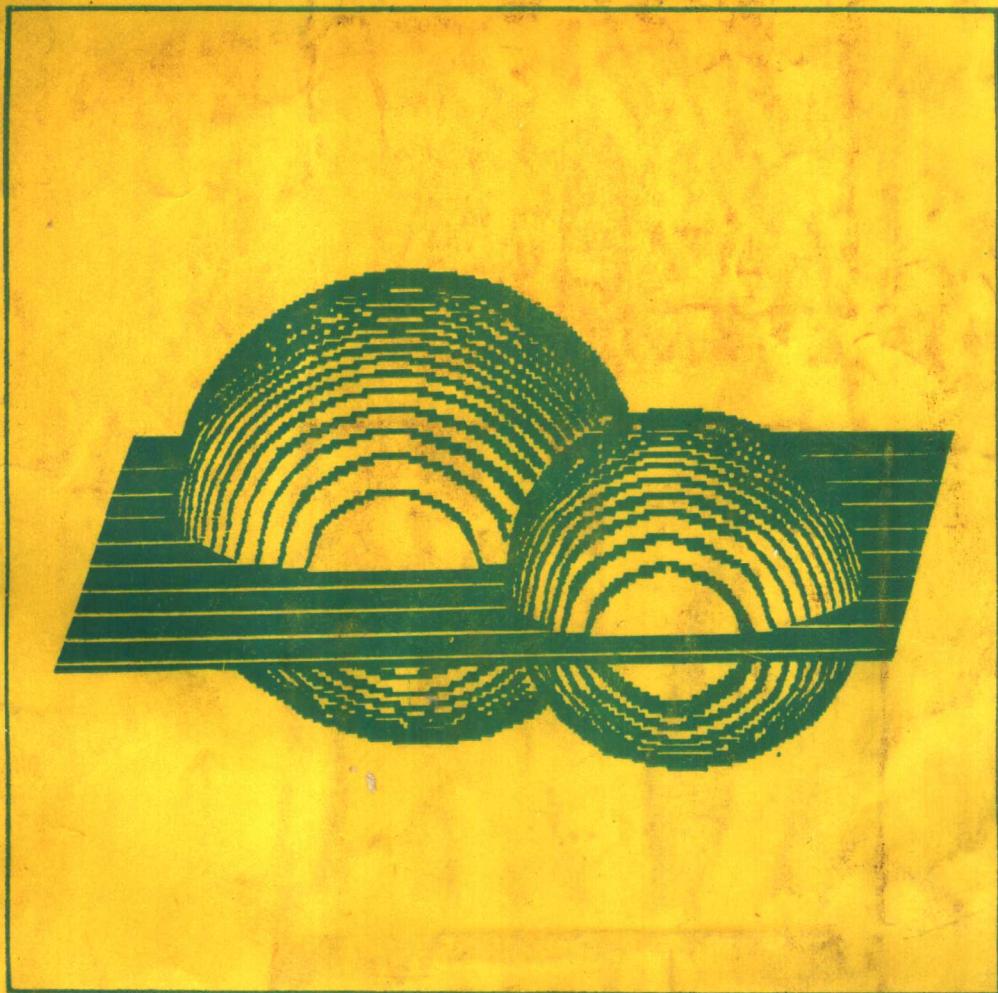


采用个人的计算机 自动控制计算法

〔日〕高橋安人 编著 徐崇庶 鹿树理 译



国防工业出版社

采用个人计算机的 自动控制计算法

〔日〕高橋安人 编著

徐崇庶 鹿树理 译

國防工業出版社

内 容 简 介

本书把自动控制理论和个人计算机（即微型计算机）联系起来，介绍如何利用个人计算机计算自动控制理论问题。

全书共分四章。第一章是总论，阐明了作者编写本书的目的和全书的体系；第二章介绍了以利用个人计算机为前提的自动控制理论体系；第三章介绍了一些典型程序的要点，并对流程图及程序的核心部分作了简要说明；第四章介绍了用于计算自动控制问题的个人计算机系统及其程序设计语言。

本书可作为大专院校自动控制专业及计算机专业的实用手册，亦可作为科技工作者的参考书。

パソコンによる

自動制御計算法

工学博士 高橋安人 編著

オーム社，1982年

*

采用个人计算机的

自动 控 制 计 算 法

〔日〕高橋安人 编著

徐崇庶 鹿树理 译

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张 12 1/4 280千字

1987年6月第一版 1987年6月第一次印刷 印数：0,001—4,350册

统一书号：15034·3190 定价：2.55元

译 者 序

个人计算机是七十年代的重大技术成就之一，它的出现，使计算机的发展进入了一个新的阶段。具有体积小、重量轻、价格低、可靠性高和使用灵活等优点的个人计算机，为计算机的应用开辟了广阔前景。目前，个人计算机正逐渐应用于各行各业和人们的日常生活之中。

本书原版，在日本已受到好评，特别是受到从事自动控制工作的科技人员的欢迎。本书已有英文版。为促进个人计算机在我国自动控制领域中的应用，特将日文原版翻译出版。

本书把自动控制理论同计算机联系起来，为解决自动控制理论问题提供了新的途径。在以使用个人计算机为前提的自动控制理论体系中，不是重复理论本身，而是在传统的体系中，为了用个人计算机进行计算而加入了新的概念。

书中所包括的用个人计算机计算自动控制问题的例题，并不是程序汇编，而只是选择了在课题、步骤和内容方面有特色的程序，对其流程图和程序核心作了解释，以指出编程的方法和技巧。读者可以根据前面的理论，参考书中的程序，编出自己需要的程序。

本书由徐崇庶和鹿树理翻译，吕景瑜同志作了校核，吕炳仁和邹庆怡等同志对译稿提出许多宝贵意见，贾瑞新同志校核了全部程序并在计算机上对部分程序进行了试算。在此一并表示感谢。

在翻译过程中，我们对原书中个别错误作了改正，但由于译者水平所限，译文中仍会有不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

原序

微型计算机或计算机终端如同电话机一样，成为人们手头必备物品的时代正在到来。本书的目的是把自动控制理论和个人计算机联系起来，向从事自动控制的科技工作者指出研究这项新课题的前进方向。在给一般抽象理论赋予实际意义的同时，也向计算机的键盘进军。从事自动控制的科技工作者们，一旦把个人计算机用于解决自动控制问题，眼前就会出现一个从未经历过的有趣世界，从而使工作效率大为提高。基于这种考虑，1980年3月向检测自动控制学会申请，设置了“用于控制计算的微型计算机程序调查研究委员会”。该委员会从同年5月开始，到1982年2月止，开过六次全体会议。该委员会在1981年度以“用于控制计算的程序包的开发和标准化”为题，接受了文部省科学研究所综合研究(B)的补助(课题号56306021)。本书是把委员会两年来的研究成果综合编辑而成。

本书的内容(即委员会所研究的内容)，共包括下面三部分：

- (1) 以使用个人计算机为前提的自动控制理论体系。
- (2) 用个人计算机计算自动控制理论问题的程序实例。
- (3) 用于控制计算的微型计算机系统及程序设计语言。

这些内容中的每一部分又分别是一个范围很广的主题。从常用的个人计算机的立场出发改写控制理论，仅这一项内容就可编成一本很厚的书。不可能再包括同动态系统控制有关的程序清单。在不同的情况下，使用不同的计算机及外围设备，其程序设计语言也是多种多样的，即使是个人计算机常用的BASIC语言也无法统一。这些工作即使对造诣很深、知识渊博的委员们来说，也难用一本书来详论。当今的时代，科技信息与日俱增，难道就不能以较少的内容迅速地向社会服务吗？基于这种考虑，本书决定删除有关外围设备的内容，尽可能减少篇幅，使其成为一本小型的书。

既然是“小型”，就不可能象纯理论书籍那样，在内容上作严格考究。例如面向理论的符号和适用于程序的符号就不一样。如果强行统一，则对理论和程序都会显得不自然，即使仅仅对程序而言，也没有办法去解决因计算机种类不同而造成语言不统一的问题。

本书就是要向上述困难挑战。委员会成立的两年前，这方面是很落后的。例如用于科技计算的最初的个人计算机出现几个月后，计算矩阵(包括逆矩阵)用的ROM才有出售。当时，“现代控制理论”是否有用还是现场工作者议论的话题。一说到技术计算，就认为是要年轻人根据总框图写出大型程序才能解决，很少有人体会到用自编程序在个人计算机上计算黎卡提方程的收敛和卡尔曼滤波器的动态过程的好处。在那以后的两年间，随着技术惊人地进步，引起了认识上的变化。这种进步现在以更高的速度发展着，期望本书能在发展的道路上，起到一定的作用。

分担本书各章的代表委员是：寺尾满(第一章)，伊藤正美(第二章)，久村富持(第三章)和古田胜久(第四章和附录)。

本书的出版，全靠委员们的支持以及欧姆社的森正树先生的精心编辑。特别是本人于1982年3月从丰桥技术科学大学退休之后，编写工作全部由伊藤正美，白井支郎两位先生继续完成，我作为委员长对以上各位表示深深的感谢。

高橋安人

目 录

第一章 总论	1
1.1 自动控制和个人计算机	1
1.2 控制和计算机	2
1.3 控制计算和个人计算机	3
第二章 自动控制系统的计算步骤	5
2.1 计算步骤综述	5
2.2 系统模型	8
2.3 系统的分析	15
2.3.1 连续时间系统的分析	15
2.3.2 离散时间系统的分析	21
2.3.3 反馈系统的分析	23
2.4 系统表示形式的变换	25
2.4.1 从连续时间到离散时间——采样控制系统	25
2.4.2 状态方程式的变换	25
2.4.3 传递函数的变换	26
2.4.4 状态方程式与传递函数之间的相互变换	27
2.4.5 小结	28
2.5 控制系统的设计	29
2.5.1 利用频率响应法设计补偿环节的步骤	29
2.5.2 利用根轨迹法设计补偿环节的步骤	32
2.5.3 PID调节器的设计步骤	33
2.5.4 最佳调节器的设计步骤	33
2.5.5 根据极点配置原理设计反馈控制系统的步骤	34
2.5.6 卡尔曼滤波器的设计步骤	36
参考文献	38
第三章 程序	39
3.1 基本运算	39
3.1.1 代数方程式的根	39
3.1.2 矩阵的基本运算	44
3.1.3 矩阵的秩	59
3.1.4 $(sI - A)^{-1}$ 的计算(Faddeev 法)	63
3.1.5 矩阵 A 的特征值	65
3.2 系统的表达式	66
3.2.1 状态方程式和传递函数	66
3.2.2 组合系统的传递函数	70
3.2.3 频率响应及其显示	77
3.3 系统分析	100
3.3.1 可控制性、可观测性	100
3.3.2 特征方程式及其根	104
3.3.3 稳定判据	119
3.3.4 阶跃响应的计算	129

3.4 控制系统的设计	136
3.4.1 利用古典理论的设计	136
3.4.2 利用现代控制理论的设计	157
3.4.3 卡尔曼滤波器	167
参考文献	171
第四章 控制计算和个人计算机	172
4.1 BASIC语言和控制计算	172
4.1.1 解释程序的优缺点	172
4.1.2 周转时间的改善	174
4.2 利用BASIC语言的计算机辅助设计	175
4.3 PASCAL的应用	178
参考文献	181
附录一 各公司BASIC语言比较表	182
附录二 各公司规格比较表	187
附录三 本书使用的主要微型计算机的配置	188

第一章 总 论

1.1 自动控制和个人计算机

在现代社会中，所有事物都是和其他事物相联系而组成系统的。毫无例外，控制论的应用、研究和学习，也产生了系统概念。从六十年代到七十年代，由于生产的高度专门化产生了分工过细的现象，因此，精通生产技术的现场技术人员和设计人员，精通数学的控制理论家，以及精通计算机及其外围设备的硬、软件技术人员，他们都是分别培养的。从七十年代后半期开始，随着半导体新技术的迅速发展，这种分工过细的现象已不合时代的潮流。但是，与此同时发展起来的新技术，却提供了一种手段，使得有可能把已分离的各部分再联系起来。本书的内容包括了作为这种手段之一的“共同语言”。这种语言有助于把自动控制理论的应用、开发、试验和学习同个人计算机联系起来。

这里回顾一下自动控制理论和应用的发展历史。五十年代的古典控制理论起源于战前的模拟通信理论，继而出现了用于高度发达的社会生产的自动装置，有了气动式和电子式模拟调节器。但用于设计和研究的计算手段则很有限，当时是以方格纸和计算尺为主。以后虽然逐渐普及了模拟计算机，但使用起来也很不方便。当时的单回路线性控制问题，现在看来实在是很简单的。例如 PID 控制就是沟通现场技术人员和控制理论家的共同语言。当时仅仅是用计算尺和图解计算法作为处理问题的手段。

六十年代的现代控制理论是以追求最佳性开始的。为了保证最佳性，首先建立了严密的数学理论，而计算手段则被置于第二位。六十年代虽然在大学和大企业中建立了计算中心，但是却很少用计算中心的大型计算机把现代控制理论和实际问题联系起来，对实际问题的处理，绝大多数仍采用五十年代的方法——适用于古典理论的模拟计算机或图解计算法。从六十年代后期到七十年代，开始用小型计算机进行联机数据处理和直接数字控制（DDC）。DDC 控制仅仅是把模拟式的 PID 控制转换成数字控制。当时在教科书中都是只介绍连续时间系统，而采样系统（离散时间系统）理论则被忽视。

七十年代后期迅速发展起来的半导体新技术带来了今天的办公室自动化。个人计算机或终端机，同打印机或复印机一起被连成系统，加上利用数据库和字处理等技术，使事务处理也发生了变化。包括图象处理的数字数据处理使通信工程有很大进步。而且，由于芯片可以分布到生产系统的各个角落，特别是在日本，机电一体化装置（机器人）已开始初露锋芒。与这些成就相比，控制理论的研究及其在设计方面的应用，到七十年代前期为止，一直没有大的突破。CAD（计算机辅助设计）同依靠直观、经验、纸和笔的设计之间还存在一条鸿沟。利用个人计算机跨越这条鸿沟，就是本书的目标。

要用个人计算机代替计算尺、计算器及方格纸，并扩大个人计算机的作用，第一步就要求能方便地自己编写程序，而程序是能方便地保存在磁带或软磁盘中的。由于个人计算机的出现，打破了下述限制：

（1）在控制理论的教科书或论文中，理论公式贯穿始终；大部分是连续时间系统，

几乎没有数字算法。

(2) 小型计算机和大型主机所用的程序包，局限于特定的课题和使用方法，缺乏通用性。因为在市场上没有流通，只限于在特定的研究组和设计室内使用，不能轻易得到，也不能按照自己的要求进行改造。

本书不是程序汇编，而是要开创这样一个新时代，即要使研究者、设计者和学习者能根据各种需要，自如地运用手头的个人计算机。例如把反馈控制算法，自适应算法同有关的设备动特性结合起来，在特定的环境下进行自适应控制试验，这些用原有的讲义和程序包是很难解决的。

本书的内容在总论之后还有三章和附录。

从第二章到第四章的内容是：

以个人计算机为前提的自动控制系统的计算步骤；

程序；

控制计算和个人计算机。

在用手头上的个人计算机进行学习和设计时，在以单纯的数学理论展开为经典自动控制理论体系中，要加入新的观点，这就是第二章“自动控制系统计算步骤”的内容，但是没有重复理论本身。

在第三章的“程序”中，叙述了一些程序要点，但不是程序汇编，而是选择了在课题、技巧和机种等多方面有特色的程序，并且对流程图和程序的核心部分作了解释。所用的 BASIC 语言，也因在各机种中有不同的扩展而有所不同。所以在附录中，对各公司个人计算机的性能、结构以及它们所用 BASIC 语言的规格作了比较。

个人计算机的机种和外围设备还在继续不断发展，目前还不便分类和整理。但主要可分为用于一般办公室自动化的和用于技术计算的两大类。第四章“控制计算和个人计算机”中，给出了适合控制工程计算的计算机规格；但是用于联机实时数据处理及用于控制方面的计算机，则未加讨论。

1.2 控制和计算机

自动控制从一开始就和计算机保持着密切关系。四十年代，在控制工程体系形成之前，控制系统的动态特性是用高阶微分方程式描述而用大型微分解析机求解的；但这样做时间很短，不久就被功能相似的模拟计算机所取代。模拟计算机的作用是将控制系统的动特性分成若干个以积分为基础的环节，以它们的组合（框图或信号流图）表示控制工程的体系。古典的微分解析机也是以积分器为中心制成的，它的基本结构和模拟计算机相同。日本的这种大型设备，都是机械式的。由于电子线路的引入，模拟计算机在控制研究室中获得了广泛应用，电子学和自动控制的密切关系便从这时开始了。以传递函数为基础的自动控制系统的分析和设计的理论，即古典控制理论，目前仍在使用。它的特点是象观察模拟计算机的操作一样，不仅能直接观察组成系统的各个环节对系统动特性的影响，而且能直接观察系统中信号的因果关系。它既保持与实际过程的物理对应，又是一种抽象化。

从五十年代开始，模拟计算机的使用迅速发展，尽管引用排题板使模拟计算机的使用效率大大提高，但是还未达到个人利用模拟计算机来实现对控制系统的设计和研究的

程度。对系统频率响应的研究，通常是在对数方格纸上用手工进行，或者是利用模板和自动控制专用计算尺（已故伊沢教授的方案）。本书编者高橋安人在学会（检测自动控制学会的前身）上颁布的“尼柯尔斯记录纸”也是在那个时候出现的。从六十年代开始，被称为“现代控制理论”的理论体系开始萌芽，此时由于应用数学工作者对控制理论发生了兴趣，并参加了工作，从而使现代控制理论急速发展。然而，由于这种理论是脱离现实的基础理论，同从事控制的实际工作者关系不密切，所以它的应用发展较慢。

电子学，特别是微电子学近年来的迅速发展，使逻辑元件的性能和形状发生了变化。随之而来的是机械行业的革新，迄今为止，在智能部分起主要作用的模拟元件，已大部分被数字元件所取代，这方面的进展还不止这些。由小型计算机开始的计算机控制，包括 SCC（管理计算机控制）和 DDC（直接数字控制），甚至连调节器系统，其智能都在从集中式向分布式发展。

这种分布式也波及到对控制的研究和学习的方法方面。现在我们的桌上已有了自己的计算机。现代控制理论被重新认识了。其主要原因是控制理论已日趋成熟。理论家也在向应用方面发展，因此不仅在多变量系统中，就是在使用调节器的单纯控制问题的现场，也开始注意应用现代控制理论了。在这种场合下，计算调节器所用的矩阵规模，多数的个人计算机也是能够胜任的。逻辑机具有离散特性。当它用于连续过程时，也必须变成采样系统，不论是制定控制方案的控制理论也好，执行控制方案的调节器也好，也都自然要作为离散系统来处理。现代控制理论对离散系统给出了更具体的设计方法。

现代的机器，具有“语言”，我们可以利用“语言”使机器具有一定的智能。这种技术是同自动控制系统的设计直接相连的。具体地讲，就是取代了利用自然的物理现象制造的模拟计算机，而采用靠语言动作的个人计算机。不管古典理论还是现代理论，都是用数学模型来明确描述系统特性的，这都要使用“语言”。在台式计算机上，用“语言”可以求出系统的频率特性，并能立刻画出奈奎斯特曲线和尼柯尔斯图。求根轨迹也不需要用巧妙的图解法了，而可采用正面的直接求根方法。不仅能解出作为现代控制理论基石之一的黎卡提方程，而且当过程的转移矩阵确定之后，个人计算机立刻就成为描述过程动特性的仿真装置。自己直观决定的控制方案，可以立刻用实验来试行，不受古典理论或现代理论的限制。这种情况下的控制系统大部分都是在时间上和空间上的非线性系统，正因为如此，靠“语言”动作的逻辑机才能大显身手。

1.3 控制计算和个人计算机

个人计算机能够普及的理由之一，是易于学习，能使用简单的 BASIC 语言编制程序。BASIC 是根据达特马斯大学的柯特尔斯（Kurtz）教授等人在 1963～1964 年间由 TSS（分时系统）用的通用语言开发而来的。这种语言具有与自然语言接近，又便于计算机存取、处理信息的周转时间短等特点，而且即使对文学系的学生来说也是容易学会的。刚开始时，这种语言只是编译程序，以后从这种语言的特点出发，从不太需要计算机存储器的源程序，发展成为解释程序形式的 BASIC。BASIC 语言已被作为个人计算机的标准通用语言而使用着。

在利用个人计算机，编制分析和设计自动控制系统的 BASIC 程序时，必须注意 BASIC 的功能随个人计算机的机种不同而有很大差异。从用 2K 字节存储器的 Tiny BASIC 开始，经过包含 DOS(磁盘操作系统)的 BASIC，到包含矩阵运算的扩展 BASIC，其水平是不同的，其运算数值的有效位数，数值的上下限等也有差异。能支援绘图仪等外围设备的机种也很多。即使是同样功能的 BASIC，因为机器种类不同，同 I/O 有关的指令也有差异。在编制程序时，要明确它的目的和规格，按照既有最低限度的功能，又能满足需要的原则来选择计算机。

第四章叙述了这种 BASIC 的特点和在数值计算中的算法问题。其次，在编制用于控制系统设计的 CAD(计算机辅助设计) 所需的那种规模的程序时，还给出了使用磁盘将必要的程序结合起来的方法。最后，由于 BASIC 有在编制带自变量的子程序时很困难以及不同机种之间没有互换性等缺点，所以也用举例的方式对最近使用的 PASCAL 语言作了介绍。

第二章 自动控制系统的计算步骤

2.1 计 算 步 骤 综 述

典型的反馈系统的组成如图 2.1 所示。检测环节是个传感器，它把被控物理量转换成便于检测、记录和处理的电信号。执行环节是个执行元件，它按照被处理的信号向控制对象施加机械力、热或电能等。图中有三种补偿环节，由于控制系统的不同，三种补偿环节可能全部要用，也可能省略其中一部分。

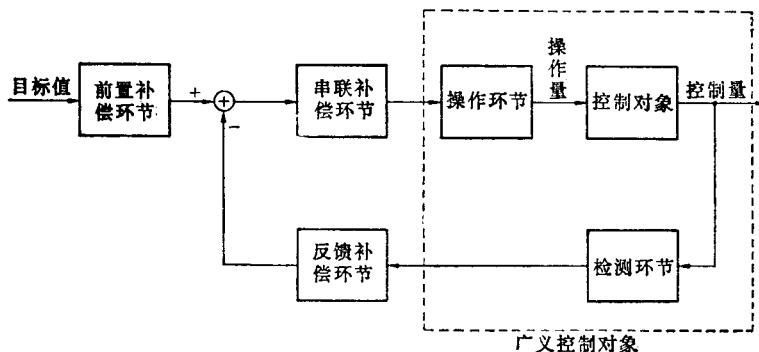


图2.1 反馈系统的组成

这种控制系统的设计步骤分为如下四步：

- (1) 对控制对象进行理论的或实验的研究，在此基础上研究以什么量作为检测量和被控量才能实现最合适的控制。
- (2) 选择适当的传感器、调节器和放大器等外围设备，研究检测环节和执行环节的动特性。
- (3) 在掌握控制对象、检测环节和执行环节动特性的基础上，根据所要求的自动控制系统总的特性，决定各补偿环节的特性。
- (4) 补偿环节用适当的调节器或微型计算机等硬件来实现，以组成实际的控制系统。

当然，一般在进行这四步时，并不限定以上的次序。如果(4)的结果不十分满意，就返回到(3)；如果仍不满意，就返回到(2)，根据情况也可能返回到(1)，以便重新研究。

本书的自动控制计算主要是指步骤(3)，而步骤(1)、(2)和(4)不是本书的重点。在步骤(3)中，较方便的方法是把已知特性的控制对象、检测环节和执行环节归纳在一起，然后把它和要选择特性的补偿环节区别开来。一般把检测环节、执行环节和补偿环节合在一起总称为控制装置，而控制系统则是由控制对象和控制装置组成的。

如图 2.1 所示。也有时把控制对象、检测环节和执行环节合在一起称为广义控制对象，而把控制系统看成是由广义控制对象和补偿环节组成的，本书则采用这种观点。

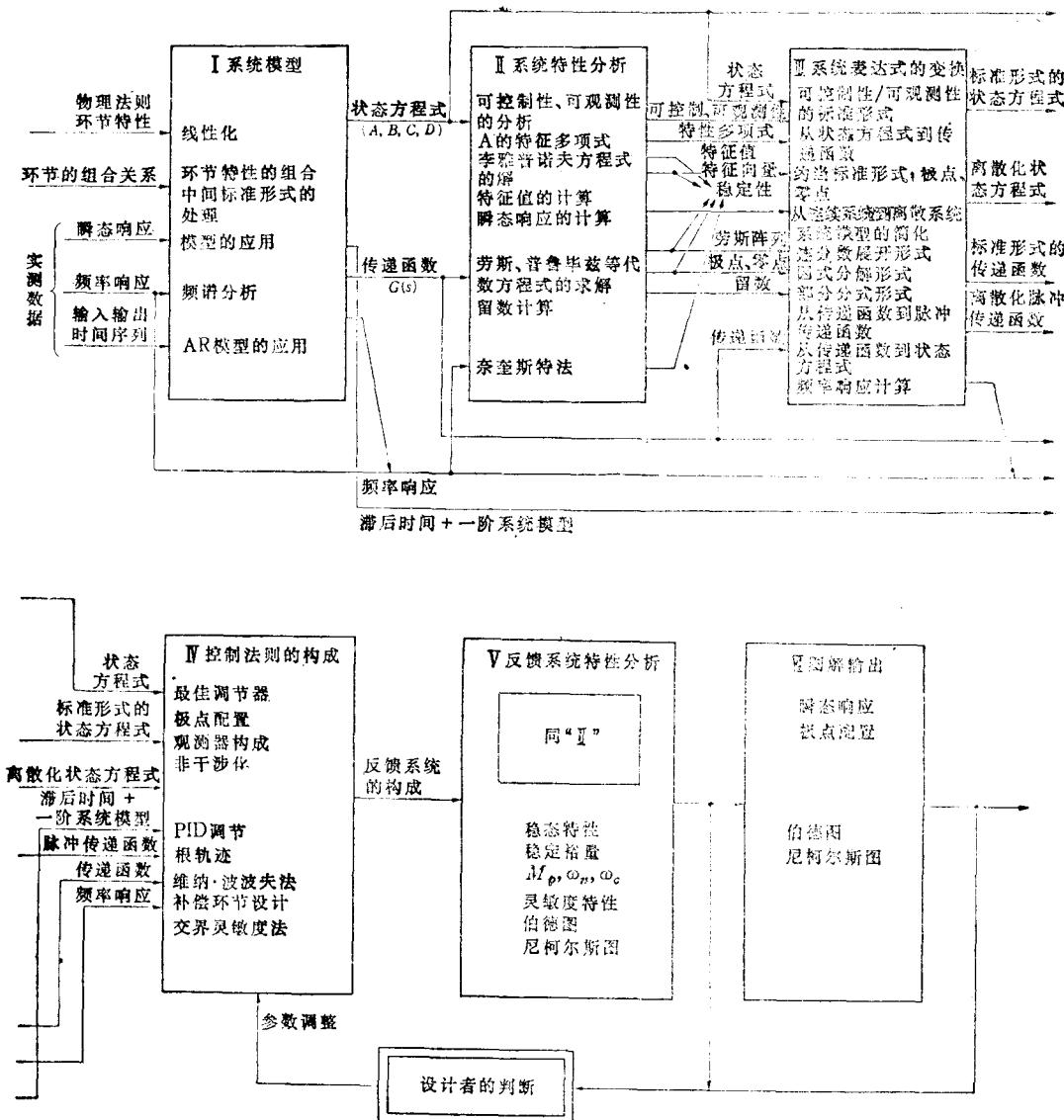


图2.2 计算步骤的总流程图

根据这种观点，再把步骤（3）做稍详细的叙述（如图 2.2 所示）。这里把步骤（3），即自动控制计算的步骤再细分为六步：

第一步是广义控制对象（以后简称控制对象）的系统模拟。在步骤（1）和（2）中，研究了控制对象的动特性，得到了各种信息。这既有根据物质不灭、能量守恒等基本原理建立的理论模型，也有对实际控制对象的实测响应数据。在很多情况下，不但控制对象的总特性是已知的，而且连槽、阀、加热器、电动机和各种传感器等元器件的特性以及这些元器件的组合关系也都是已知的。以这些信息为基础，求表示系统内部参数

的状态方程式和表示输出输入关系的传递函数（以及各种等值表示形式）时（如图 2.2 所示），需要列出各法则的数学表达式，进行非线性模型的线性化，环节特性的组合处理，响应数据的分析和模型的应用等。

第二步是对已得到的线性系统模型的各种特性进行分析。稳定性、可控制性、可观测性和状态分析是这一步的主要工作。

第三步是对第一步得到的系统模型进行各种加工，将其变换为适合于以后计算的形式。主要着眼点是什么？以怎样的目标进行变换？在本步骤中有各种不同的侧重面。例如，在控制对象是连续系统，但控制系统要用离散时间系统构成时，把连续时间的模型变成离散时间的模型，就是一个侧重面。按照要求有时也把状态方程式变换成传递函数，或者做相反的变换，或者变换成便于以后设计的各种标准形式。如果是状态方程式，则变为可控制性/可观测性的标准形式和约当标准形式等；如果是传递函数，则变为部分分式展开形式和连分式展开形式等。在进行这些变换时，当然要应用第二步的特性分析结果。

第四步是：在某些控制理论的指导下，对第一步得到的系统模型（或者是经过第三步加工之后的系统模型），确定补偿环节的特性。起指导作用的控制理论虽然已有如图 2.2 所示的那些内容，但仍希望今后能开发出更有效的理论（尤其是对多变量控制系统）。

第五步是：补偿环节确定之后，将它和控制对象组合起来构成反馈系统，并对反馈系统的特性进行分析。此处的特性分析虽然和第二步有许多共同之处，但因为是针对反馈控制系统，故还有不少需要特别注意的特性。

第六步是：将特性分析的结果，特别是瞬态响应和频率响应等用图形来表示。这是很方便的。

上述六个步骤，虽然已成为按顺序执行的流程，但对于补偿环节的设计而言，从设计的性质来看，在很多情况下，出现某些错误也是不可避免的。这时如图 2.2 所示，要观察第五步或第六步的结果，根据设计者的工程判断，调整控制法则的内在参数。如第一章所述，近年来由于计算机和外围设备的发展，曾在自动控制计算中被依靠过的计算尺、模板和计算图表等，已被 CAD(计算机辅助设计) 所代替，后者是以键盘和绘图仪的媒介来实现设计者同计算机对话的。

本节按图 2.2 对计算步骤进行了综述，以下各节将对各计算步骤作详细叙述。在这之前，再对图 2.2 作若干补充说明。

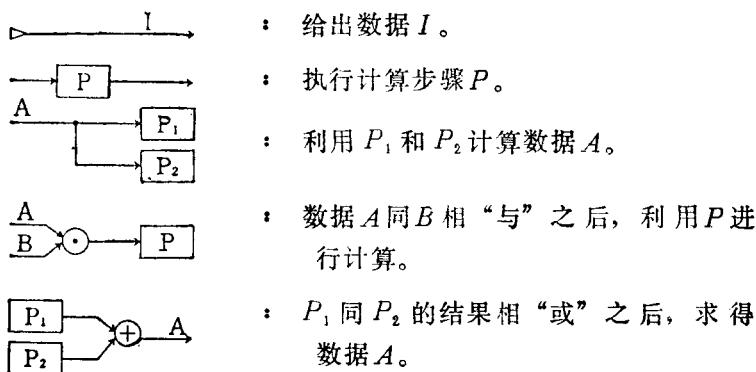
图 2.2 中，以箭头表示信息、数据和知识等内容，方框表示计算和处理功能。如果已知特征值、特征向量，则可求出约当标准形式；若已知极点、零点，则可把传递函数改写成因式分解形式，并把有关的部分排列在一起。但是，要把已知 a 和 b ，按 f 的运算关系求 x 的过程详细地表示出来，则图形是很复杂的，很难归纳成总流程图。图 2.2 只表示了大体的关系，详细的内容将在以下各节中叙述。

上述六个步骤，并不是在任何设计方法中全部都是必要的。例如，根据频率响应的实测数据，就能立刻在伯德图上或尼柯尔斯图上确定超前或滞后的相位补偿。这些内容在图 2.2 中以方框外面的分支线表示。

在该图中，为了使计算步骤的流程看起来比较清楚，即使是作同样的特性分析，例

如对控制对象和反馈系统，只要流程中的作用有差异，也拟不厌其烦地再作说明。但是，在解释各个步骤时，最好将那些共同步骤归纳在一起进行说明。因此在后续各节中，也不一定受次序的约束，而把共同的步骤放在一起叙述。对下一章的程序也一样对待，它们出现的次序也不完全和图 2.2 中的情况相对应。特别是象矩阵特征值之类，因为它在许多场合都要应用到，故拟特别提出来加以说明。

下面对后续各节的计算中出现的图形符号加以说明：



例如，“已知三角形 ABC 的二边 AB 、 AC 和夹角 $\angle A$ ，或者已知三边 AB 、 AC 、 BC ，求面积”的关系。若用上述那些图形符号表示，则如图 2.3 所示。

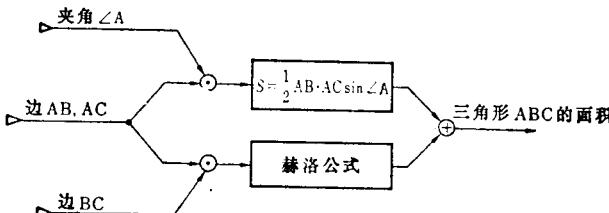


图 2.3 利用计算步骤符号的例子

2.2 系统模型

本节将在理论或实验知识的基础上，概述建立控制对象的线性系统模型的步骤，这个步骤的流程如图 2.4(a)、(b) 所示。

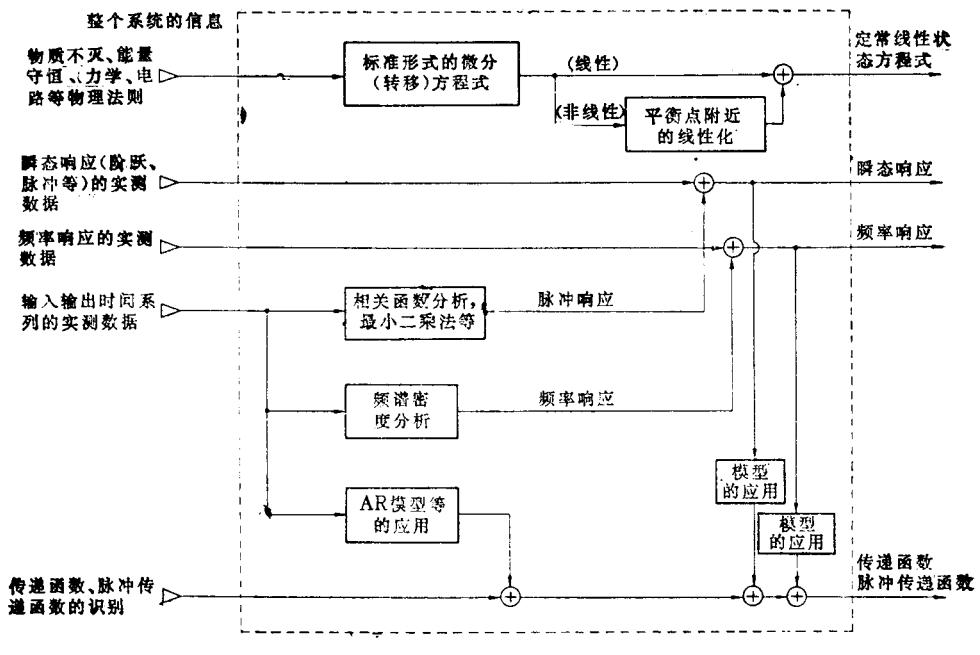
根据物质不灭、能量守恒、力学法则或电路法则等自然科学规律，可以建立系统模型。我们以连通槽（图 2.5）为例来说明。

连通槽以流入量 $Q_1(t)$ 作为输入，以流出量 $Q_2(t)$ 作为输出。如果应用物质不灭及流体力学法则，则可得到此系统的数学模型如下：

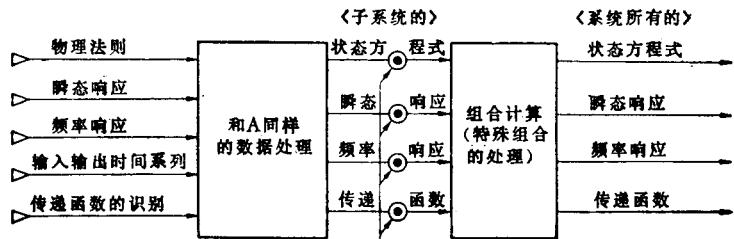
$$\frac{dH_1}{dt} = -K_1 \sqrt{H_1 - H_2} + K_2 Q_1$$

$$\frac{dH_2}{dt} = K_3 \sqrt{H_1 - H_2} - K_4 \sqrt{H_2},$$

$$Q_2 = K_5 \sqrt{H_2}$$



(a)

子系统的信息

(b)

图2.4 建立系统模型的步骤

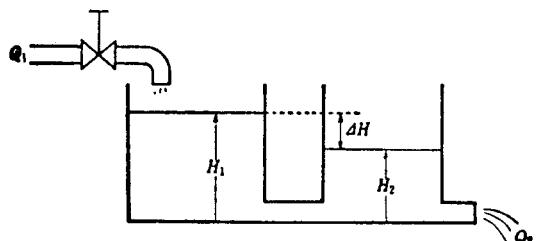


图2.5 连通槽

这里, K_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) 是相应的系数。如果适当地选择表示系统内部状态的有限个变量 $x_1(t), \dots, x_n(t)$, 则输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 的关系可用如下数学模型表示:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n, u, t) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

$$y = g(x_1, \dots, x_n, u, t) \quad (2.2)$$

这种系统称为集中参数系统。 x_i ($i = 1, \dots, n$) 是状态变量, 它的数目 n 等于系统的阶数。

在连通槽的例子中, 同输出 Q_2 直接有关系的仅是 H_2 , 如果只知道 H_2 的初始值 $H_2(0)$ 和 $t \geq 0$ 时的输入量 $Q_1(t)$, 则不能求出 $H_2(t)$, 因此也就不能求出 $Q_2(t)$ 值。这就是说, 仅仅用 H_2 描述系统的状态是不够的。另一方面, 如果除 H_1 和 H_2 外, 再加上水位差 ΔH , 则仍然是不行的。因为 $\Delta H = H_1 - H_2$, 所以这三个变量的初始值不能全都任意假定。而对于一般的状态变量, 其初始值全都可以任意假定。而且, 如果初始值和输入均为已知, 则为了能求出以后时间的状态变量和输出, 状态变量的数目要选择恰当。这样选择时, 状态变量数 n 就是系统的阶数。

一般的系统是多输入、多输出的系统, 而本书下面讨论的是只有一个输入、一个输出的系统, 这种系统叫做单输入单输出系统, 或者叫做标量系统。

由状态变量构成的向量 $x(t) \approx [x_1(t) \dots x_n(t)]'$ 叫做状态向量。利用状态向量可把式 (2.1) 和式 (2.2) 写成如下的向量形式:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \quad (2.3)$$

$$y = g(x, u, t) \quad (2.4)$$

此处, 对于 $(n+2)$ 个变量的值, f 是对应于 n 个向量值的函数。

上述诸如连通槽之类的例子, 是随时间 t 连续变化的系统。而对于只取 t_0, \dots, t_k 等离散时间的状态的系统, 其数学模型为如下形式:

$$x_{k+1}^* = f_k^*(x_k^*, u_k^*) \quad (2.5)$$

$$y_k^* = g_k^*(x_k^*, u_k^*) \quad (2.6)$$

这里, x_k^* 是 $t = t_k$ 时的 x 值, 其他类推。

式 (2.3) 被称为连续时间系统的状态方程式, 式 (2.5) 被称为离散时间系统的状态方程式, 而式 (2.4) 和 (2.6) 被称为输出方程。

如果变量之间的关系都是线性关系, 则式 (2.3) 和 (2.4) 可用相应的 A, b, c, d 表示成如下形式:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + bu \quad (2.7)$$

$$y = c'x + du \quad (2.8)$$

式中, A 是 $n \times n$ 阶矩阵; b 和 c 分别是 n 阶向量; d 是标量。这是一种线性系统。如果 A, b, c, d 是不随时间而变的常数, 则称为定常线性系统。

下面在叙述以式 (2.7) 和 (2.8) 表示的定常线性系统时, 常常简写为“系统 $\{A, b, c, d\}$ ”。象连通槽的例子, 多数是非线性系统, $f(x, u, t)$, $g(x, u, t)$