

主 编●范胜魁 魏兰锋  
分册主编●郭统福

# 1课 1测

学好每一课

金凭一课一测

→试验修订版  
*shixianxiudingban*

## 高一数学

---

(下)

●吉林人民出版社

新课标·高中教材系列

# 1 课 测

与新教材同步

→试验修订版

*shixianxiudingban*

## 高一数学(下)

主 编●范胜魁 魏兰峰 分册主编●郭统福  
编 者●李桂娟 周新民 赵会英

●吉林人民出版社

(吉)新登字01号

一课一测·高一数学·下(试验修订版)

---

主 编	范胜魁 魏兰锋	分册主编	郭统福
责任编辑	张长平 王胜利	封面设计	魏 晋
责任校对	唐晓明 王治国	版式设计	王胜利

---

出版者 吉林人民出版社(长春市人民大街124号 邮编 130021)

发行者 吉林人民出版社 电话:0431-5678541

印刷者 北京市通县长凌营印刷厂

---

开 本 787×1092 1/16  
印 张 7.375  
字 数 143千  
版 次 2001年11月第1版 2002年11月第1次修订版  
印 次 2002年11月第1次印刷  
印 数 1--50100册

---

标准书号 ISBN 7-206-03757-7/G · 1119  
定 价 8.50元

---

如图书有印装质量问题,请与承印工厂联系

## 出版说明

《一课一测》系列丛书以课时内容为编写单元,针对学生和老师的实际需要,英语、语文及初中历史每课设计一份试题,数学、物理、化学、生物、地理、政治及高中历史每节设计一份试题,每单元或每章设计一份综合测试,并且根据课时进度,安排增加了期中测试、期末测试等,初、高中(三)年级都增加了中(高)考模拟试题,体验临考气息。每课或每节试题为二页,单元测试、期中测试、期末测试每份试题为四页。每份试题题量大,难易适度。每课时(节)测试时间为50分钟,设分值50分,单元测试、期中测试、期末测试,时间为90分钟,满分100分。平常课堂小考、课后自测均可使用,亦可用作课后练习作业。每份试题又分别设计了两个栏目:

**课前提示** 这部分内容没有长篇理论重复教材上的概念性知识,而用言简意赅的文字把每课时内容点拨出来,使学生在课堂或课后有的放矢,抓住重点。

**课后检测** 针对课时内容有限的特点,合理设计一份最佳试题。以中等题为主,命题遵循大纲范围,突出能力立意,重点考查知识主干。精选情境新、贴近生活、思维价值高的试题,既考查学生对课堂所学知识的理解程度,又考查学生的综合能力,使学生掌握知识点的内涵与迁移能力,学会举一反三,触类旁通。

与其他活页卷相比,本书具有三个特点:

**题材新:**重点突出、贴近生活,综合性强。  
 **针对性:**题量大,梯度性强。  
 **实用性:**形式灵活,用时较少,收效大。教师可以利用课堂、课后、课前时间对学生进行测验,并能很好地掌握不同层次学生的学习能力,因材施教,优化教学结构。

由于时间仓促,本书难免有一些不足,请广大师生提出建议与意见,使我们修订时进一步完善。

吉林人民出版社综合室

# 目 录

<b>第四章 三角函数</b> .....	(1)
4.1 角的概念的推广 .....	(1)
4.2 弧度制 .....	(3)
4.3 任意角的三角函数 .....	(5)
4.4 同角三角函数的基本关系式 .....	(7)
4.5 正弦、余弦的诱导公式 .....	(9)
4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切 .....	(11)
4.7 二倍角的正弦、余弦、正切 .....	(13)
4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质(一) .....	(15)
4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质(二) .....	(17)
4.9 函数 $y = As \cdot n(\omega x - \varphi)$ 的图像(一) .....	(19)
4.9 函数 $y = As \cdot n(\omega x - \varphi)$ 的图像(二) .....	(21)
4.10 正切函数的图像和性质 .....	(23)
4.11 已知三角函数值求角(一) .....	(25)
4.11 已知三角函数值求角(二) .....	(27)
单元测试(一).....	(29)
单元测试(二).....	(33)
单元测试(三).....	(57)
<b>第五章 平面向量</b> .....	(11)
5.1 向量 .....	(11)
5.2 向量的加法与减法 .....	(43)
5.3 实数与向量的积 .....	(45)
5.4 平面向量的坐标运算 .....	(47)
5.5 线段的定比分点 .....	(49)
5.6 平面向量的数量积及运算律 .....	(51)
5.7 平面向量数量积的坐标表示 .....	(53)
5.8 平 移 .....	(55)
5.9 正弦定理、余弦定理 .....	(57)
5.10 解斜三角形应用举例 .....	(59)
5.11 实习作业 .....	(61)
5.12 研究性课题:向量在物理中的应用 .....	(61)
单元测试 .....	(63)
综合测试(一).....	(67)
综合测试(二).....	(71)
期中测试 .....	(73)
期末测试 .....	(79)
参考答案 .....	(83)

# 第四章 三角函数

## 4.1 角的概念的推广

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 检测时间50分钟 满分50分 得分\_\_\_\_\_

### 课前提示

- 四个三角函数的定义：点  $P(x, y)$  是角  $\alpha$  终边上异于原点  $O$  的任意一点， $|OP|=r=\sqrt{x^2+y^2}$ ，则  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ ,  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ ,  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ ,  $\cot \alpha = \frac{x}{y}$ .
- 角的概念推广后，它包括任意大小的正角、负角和零角。
- 与角  $\alpha$  终边相同的角的集合表示为  $\{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}\}$ .

### 课后检测

#### 一、选择题(每小题2分,共12分)

- 已知角  $\alpha$  的终边上有一个点  $P(9, m)$ ，并且  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ，则  $m$  的值为 ( )  
A. 15      B. 12      C. 9      D.  $\pm 9$
- 与  $\cot \alpha \cdot \sin \alpha$  的值相等的是 ( )  
A.  $\tan \alpha$       B.  $\cos \alpha$       C.  $\sin \alpha$       D. 1
- 角  $\alpha$  的终边上有一点  $P(a, a)$ ,  $a \in \mathbb{R}$  且  $a \neq 0$ ，则  $\sin \alpha$  的值为 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  或  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       D. 1
- 设  $M = \{\theta | \theta$  为锐角 $\}$ ,  $N = \{\theta | \theta$  为小于  $90^\circ$  的角 $\}$ ,  $P = \{\theta | \theta$  为第一象限的角 $\}$ ,  $Q = \{\theta | \theta$  为小于  $90^\circ$  的正角 $\}$ , 则下列等式中成立的是 ( )  
A.  $M = N$       B.  $N = P$       C.  $M \cap P$       D.  $M = Q$
- 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P(x, 6)$ ，并且  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ ，则  $x$  等于 ( )  
A.  $\frac{5}{2}$       B.  $-\frac{5}{2}$       C.  $\pm \frac{5}{2}$       D.  $\frac{2}{13}$
- 在直角坐标系中，若角  $\alpha$  与  $\beta$  的终边相互垂直，那么  $\alpha$  与  $\beta$  的关系为 ( )  
A.  $\beta = \alpha - 90^\circ$       B.  $\beta = \alpha \pm 90^\circ$   
C.  $\beta = \alpha + 90^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$       D.  $\beta = \alpha \pm 90^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

#### 二、填空题(每小题2分,共8分)

- 终边在  $x$  轴上的角的集合是 \_\_\_\_\_, 终边在坐标轴上的角的集合是 \_\_\_\_\_, 终边在  $y$  轴上的角的集合是 \_\_\_\_\_, 终边在二、四象限角的平分线上的角的集合是 \_\_\_\_\_.
- 在  $-720^\circ \sim 720^\circ$  之间与  $-1050^\circ$  角的终边相同的角的集合为 \_\_\_\_\_.
- 时钟从 8 点 10 分走到 11 点半，则分针所转过的角度为 \_\_\_\_\_，时针所转过的角度为 \_\_\_\_\_.
- 若角  $\alpha$  的终边落在直角坐标系中一、三象限角的平分线上方，则角  $\alpha \in$  \_\_\_\_\_.

#### 三、解答题(每小题6分,共30分)

- 已知角  $\alpha$  的终边过点  $(5m, 12m)$  ( $m \neq 0$ , 且  $m$  为常数)，求角  $\alpha$  的四个三角函数值.

2. 已知角 $\theta$ 的终边过点 $P(x, -2)$ , 且 $\cos \theta = \frac{x}{3}$  ( $x \neq 0$ ). 求 $\sin \theta$ 的值.

3. 设 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ , 求值:

(1)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ ;

(2)  $\csc \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ;

(3)  $\tan \alpha + \cot \alpha$ ;

(4)  $\frac{1}{\cos \alpha} - \tan^2 \alpha$ .

4. 若 $\alpha$ 为第二象限角, 求 $2\alpha$ 以及 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限.

5. 若集合 $A = \left\{ \alpha \mid \alpha = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ,  $B = \{ \alpha \mid -\pi < \alpha < \pi \}$ , 求 $A \cap B$ .

## 4.2 弧度制

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 检测时间50分钟 满分50分 得分\_\_\_\_\_

### 课前提示

1. 度与弧度的相互换算:  $1^\circ = \frac{\pi}{180}$  弧度  $\approx 0.01745$  弧度, 1 弧度  $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57.30^\circ = 57^\circ 18'$ .

2. 弧长公式与扇形面积公式: 弧长公式为  $l = |\alpha| \cdot r$ ; 扇形面积公式为  $S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2}|\alpha|r^2$ .

### 课后检测

一、选择题(每小题2分,共12分)

1. 若  $\alpha = \frac{5\pi}{8}$ , 则点  $P(\sin \alpha, \tan \alpha)$  所在的象限是 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限  
C. 第三象限      D. 第四象限

2. 第一象限角的集合为 ( )

- A.  $\{\alpha \mid -90^\circ < \alpha < 90^\circ\}$       B.  $\{\alpha \mid 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\}$   
C.  $\{\alpha \mid 2k\pi < \alpha < 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$       D.  $\{\alpha \mid k \cdot 360^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

3. 集合  $P = \{x \mid x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ , 集合  $Q = \{x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $P, Q$  的关系是 ( )

- A.  $P = Q$       B.  $Q \supseteq P$   
C.  $P \supseteq Q$       D. 以上都不对

4. 如果角  $\alpha$  和  $\beta$  的终边:

- (1) 重合, 则  $\alpha - \beta = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ;  
(2) 关于  $y$  轴对称, 则  $\alpha + \beta = 2k\pi + \pi (k \in \mathbb{Z})$ ;  
(3) 关于  $x$  轴对称, 则  $\alpha - \beta = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ;  
(4) 关于原点对称, 则  $\alpha - \beta = (2k+1)\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

其中正确结论的个数是 ( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

5. 已知角  $\alpha$  的顶点在原点, 始边与  $x$  轴的正半轴重合, 终边为射线  $y+x=0 (x>0)$ , 则角  $\alpha$  为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{3\pi}{4}$   
C.  $\{\alpha \mid \alpha = 2k\pi + \frac{7\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$       D. 以上都不对

6.  $5 \text{ rad}$  的角的终边落在直角坐标系中 ( )

- A. 第二象限      B. 第三象限  
C. 第四象限      D.  $y$  轴负半轴上

二、填空题(每小题2分,共8分)

1. 地球赤道的半径为  $6370 \text{ km}$ , 所以赤道上  $1'$  的弧长是 \_\_\_\_\_.

2. 若  $\alpha$  与  $\frac{5\pi}{4}$  的终边相同, 且有条件  $-3\pi < \alpha < -\pi$ , 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.

3. 终边与  $\pm \frac{\pi}{4}$  角的终边重合的角的集合为 \_\_\_\_\_.

4. 一个扇形的弧长是  $4 \text{ cm}$ , 圆心角为  $2 \text{ rad}$ , 则这个圆心角所在的扇形的面积为 \_\_\_\_\_.

三、解答题(每小题6分,共30分)

1. 已知扇形的周长为30 cm,当它的半径和圆心角各取什么值时,才能使扇形的面积最大?最大面积是多少?

2. 如图1所示,在扇形AOB中, $\angle AOB=90^\circ$ ,弧长为l,求此扇形内切圆的面积.

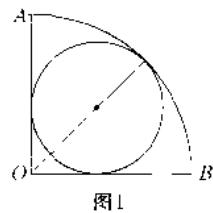


图1

3. 已知扇形的周长为6 cm,面积为2 cm<sup>2</sup>,求扇形中心角的弧度数.

4. 在半径为R的圆中,半圆的弧长恰好是圆中某个扇形的周长,试求这个扇形的圆心角的弧度数以及扇形的面积.

5. 一扇形的周长为20 cm,当扇形的中心角 $\alpha$ 为多少弧度时,这个扇形的面积最大?并求这个最大面积.

## 4.3 任意角的三角函数

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 检测时间50分钟 满分50分 得分\_\_\_\_\_

### 课前提示

1. 三角函数的定义域：正弦函数、余弦函数的定义域为 $\mathbb{R}$ ，正切函数的定义域为 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )，余切函数的定义域为 $x \neq k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )，正割函数、余割函数的定义域分别与余切函数、正切函数的定义域相同。
2. 终边相同的角的同一三角函数值相等：
- $$\sin(2k\pi + \alpha) = \sin \alpha \quad \cos(2k\pi + \alpha) = \cos \alpha \quad \tan(2k\pi + \alpha) = \tan \alpha (k \in \mathbb{Z})$$

### 课后检测

#### 一、选择题(每小题2分,共12分)

1. 已知角 $\alpha$ 的终边过点 $P(-4m, 3m)$  ( $m \neq 0$ )，则 $2\sin \alpha + \cos \alpha$ 的值是 ( )
- A. 1或-1      B.  $\frac{2}{5}$ 或 $-\frac{2}{5}$       C. 1或 $-\frac{2}{5}$       D. -1或 $\frac{2}{5}$
2. 若角 $\alpha$ 为第二象限的角，其终边上一点为 $P(x, \sqrt{5})$ ，且 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}x$ ，则 $\sin \alpha$ 的值为 ( )
- A.  $\frac{\sqrt{10}}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       D.  $-\frac{\sqrt{10}}{4}$
3. 已知函数 $y = \sin x \cdot \cos x \cdot \tan x > 0$ ，则 $x$ 应是 ( )
- A.  $x \in \mathbb{R}$ , 且 $x \neq 2k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )      B.  $x \in \mathbb{R}$ , 且 $x \neq k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )
- C.  $x \in \mathbb{R}$ , 且 $x \neq \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )      D. 以上都不对
4. 函数 $y = \frac{|\sin x|}{\sin x} + \frac{|\tan x|}{\tan x}$ 的值域是 ( )
- A. {0}      B. {2, -2, 0}      C. {0, 2}      D. {2, -2}
5. 下列各式为正号的是 ( )
- A.  $\cos 2 \cdot \sin 2$       B.  $\tan 3 \cdot \sec 2$       C.  $\sin 2 \cdot \tan 2$       D.  $\tan 3 \cdot \sin 2$
6. 设 $\alpha$ 是第三或第四象限角，则 ( )
- A.  $\tan \alpha < 0$       B.  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$       C.  $\cot^2 \alpha + \sin \alpha < 0$       D.  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \tan \alpha < 0$

#### 二、填空题(每小题2分,共8分)

1. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C < 0$ ，那么这个三角形的形状是\_\_\_\_\_。

2. 若 $|\sin x| = \sin x$ ，则 $x$ 的范围\_\_\_\_\_。

3.  $\sin \frac{19\pi}{3} + \tan \frac{13\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3} =$  \_\_\_\_\_。

4.  $y = \tan x + \cot x$ 的定义域\_\_\_\_\_。

#### 三、解答题(每小题5分,共30分)

1. 已知角 $\alpha$ 的终边上一点 $P(-15\alpha, 8\alpha)$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ , 且 $\alpha \neq 0$ )，求 $\alpha$ 的各三角函数值。

2. 求值：

$$(1) 2\sin 510^\circ + \cos(-600^\circ) + \tan 105^\circ;$$

$$(2) 4\sin \frac{3\pi}{2} - 2\cos 0 + 3\sin 2\pi - \cos \frac{25\pi}{6}.$$

3. (1)求  $y = \sqrt{\sin x} + \frac{1}{\sqrt{36-x^2}}$  的定义域；

(2)求  $y = \sqrt{\log_2 \sin x}$  的定义域。

4. 已知  $\cos(\alpha+\beta) = -1$ ,

求证： $\sin(2\alpha+\beta) + \sin \beta = 0$ .

5. 已知  $f(n) = \cos \frac{n\pi}{7}$  ( $n \in \mathbb{N}$ )，求  $f(1) + f(2) + \dots + f(700)$  的值。

## 4.4 同角三角函数的基本关系式

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 检测时间50分钟 满分50分 得分\_\_\_\_\_

### 课前提示

同角三角函数的基本关系式的记忆方法：用六边形帮助记忆，如图1所示，其结构为“上弦、中切、下割；左正、右余、中间1”。

- (1) 对角线上的两个三角函数的乘积等于1。
- (2) 在三个阴影三角形中，上面两个三角函数值的平方和等于下面顶点上的数值的平方，如 $1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$ 。
- (3) 六边形任意一个顶点的函数值等于相邻两个顶点的函数值的乘积，如 $\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha$ 。

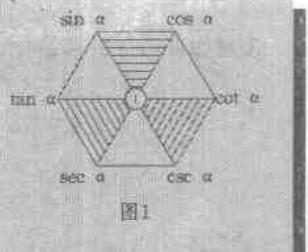


图1

### 课后检测

一、选择题(每小题2分，共12分)

1. 化简 $\sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ 的结果是 ( )  
A.  $-\sin \theta$       B.  $-\cos \theta$       C.  $\sin \theta$       D.  $\cos \theta$
2. 若 $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 2$ 时， $\sin \theta \cdot \cos \theta$ 的值是 ( )  
A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\pm \frac{3}{10}$       C.  $\frac{3}{10}$       D.  $-\frac{3}{10}$
3. 已知 $\frac{1 + \sin x}{\cos x} = -\frac{1}{2}$ ，则 $\frac{\cos x}{\sin x - 1}$ 的值是 ( )  
A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C. 2      D. -2
4. 若 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$  并且 $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$ ，则 $\csc \alpha \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \cot \alpha \sqrt{\csc^2 \alpha - 1}$ 的值为 ( )  
A. 0      B. 1      C. -1      D. 以上均错误
5. 已知 $\alpha$ 为三角形的一个内角，根据 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{8}$ ，所求得的 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值为 ( )  
A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$
6. 已知 $\sin \alpha = m$  ( $|m| < 1$ )，则 $\tan \alpha$ 的值是 ( )  
A.  $\frac{m \sqrt{1-m^2}}{m^2-1}$       B.  $-\frac{m \sqrt{1-m^2}}{m^2-1}$       C.  $\pm \frac{m \sqrt{1-m^2}}{m^2-1}$       D.  $\frac{m \sqrt{1-m^2}}{m^2-1}$  或 0

二、填空题(每小题2分，共8分)

1. 已知 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ，则 $\cot \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 若 $\sec \alpha \cdot \csc \alpha = 2$ ，则 $\tan \alpha + \cot \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3.  $\sin \alpha + \cos \alpha = a$ ，则 $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 等式 $\sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} = \cot \theta - \csc \theta$ 成立，则 $\theta$ 的范围是  $\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题(每小题5分，共30分)

1. 化简：(1)  $\sqrt{\sec^2 x - 2\tan x}$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )；  
(2)  $\sin^2 \alpha \cdot \tan \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \cot \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

2. 已知  $\cot^2 \alpha = \frac{\sin^2 \beta}{\tan^2 \gamma} + \frac{\cos^2 \beta}{\tan^2 \delta}$ , 求证:  $\csc^2 \alpha = \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \gamma} + \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \delta}$ .

3. 已知  $\sin \alpha + 3\cos \alpha = 2$ , 求  $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$  的值.

4. 已知关于  $x$  的方程  $2x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + m = 0$  的两根为  $\sin \theta$  和  $\cos \theta$ ,  $\theta \in (0, 2\pi)$ . 求

(1)  $\frac{\sin \theta}{1 - \cot \theta} - \frac{\cos \theta}{1 - \tan \theta}$  的值;

(2)  $m$  的值.

5. 已知  $\frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} = 3 + 2\sqrt{2}$ , 求  $\frac{(\sin \theta + \cos \theta)' - 1}{\cot \theta - \sin \theta \cdot \cos \theta}$  的值.

6. 已知  $\frac{1}{\tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 7$ , 求  $\sin \alpha \cos \alpha$  的值.

## 4.5 正弦、余弦的诱导公式

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 检测时间50分钟 满分50分 得分\_\_\_\_\_

### 课前提示

- 五组诱导公式： $k \cdot 360^\circ + \alpha$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )， $-\alpha$ ， $180^\circ \pm \alpha$ ， $360^\circ - \alpha$  的三角函数值，等于  $\alpha$  的同名函数值，前面加上把  $\alpha$  看作锐角时（无论  $\alpha$  是什么角，都“看作”锐角）原函数值的符号。
- 记忆五组诱导公式的口诀：函数名不变，符号看象限。
- 利用五组诱导公式时，可以把任意角的三角函数值化为锐角三角函数值，其步骤为：任意角的三角函数  $\xrightarrow{-\alpha}$  相应正角的三角函数  $\xrightarrow{k \cdot 360^\circ + \alpha} 0^\circ \sim 360^\circ$  角的三角函数  $\xrightarrow{180^\circ \pm \alpha \text{ 或 } 360^\circ - \alpha}$  锐角三角函数  $\xrightarrow{\text{查表}}$  三角函数值。

### 课后检测

#### 一、选择题（每小题2分，共12分）

- 已知  $f(\cos x) = \cos 3x$ ，则  $f(\sin 30^\circ)$  的值为 ( )  
A. 0 B. 1 C. -1 D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 若  $\sin \theta = \frac{m-3}{m+5}$ ,  $\cos \theta = \frac{1-2m}{m-5}$ ，则  $m$  的值是 ( )  
A. 0 B. 8 C. 0 和 8 D.  $3 < m < 9$
- 若  $\alpha \in [0, \pi]$ ，并且  $2\tan \alpha = 3\sin \alpha$ ，则  $\tan \alpha$  的值为 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  B. 0 C.  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$  D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  或 0
- 已知  $\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{3}{4}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ ，则  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$  的值是 ( )  
A.  $-\frac{3}{5}$  B.  $\frac{3}{5}$  C.  $\frac{4}{5}$  D.  $-\frac{4}{5}$
- 若  $\cos(-100^\circ) = k$ ，则  $\tan 80^\circ$  等于 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$  B.  $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$  C.  $\frac{\sqrt{1+k^2}}{k}$  D.  $-\frac{\sqrt{1+k^2}}{k}$
- 下列函数值中：(1)  $\cos\left(k\pi + \frac{\pi}{3}\right)$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )；(2)  $\cos\left(2k\pi \pm \frac{\pi}{3}\right)$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )；(3)  $\cos\left[(2k+1)\pi - \frac{2\pi}{3}\right]$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )；(4)  $\cos\left[k\pi + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{3}\right]$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )。其中与  $\cos\frac{\pi}{3}$  的值相等的有 ( )  
A. (1)(2) B. (3)(4) C. (2)(3) D. (1)(4)

#### 二、填空题（每小题2分，共8分）

- $\sin \frac{29}{6}\pi + \cos\left(-\frac{29}{3}\pi\right) + \tan\left(-\frac{25}{4}\pi\right) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $\frac{\cos(90^\circ + \alpha) \cdot \csc(270^\circ - \alpha) \cdot \tan(180^\circ - \alpha)}{\sec(360^\circ - \alpha) \cdot \cot(90^\circ - \alpha) \cdot \sin(180^\circ + \alpha)} = \underline{\hspace{2cm}}$
- 若  $\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} + \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} = 0$ ，则  $\cos(\sin \alpha) \cdot \sin(\cos \alpha)$  的符号  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 设  $A, B, C$  为一个三角形的三个内角，则  $\cos(A+B) + \cos C = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sin(A+B) - \sin C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**三、解答题(每小题5分,共30分)**

1. 设  $A, B, C$  为一个三角形的三个内角, 求证:

$$(1) \cos(2A+B+C) = -\cos A;$$

$$(2) \tan \frac{A+B}{4} = \tan \frac{3\pi+C}{4}.$$

2. 已知  $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ,  $\sin(\alpha + \beta) = 1$ ,

求  $\sin(2\alpha + \beta)$  的值.

3. 已知  $\sin(x+y) = 1$ , 求证:  $\tan(2x+y) + \tan y = 0$ .

4. 若  $\sin \alpha$  是方程  $5x^2 - 7x - 6 = 0$  的根, 求  $\frac{\sin(-\alpha - \frac{3\pi}{2}) + \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{-\pi}{2} - \alpha)} + \tan^2(2\pi - \alpha)$  的值.

5. 设  $n$  为整数, 化简:  $\sin(\frac{4n-1}{4}\pi - \alpha) + \cos(\frac{4n+1}{4}\pi - \alpha)$ .

6. 设  $f(\theta) = \frac{2\cos^2 \theta + \sin^2(2\pi - \theta) + \cos(-\theta) - 3}{2 + 2\cos^2(\pi + \theta) + \cos(2\pi - \theta)}$ , 求  $f(\frac{\pi}{3})$  的值.

## 4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 检测时间50分钟 满分50分 得分\_\_\_\_\_

### 课前提示

1. 公式:  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ ;  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ ;

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

2. 特殊角的三角函数值:

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}, \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}, \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}.$$

3. 注意“1”的应用.

### 课后检测

一、选择题(每小题2分,共12分)

1. 已知  $\alpha \in (\pi, 2\pi)$ , 则  $\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha+\pi)}{2}}$  等于 ( )  
A.  $\sin \frac{\alpha}{2}$       B.  $\cos \frac{\alpha}{2}$       C.  $-\sin \frac{\alpha}{2}$       D.  $-\cos \frac{\alpha}{2}$

2.  $\triangle ABC$  中, 已知  $\cos A \cdot \cos B > \sin A \cdot \sin B$ , 则  $\triangle ABC$  一定是 ( )  
A. 锐角三角形      B. 直角三角形  
C. 钝角三角形      D. 不确定

3. 已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ , 且  $\alpha, \beta$  为锐角, 则  $\alpha + \beta$  的值为 ( )  
A.  $45^\circ$       B.  $135^\circ$  或  $45^\circ$   
C.  $135^\circ$       D. 以上都不对

4. 已知  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}$ ,  $\tan\left(\beta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}$ , 则  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$  的值是 ( )  
A.  $\frac{13}{18}$       B.  $\frac{3}{22}$       C.  $\frac{13}{22}$       D.  $\frac{1}{6}$

5.  $\tan 70^\circ + \tan 50^\circ - \sqrt{3} \tan 50^\circ \cdot \tan 70^\circ$  的值是 ( )  
A.  $\sqrt{3}$       B.  $-\sqrt{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 已知  $\alpha, \beta$  均为锐角, 且  $\sin \alpha = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta)$ , 则  $\alpha, \beta$  的大小关系是 ( )  
A.  $\alpha > \beta$       B.  $\alpha < \beta$       C.  $\alpha \leq \beta$       D.  $\alpha$  与  $\beta$  的大小不确定

二、填空题(每小题2分,共8分)

1.  $\cos(20^\circ + x) \cdot \cos(25^\circ - x) - \cos(70^\circ - x) \cdot \sin(25^\circ - x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2.  $\tan x + \tan y = 25$ ,  $\cot x + \cot y = 30$ , 则  $\tan(x+y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 化简:  $\cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\beta - \gamma) - \sin(\alpha - \beta) \cdot \sin(\beta - \gamma) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 已知  $\cos \alpha = \frac{1}{17}$ ,  $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{47}{51}$ , 且  $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题(每小题6分,共30分)

1. 已知  $\tan \alpha, \tan \beta$  是方程  $6x^2 - 5x + 1 = 0$  的两个根, 且  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ , 则  $\alpha + \beta$  的值是多少?

2. 已知  $\frac{\pi}{2} < \beta < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ ,  $\cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}$ ,  $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$ , 求  $\sin 2\alpha$  的值.

3. 求值:

$$(1) \tan 20^\circ - \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ;$$

$$(2) (\tan 10^\circ - \sqrt{3}) \cdot \frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ}.$$

4. 已知  $\tan \alpha, \tan \beta$  是方程  $x^2 - 3x + 3 = 0$  的两个根,

求  $\sin^4(\alpha + \beta) - 3\sin(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) - 3\cos^2(\alpha + \beta)$  的值.

5. 设  $\alpha, \beta$  均为锐角, 试寻找  $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 2$  成立的充要条件, 并化简:  $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) \cdots (1 + \tan 44^\circ)(1 + \tan 45^\circ)$ .