的T值(标准差法) (MIL STD 414).....	159
表13.1 样本容量代码(MIL STD 105D)...	121	表13.26 根据 Z_{LSL} 或 Z_{USL} 估计批次品率 (标准差法)	160
表13.2 常规检验总表-单式抽样方案 (MIL STD 105D)	122	§ 14 极差分布.....	169
表13.3 严格检验总表-单式抽样方案 (MIL STD 105D)	124	表14.1 平均差和极差的矩常数.....	170
表13.4 松动检验总表-单式抽样方案 (MIL STD 105D)	126	表14.2 极差分布的百分点.....	171
表13.5 常规检验总表-复式抽样方案 (MIL STD 105D)	128	表14.3 有关平均极差分布的值.....	173
表13.6 严格检验总表-复式抽样方案 (MIL STD 105D)	130	表14.4 学生化极差 $q = R/s$ 的百分点.....	175
表13.7 松动检验总表-复式抽样方案 (MIL STD 105D)	132	§ 15 拉格朗日插值系数.....	179
表13.8 常规检验总表-序贯抽样方案 (MIL STD 105D)	134	表15.1 拉格朗日内插系数(三点内插法)	180
表13.9 严格检验总表-序贯抽样方案 (MIL STD 105D)	138	表15.2 拉格朗日内插系数(四点内插法)	182
表13.10 松动检验总表-序贯抽样方案 (MIL STD 105D).....	142	表15.3 拉格朗日内插系数(五点内插法)	183
表13.11 松动检验的极限数 (MIL STD 105D).....	146	表15.4 拉格朗日内插系数(六点内插法)	184
表13.12 Dodge-Romig检验表-单式抽样 方案(AOQL=2.0%).....	148	§ 16 积分的近似计算.....	185
表13.13 Dodge-Romig检验表-单式抽样 方案(AOQL=2.5%).....	148	表16.1 等距纵坐标系数.....	186
表13.14 Dodge-Romig检验表-单式抽样 方案(AOQL=3.0%).....	149	表16.2 高斯-勒让德求积公式: 求积节点 和权系数.....	188
表13.15 Dodge-Romig检验表-复式抽样 方案(AOQL=3.0%).....	149	表16.3 高斯-拉盖尔求积公式: 求积节点 和权系数.....	189
表13.16 Dodge-Romig检验表-单式抽样 方案(LTPD=1.0%).....	150	表16.4 高斯-埃尔米特求积公式: 求积节 点和权系数.....	190
表13.17 Dodge-Romig检验表-单式抽样 方案(LTPD=2.0%).....	151	§ 17 正交多项式.....	191
表13.18 Dodge-Romig检验表-单式抽样 方案(LTPD=5.0%).....	151	表17.1 正交多项式.....	195
表13.19 Dodge-Romig检验表-复式抽样 方案(LTPD=1.0%).....	152	§ 18 其他数学函数表.....	199
表13.20 样本容量代码(MIL STD 414).....	154	表18.1 自然数的平方.....	200
表13.21 变异性未知时常规和严格检验总 表(标准差法)(单一设定界限) (MIL STD 414).....	155	表18.2 平方根及其倒数.....	204
表13.22 变异性未知时常规和严格检验总 表(标准差法)(双重设定界限和单 一设定界限)(MIL STD 414)	156	表18.3 立方及立方根、四次方及四次方根、 倒数、阶乘、指数及自然对数.....	208
表13.23 变异性未知时常规和严格检验总 表(极差法)(单一设定界限)		表18.4 自然数的高次幂.....	211
		表18.5 数字系统的转换.....	214
		表18.6 自然数的基本因子.....	216
		表18.7 贝努里和尤拉数及其对数.....	221
		§ 19 拉丁方.....	222
		表19.1 拉丁方.....	222
		表19.2 正交拉丁方.....	223
		§ 20 随机数及其排列.....	224
		表20.1 随机数表.....	229

附录.....	239	表 3	e 值 (精确到小数点后2500位)	243
表 1 有关的数学、物理和其他常量.....	239	表 4	π 值 (精确到小数点后2035位)	244
表 2 摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 和华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 的 换算.....	242	表 5	不同固体、液体的比重.....	245
		表 6	每 100 克食物中所含蛋白质、脂肪以 及卡路里值.....	246

§ 1 二 项 分 布

§1.1 二项系数 $\binom{n}{r}$

1. 引言

表1.1包括 $n=3, (1)30$, $r=2, (1)[n/2]$ 时 $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ 的值。

以下公式有助于取得表1.1中没有列出的 r 值的 $\binom{n}{r}$ 的值。

$$\binom{n}{0} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

2. 应用

表1.1可以用来计算二项分布的单项值 $b(x|\pi, n) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}$ 。

[例] 令 $n=10$, $\pi=0.73$, 那么, $\theta = \pi/(1-\pi) = 2.70370$ 。

下表说明了计算的基本步骤。第(3)列的第一个值是 $(1-\pi)^{10} = 0.05205891$, 接下来的值只要逐次地用 θ 去乘以上一个值即可。

x	$(n)^*$	$\pi^x (1-\pi)^{n-x}$	$b(x \pi, n)$
(1)	(2)	(3)	(4) = (2) × (3)
0	1	0.05205891	0.0000
1	10	0.05556667	0.0001
2	45	0.04150506	0.0007
3	120	0.04406923	0.0049
4	210	0.03110020	0.0231
5	252	0.03297461	0.0751
6	210	0.03804245	0.1689
7	120	0.02217444	0.2609
8	45	0.02587903	0.2646
9	10	0.0158951	0.1589
10	1	0.0429756	0.0430

* 取自表1.1

如果计算的 $b(x|\pi, n)$ 值要求精确到小数点后 k 位数, 那么, 计算 $(1-\pi)$ 和 θ 时就要校正到第 $(k+2)$ 个有效位数, 并且在第(3)列的每一步计算中都保持 $(k+2)$ 个有效位数。

二项系数表在进行以下计算时也是有用的:

(1) 多项式系数, 因为

表 1.1 二项系数 $\binom{n}{r}$
 $[n=3(1)30]^{(1)}$

n	$r=2$	$r=3$	$r=4$	$r=5$	$r=6$	$r=7$	$r=8$	$r=9$	$r=10$	$r=11$	$r=12$	$r=13$	$r=14$	$r=15$
3	3													
4	6													
5	10													
6	15	20												
7	21	35												
8	28	56	70											
9	36	84	126											
10	45	120	210	252										
11	55	165	330	462										
12	66	220	495	792	924									
13	78	286	715	1287	1716									
14	91	364	1001	2002	3003	3432								
15	105	455	1365	3003	5005	6435								
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870							
17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310							
18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620						
19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378						
20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756					
21	210	1330	5985	20349	54264	116280	203490	293930	352716					
22	231	1540	7315	26334	74613	170544	319770	497420	646646	705432				
23	253	1771	8855	33649	100947	245157	490314	817190	1144066	1352078				
24	276	2024	10626	42504	134596	346104	735471	1307504	1961256	2496144	2704156			
25	300	2300	12650	53130	177100	480700	1081575	2042975	3268760	4457400	5200300			
26	325	2600	14950	65780	230230	657800	1562275	3124550	5311735	7726160	9657700	10400600		
27	351	2925	17550	80730	296010	888030	2220075	4686825	8436285	13037895	17383860	20058300		
28	378	3276	20475	98280	376740	1184040	3108105	6905900	13123110	21474180	30421755	37442160	40116600	
29	406	3654	23751	118755	475020	1560780	4292145	10015005	20030010	34597290	51895935	67863915	77558760	
30	435	4060	27405	142506	593775	2035800	5852925	14307150	30045015	54627300	86493225	119759850	145422675	155117520
n	$r=2$	$r=3$	$r=4$	$r=5$	$r=6$	$r=7$	$r=8$	$r=9$	$r=10$	$r=11$	$r=12$	$r=13$	$r=14$	$r=15$

(1) 对 $30 < n \leq 100$ 的值请参见“二项系数表”, J. C. P. Miller 编, 剑桥大学出版社, 1954 年。 $n = 3(1)30$ 表示 n 从 3 到 30 取值, 步长为 1。

注: $\binom{n}{r}$ 的值是对 $r=1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ 而言的, 对于 r 的利用等式 $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ 即可。

$$\frac{n!}{r_1! r_2! \cdots r_k!} = \binom{n}{r_1} \times \binom{n-r_1}{r_2} \times \cdots \times \binom{r_{k-1}+r_k}{r_{k-1}}$$

(2) 超几何分布的单项值, 由下式给出

$$\binom{a}{r} \times \binom{b}{n-r} \div \binom{a+b}{n}$$

§1.2 单 项 值

1. 引言

表1.2给出了小数点后五位数的 $b(x|\pi, n) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}$ 的值, 对 $n=5(1)15$, $x=0(1)n$, π 取以下各值:

$$0.01, 0.02, 0.05, \frac{1}{16}, 0.10, \frac{1}{9}, \frac{3}{16}, 0.20, \frac{1}{4}, 0.30, \frac{1}{3}, 0.40, \frac{7}{16}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2}$$

注意, 由于 $b(x|\pi, n) = b(n-x|1-\pi, n)$, π 的范围自然延伸到以下各值:

$$\frac{5}{9}, \frac{9}{16}, 0.60, \frac{2}{3}, 0.70, \frac{3}{4}, 0.80, \frac{13}{16}, \frac{8}{9}, 0.90, \frac{15}{16}, 0.95, 0.98, 0.99$$

这些分数相应于遗传学研究中发生的值, 值0.01、0.02和0.05相应于显著性检验中通常所用的临界水平。

表1.2是从保留到小数点后5位的累积概率表求差所得, 此表的一些值因此在最后一位有 ± 1 之误差, 这分别由该值后符号-或+加以标明。

2. 表1.2中的插值

以下公式根据Taylor展开式得来, 它可用来对 π 的某一特定值进行插值计算。令 π_0 是表头所列之值中某一个接近于 π 的自变量, 那么

$$\begin{aligned} b(x|\pi, n) &= b(x|\pi_0, n) - dn \Delta b(x-1|\pi_0, n-1) \\ &\quad + \frac{d^2}{2!} n(n-1) \Delta^2 b(x-2|\pi_0, n-2) + \cdots \\ &\quad + \frac{(-d)^k}{k!} (n)_k \Delta^k b(x-k|\pi_0, n-k) + R \end{aligned}$$

这里,

$$d = \pi - \pi_0, (n)_k = n(n-1)\cdots(n-k+1),$$

$$R = \frac{d^{k+1}}{(k+1)!} (n)_{k+1} \Delta^{k+1} b(x-k-1|\pi^*, n-k-1)$$

π^* 是位于 π 和 π_0 之间的中间值, $\Delta, \Delta^2, \cdots$ 表示有关 x 所取的相继顺序之差。

[例1] 对 $n=10$, $\pi=0.27$, 计算 $b(2|\pi, n)$ 。这里 $\pi_0=0.25$, $d=0.02$ 。

$$\begin{aligned} b(2|0.27, 10) &= 0.28156 - 0.02 \times 10(0.30034 - 0.22526) \\ &\quad + \frac{(0.02)^2}{2} \times 10 \times 9(0.31146 - 2 \times 0.26697 + 0.10011) \\ &= 0.28156 - 0.2 \times 0.07508 + 0.018(-0.12237) \\ &= 0.26434 \end{aligned}$$

[例2] 对几组类似的数据进行10次检验, 在1%的水平下, 有3次是显著的, 如果把这些数据作为一个整体看待, 能说检验结果也是显著的吗?

要回答这个问题, 我们必须确定有3次或多次显著结果的概率, 即, 当每次试验中成功的概率为0.01时, 在10次试验中有3次或多次成功的概率。运用表1.2, 对 $n=10$, $\pi=0.01$, 所求的概率为

$$\begin{aligned}
 & 1 - [P_r(x=0) + P_r(x=1) + P_r(x=2)] \\
 &= 1 - (0.90438 + 0.09135 + 0.00416) \\
 &= 0.00011
 \end{aligned}$$

该值非常地小，说明把这些数据作为整体的结果是显著的。如若10次中只有一次是显著的，那么，概率、

$$1 - 0.90438 = 0.09562$$

还不足以小到来概言整体结果的显著性。

表 1.2 并不是一览无遗的。对 π 的其他值来说，为了求得更高的精度或 n 值较大，人们可以查阅更大的表，或者象第 2 小节中的例一样直接计算出值来。

表 1.2 二项分布: 单项值

[$n=5(1)15$]

n	x	$\pi = 0.01$	$\pi = 0.02$	$\pi = 0.05$	$\pi = 1/16$	$\pi = 0.10$	$\pi = 1/9$	$\pi = 3/16$	$\pi = 0.20$
5	0	.95099	.90392	.77378	.72420	.59049	.55493	.35409	.32768
	1	.04803	.09224	.20363	.24140	.32805	.34683	.40857	.40960
	2	.00097	.00376	.02143	.03218 +	.07290	.08671	.18857	.20480
	3	.00001	.00008	.00113	.00215	.00810	.01084	.04352	.05120
	4	—	—	.00003	.00007	.00045	.00067 +	.00502	.00640
	5	—	—	—	—	.00001	.00002	.00023	.00032
6	0	.94148	.88584	.73509	.67893	.53144	.49327	.28770	.26214
	1	.05706	.10847	.23214 -	.27158 -	.35429	.36995	.39835	.39322
	2	.00144	.00554 -	.03054	.04526	.09842	.11561	.22982	.24576
	3	.00002	.00015	.00214	.00402	.01458	.01927	.07072 -	.08192
	4	—	—	.00009 -	.00020	.00121 +	.00181	.01224	.01536
	5	—	—	—	.00001	.00006 -	.00009	.00113	.00154
6	6	—	—	—	—	—	—	.00004	.00006
7	0	.93207	.86813	.69834	.63650	.47830	.43846	.23376	.20972
	1	.06590	.12401 +	.25728	.29703	.37201	.38366 -	.37760 +	.36700
	2	.00200	.00760 -	.04062	.05941	.12400	.14387	.26142	.27525
	3	.00003	.00025 +	.00357 -	.00660	.02296	.02997	.10055	.11469
	4	—	.00001	.00018 +	.00044	.00255	.00375	.02320	.02867
	5	—	—	.00001	.00002	.00017	.00028	.00321	.00430
	6	—	—	—	—	.00001	.00001	.00025	.00036
7	7	—	—	—	—	—	—	.00001	.00001
8	0	.92274	.85076	.66342	.59672	.43047	.38974	.18993	.16777
	1	.07457	.13890	.27934 -	.31825	.38263 +	.38975 -	.35063	.33555 -
	2	.00264	.00992	.05145 +	.07426	.14881 -	.17051	.28321 -	.29360
	3	.00005	.00041	.00542	.00990	.03307	.04263	.13071	.14680
	4	—	.00001	.00035 +	.00082 +	.00459	.00666	.03770	.04587 +
	5	—	—	.00002	.00005 -	.00041	.00067	.00696	.00918
	6	—	—	—	—	.00002	.00004	.00081 -	.00115
8	7	—	—	—	—	—	—	.00005	.00008
9	0	.91352	.83375	.63025	.55942	.38742	.34644	.15432	.13422
	1	.08304 +	.15314	.29854	.33566 -	.38742	.38974	.32050	.30199
	2	.00336	.01250	.06285	.08951	.17219	.19488 -	.29585	.30199
	3	.00008	.00059 +	.00772	.01392	.04464	.05683 +	.15930	.17616
	4	—	.00002	.00061	.00139	.00744	.01066	.05514	.06606
	5	—	—	.00003	.00010 -	.00083	.00133	.01273	.01651
	6	—	—	—	—	.00006	.00011	.00195 +	.00276 -
	7	—	—	—	—	—	.00001	.00020 -	.00029
9	8	—	—	—	—	—	—	.00001	.00002
10	0	.90438	.81707	.59874	.52446	.34868	.30795	.12538	.10737
	1	.09135	.16675	.31512	.34964	.38742	.38493	.28934	.26844
	2	.00416 -	.01532 -	.07464 -	.10489	.19371	.21652	.30047	.30199
	3	.00011	.00083	.01047 +	.01865	.05739 +	.07218 -	.18491	.20133
	4	—	.00003	.00097 -	.00218	.01117 -	.01579	.07467	.08808
	5	—	—	.00006	.00017	.00148 +	.00236 +	.02068	.02642
	6	—	—	—	.00001	.00014	.00025	.00398	.00551
	7	—	—	—	—	.00001	.00002	.00052	.00078 +
10	8	—	—	—	—	—	—	.00005	.00008 -
11	0	.89534	.80073	.56880	.49168	.31381	.27373	.10187	.08590
	1	.09948	.17976	.32931	.36057	.38355	.37638	.25860	.23622
	2	.00502	.01834	.08665 +	.12019	.21308	.23524	.29839 -	.29528
	3	.00016 -	.00112	.01369 -	.02403 +	.07103	.08821	.20657	.22146
	4	—	.00005	.00144	.00321	.01578	.02205	.09534	.11073
	5	—	—	.00010 +	.00030	.00245 +	.00386	.03080	.03876
	6	—	—	.00001	.00002	.00028 -	.00048	.00711	.00968 +
	7	—	—	—	—	.00002	.00005 -	.00117	.00173
	8	—	—	—	—	—	—	.00014	.00022
11	9	—	—	—	—	—	—	.00001	.00002

注: 将单项值精确到小数点后 5 位时, 如果表中之值后注明 + (-) 时, 就要在最后位上加 (减) 1。求精确到 5 位的累积概率时, 只要将表中之值相加, 不必考虑 + 和 - 号。

表 1.2 (续 1)

n	x	$\pi = 1/4$	$\pi = 0.30$	$\pi = 1/3$	$\pi = 0.40$	$\pi = 7/16$	$\pi = 4/9$	$\pi = 1/2$
5	0	.23730	.16807	.13169	.07776	.05631	.05292	.03125
	1	.39551	.36015	.32922	.25920	.21900	.21169	.15625
	2	.26367	.30870	.32921 +	.34560	.34066	.33870	.31250
	3	.08789	.13230	.16461	.23040	.26496	.27096	.31250
	4	.01465	.02835	.04115	.07680	.10304	.10839 -	.15625
6	5	.00098	.00243	.00412	.01024	.01603	.01734	.03125
	0	.17798	.11765	.08779	.04666	.03168	.02940	.01562
	1	.35596	.30252 +	.26338 -	.18662	.14782	.14113	.09375
	2	.29663	.32414	.32921 +	.31104	.28743	.28225	.23438
	3	.13183 +	.18522	.21948	.27648	.29808	.30107	.31250
7	4	.03296	.05953	.08231 -	.13824	.17388	.18064	.23437
	5	.00440 -	.01021	.01646	.03686	.05410	.05780 +	.09375
	6	.00024	.00073	.00137	.00410	.00701	.00771	.01563
	0	.13348	.08235	.05853	.02799	.01782	.01633	.00781
	1	.31147 -	.24707 -	.20484 +	.13064	.09701	.09147	.05469
8	2	.31146	.31765	.30727	.26127	.22635	.21953	.16406
	3	.17303	.22689	.25606	.29031 -	.29342	.29271	.27344
	4	.05768	.09724	.12803	.19353 +	.22822	.23416	.27344
	5	.01154	.02501 -	.03841	.07742 -	.10650	.11240	.16406
	6	.00128	.00357	.00640	.01720	.02761	.02997	.05469
9	7	.00006	.00022	.00046	.00164	.00307	.00343	.00781
	0	.10011	.05765	.03902	.01680	.01002	.00907	.00391
	1	.26697	.19765	.15607	.08958	.06237 -	.05808	.03125
	2	.31146	.29647 +	.27313	.20901 +	.16976 +	.16261	.10937
	3	.20764	.25413 -	.27313	.27870 -	.26408	.26019 -	.21875
10	4	.08652	.13613 +	.17071	.23224	.25674	.26018	.27344
	5	.02307	.04668	.06828	.12386	.15976 -	.16652	.21875
	6	.00385	.01000	.01707	.04129	.06212 +	.06660 +	.10937
	7	.00036 +	.00122	.00244	.00786	.01381	.01522	.03125
	8	.00002	.00007	.00015	.00066	.00134	.00152	.00391
11	0	.07508	.04035	.02601	.01008	.00564	.00504	.00195
	1	.22526 -	.15565	.11706	.06046 +	.03946	.03630	.01758
	2	.30034	.26683	.23411	.16125 -	.12278	.11615	.07031
	3	.23359 +	.26683	.27313	.25082	.22282	.21682	.16407 -
	4	.11680	.17153	.20484 +	.25082	.25995	.26018	.24609
12	5	.03894 -	.07352 -	.10243 -	.16722	.20218 +	.20815	.24609
	6	.00865	.02100	.03414	.07432	.10484	.11101	.16407 -
	7	.00123 +	.00386	.00731 +	.02123	.03495	.03806	.07031
	8	.00011 -	.00041	.00092 -	.00354	.00679 +	.00761	.01758
	9	-	.00002	.00005	.00026	.00059	.00068	.00195
13	0	.05631	.02825	.01734	.00605	.00317	.00280	.00098
	1	.18772 -	.12106	.08671	.04031	.02467 -	.02241	.00976 +
	2	.28156 +	.23347	.19509	.12093	.08632 +	.08066	.04395
	3	.25029	.26683	.26012	.21499	.17905	.17208	.11718 +
	4	.14599 +	.20012	.22761	.25082	.24371	.24091	.20508
14	5	.05840	.10292	.13657 -	.20066	.22746	.23127	.24610 -
	6	.01622	.03676	.05690	.11148	.14743	.15418	.20507 +
	7	.00309	.00900	.01626	.04247	.06552	.07049 -	.11719
	8	.00039	.00145	.00304 +	.01061 +	.01911	.02114	.04395
	9	.00003	.00013 +	.00034	.00158 -	.00330	.00376	.00976 +
15	10	-	.00001	.00002	.00010	.00026	.00030	.00098
	0	.04224	.01977	.01156	.00363	.00178	.00156	.00049
	1	.15486	.09322	.06359	.02660 +	.01527 -	.01369	.00537
	2	.25810	.19975	.15896	.08869 -	.05935	.05477	.02685 +
	3	.25810	.25682	.23845	.17736 +	.13848	.13145	.08057
16	4	.17207	.22014 -	.23844 +	.23649	.21542	.21032	.16113
	5	.08030	.13208	.16691	.22073 -	.23457	.23555 +	.22559
	6	.02677	.05660 +	.08346	.14715	.18244	.18845 -	.22559
	7	.00637	.01733	.02981	.07007	.10135 +	.10768	.16113
	8	.00106	.00371	.00745	.02336	.03942	.04307	.08057
17	9	.00012	.00053	.00124	.00519	.01022	.01149	.02685 +
	10	.00001	.00005	.00012	.00069	.00159	.00184	.00537
	11	-	-	.00001	.00004	.00011	.00013	.00049

表1.2 (续2)

n	x	$\pi = 0.01$	$\pi = 0.02$	$\pi = 0.05$	$\pi = 1/16$	$\pi = 0.10$	$\pi = 1/9$	$\pi = 3/16$	$\pi = 0.20$
12	0	.88638	.78472	.54036	.46095	.28243	.24332	.08277	.06872
	1	.10745 -	.19217 +	.34128	.36876	.37657	.36497	.22921	.20616
	2	.00596 +	.02157	.09879	.13522 -	.23013	.25092	.29093 -	.28347
	3	.00021 -	.00147	.01733	.03004 +	.08523	.10455	.22379	.23622
	4	—	.00007	.00206 -	.00451	.02131	.02940	.11619 +	.13287 +
	5	—	—	.00017	.00048	.00379	.00588	.04291 -	.05315
	6	—	—	.00001	.00004	.00049	.00086	.01155	.01551 -
	7	—	—	—	—	.00005	.00009	.00228	.00332
	8	—	—	—	—	—	.00001	.00033	.00052
	9	—	—	—	—	—	—	.00004 -	.00006
13	0	.87752	.76902	.51334	.43214	.25419	.21628	.06725	.05498
	1	.11523	.20403	.35124 -	.37453 -	.36715 +	.35146	.20176	.17867
	2	.00698	.02498	.11091 +	.14980 +	.24478 -	.26359	.27935	.26800 +
	3	.00026	.00187	.02141 -	.03662	.09972	.12081	.23638	.24567
	4	.00001	.00010	.00281 +	.00611 -	.02770	.03775	.13637	.15355
	5	—	—	.00027	.00073	.00554	.00850 -	.05664 +	.06909 +
	6	—	—	.00002	.00007	.00082	.00142	.01743	.02304 -
	7	—	—	—	—	.00009	.00017 +	.00403 -	.00575 +
	8	—	—	—	—	.00001	.00002	.00069 +	.00108
	9	—	—	—	—	—	—	.00009	.00015
14	0	.86875	.75364	.48767 +	.40513	.22877	.19225	.05464	.04398
	1	.12285	.21533	.35934	.37813 -	.35586	.33644	.17654	.15393
	2	.00806 +	.02856	.12294 -	.16385	.25701	.27335	.26480	.25014
	3	.00033	.00233	.02588	.04370 -	.11423	.13668	.24444 -	.25014
	4	.00001	.00013	.00374 +	.00801	.03490	.04698	.15512	.17197
	5	—	.00001	.00040 -	.00106 +	.00776	.01175	.07159	.08599
	6	—	—	.00003	.00011	.00129	.00220	.02479 -	.03224
	7	—	—	—	.00001	.00016	.00031	.00653 +	.00921
	8	—	—	—	—	.00002	.00004 -	.00132	.00202
	9	—	—	—	—	—	—	.00020	.00033 +
15	0	.86006	.73857	.46329	.37981	.20589	.17089	.04440	.03518
	1	.13031	.22609	.36576	.37981	.34315	.32041 +	.15368	.13195 -
	2	.00921	.03230	.13475	.17725	.26690	.28037 -	.24825	.23089 +
	3	.00041 -	.00286	.03073	.05120	.12850 +	.15186	.24825	.25014
	4	.00001	.00017	.00486 -	.01025 -	.04284	.05695	.17187	.18761 -
	5	—	.00001	.00056	.00150	.01047	.01566	.08726	.10318
	6	—	—	.00005	.00016 +	.00194	.00326	.03356	.04299
	7	—	—	—	.00002 -	.00028	.00053 -	.00996	.01382
	8	—	—	—	—	.00003	.00006 +	.00229 +	.00346 -
	9	—	—	—	—	—	.00001	.00042 -	.00067
	10	—	—	—	—	—	—	.00005 +	.00010
	11	—	—	—	—	—	—	.00001	.00001

表 1.2 (续 3)

n	x	$\pi = 1/4$	$\pi = 0.30$	$\pi = 1/3$	$\pi = 0.40$	$\pi = 7/16$	$\pi = 4/9$	$\pi = 1/2$
12	0	.03168	.01384	.00771	.00218	.00100	.00086	.00024
	1	.12670 +	.07119 -	.04624	.01741	.00937 -	.00830	.00293
	2	.23230 -	.16779	.12717	.06385	.04006	.03652 -	.01612 -
	3	.25810	.23970	.21195	.14190 -	.10386	.09737	.05371
	4	.19358	.23114	.23845	.21284	.18176	.17526	.12085
	5	.10324	.15849 +	.19076	.22703	.22619	.22434	.19336
	6	.04015	.07925	.11127	.17658	.20525	.20938	.22558 +
	7	.01147	.02911	.04769	.10090	.13683	.14358	.19336
	8	.00239	.00780	.01490	.04204	.06651 +	.07179	.12085
	9	.00035	.00148 +	.00332 -	.01246	.02300 -	.02552	.05371
	10	.00004	.00019	.00049 +	.00249	.00536 +	.00613	.01612 -
	11	-	.00002 -	.00005	.00030	.00076	.00089	.00293
	12	-	-	-	.00002	.00005	.00006	.00024
13	0	.02376	.00969	.00514	.00131	.00056	.00048	.00012
	1	.10295	.05398	.03340	.01132	.00571	.00499	.00159
	2	.20589 +	.13881	.10019 +	.04527 +	.02663	.02398 -	.00952
	3	.25165	.21813	.18369	.11068	.07595	.07032	.03491
	4	.20971	.23370 +	.22962 -	.18446	.14768	.14065 -	.08728
	5	.12583	.18029	.20665	.22136 -	.20675	.20252 +	.15711 -
	6	.05592	.10302	.13777	.19676	.21441	.21603	.20947
	7	.01864	.04416 -	.06889 -	.13117	.16677 -	.17283 -	.20947
	8	.00466	.01419	.02583	.06559	.09727 +	.10369	.15711 -
	9	.00086	.00338	.00717 +	.02429	.04204 -	.04609	.08728
	10	.00012	.00058	.00144	.00647 +	.01307 +	.01475	.03491
	11	.00001	.00007	.00019 +	.00118	.00278 -	.00321 +	.00952
	12	-	-	.00002	.00013	.00036	.00043	.00159
	13	-	-	-	.00001	.00002	.00003	.00012
14	0	.01782	.00678	.00343	.00078	.00032	.00027	.00006
	1	.08315	.04070	.02397 +	.00732 -	.00345 +	.00298 +	.00086 -
	2	.18016	.11336	.07793	.03169	.01748	.01554	.00555
	3	.24021	.19433	.15586	.08452	.05437	.04973 -	.02222 +
	4	.22019	.22903	.21431	.15495	.11630	.10939	.06109 +
	5	.14680	.19632 -	.21431	.20659 +	.18091	.17502	.12220 +
	6	.07340	.12620	.16073 +	.20660	.21106	.21003	.18328 +
	7	.02796	.06181	.09184 +	.15741	.18761	.19203	.20948 +
	8	.00816	.02318	.04019 -	.09182	.12767 +	.13442	.18328 +
	9	.00181	.00662	.01339	.04081	.06621 -	.07169	.12220 -
	10	.00030	.00142	.00335	.01360	.02574 +	.02867 +	.06109 +
	11	.00004	.00022	.00061	.00330	.00729 -	.00834	.02222
	12	-	.00003 -	.00007 +	.00055	.00141 +	.00167	.00555
	13	-	-	.00001	.00006	.00017	.00021	.00086 -
	14	-	-	-	-	.00001	.00001	.00006
15	0	.01336	.00475	.00228	.00047	.00018	.00015	.00003
	1	.06682	.03052	.01713	.00470	.00208	.00178	.00046
	2	.15591	.09156	.05995	.02194	.01135 -	.00996	.00320
	3	.22520	.17004	.12988	.06339	.03823	.03453	.01389
	4	.22520	.21862	.19482	.12678	.08920 +	.08287	.04165 +
	5	.16514 +	.20613	.21431 -	.18594	.15264	.14585	.09165 -
	6	.09175	.14724	.17859	.20659 +	.19787	.19447	.15274
	7	.03932	.08113	.11481	.17709 -	.19787	.20003	.19638
	8	.01311	.03477	.05740	.11805 +	.15390	.16002	.19638
	9	.00340	.01159	.02233 -	.06122 -	.09309 +	.09957	.15274
	10	.00067 +	.00298	.00669 +	.02448 +	.04345	.04780 -	.09165 -
	11	.00011 -	.00058	.00152	.00742	.01536	.01738	.04165 +
	12	.00001	.00008	.00026 -	.00165	.00398	.00463	.01389
	13	-	.00001	.00003	.00025	.00072 -	.00086	.00320
	14	-	-	-	.00003 -	.00008	.00009 +	.00046
	15	-	-	-	-	-	.00001	.00003

§ 1.3 二项比例的置信区间

1. 引言

表 1.3 提供了相应于试验次数为 n 、观察值为 x 的未知的二项比例 π 的 95% 和 99% 双边置信限。

这些置信限具有以下特性，与其他任何置信系数不小于 95% 和 99% 的界限系统相比较， $x = 0, 1, 2, \dots, n$ 时的置信区间的总长度最小。

表 1.3 中的置信限精确到了小数点后三位，容量是 $n = 1(1)30$ ， $x = 0(1)[n/2]$ 。若 x 大于 $[n/2]$ ， $n - x$ 将会小于等于 $[n/2]$ ，从表中就可得出互补比例 $(1 - \pi)$ 的置信区间，从中也就可求得 π 的置信限。

〔例〕假定 $n = 25$ ， $x = 14$ ，那么 $n - x = 11$ 。从表 1.3 中查 $x = 11$ ， $n = 25$ ，可以找到 $1 - \pi$ 的 95% 置信限为 $(0.238, 0.664)$ ，这意味着 π 的 95% 置信限为 $(1 - 0.664, 1 - 0.238) = (0.336, 0.762)$ 。

2. 单边置信区间

π 的 $100\alpha\%$ 下界是 π 的最小值，它满足以下不等式

$$P(d; \pi, n) = \sum_{x=d}^n b(x | \pi, n) \geq 1 - \alpha$$

这里， d 是 x 的观察值。

因为

$$Q(d; \pi, n) = \frac{1}{B(d, n-d+1)} \int_0^\pi t^{d-1} (1-t)^{n-d} dt$$

这一下界可以看成是分别具有参数 d 和 $n - d + 1$ 的 $beta$ 分布左边 $100(1 - \alpha)\%$ 点（见表 6.2, $beta$ 分布的分位数点）。同样地， π 的 $100\alpha\%$ 上界由分别具有参数 $d + 1$ 和 $n - d$ 的 $beta$ 分布右边的 $100(1 - \alpha)\%$ 点给出。

3. 显著性检验

当选择位于两边时，表 1.3 也可以用来检验 π 的一个简单假设。若 $x = d$ 为 n 次试验中所观察到的 x 的值，从表 1.3 中我们找出相应的 π 的 $100\alpha\%$ 置信区间，对任何备择假设，只要其 π 值超出置信区间，就可拒绝它，拒绝的置信水平为 $100(1 - \alpha)\%$ 。

〔例〕掷一硬币 18 次，出现 5 次正面。这是否说明了硬币是无偏倚的这一假设？

这里 $n = 18$ ， $x = 5$ ，相应的 π 的 95% 置信区间为 $(0.116, 0.556)$ ，用 5% 的显著性水平，不能拒绝假设 $\pi = 0.5$ 。

当选择位于某一边时，表 6.2 ($beta$ 分布的分位数点) 同样可以用于检验 π 的简单假设。假定在上例中，检验的假设 $\pi = 0.5$ 是相对于备择假设 $\pi < 0.5$ 的。 π 的 95% 上界（这与 $B(6, 13)$ 右边的 5% 点一样）= 0.4978，因为假设的值大于该值，所以，在 5% 的显著性水平下，原假设被拒绝。