

● THEORETICAL MECHANICS

理论力学

● 胡佳芬

王世庆

主编

下册

南京工学院出版社

理 论 力 学

下 册

胡佳芬 王世庆 主编

南京工学院出版社

内 容 提 要

本书是根据高等工科学校三年制机械类和土建类专业的教学要求编写的,内容包括静力学、运动学和动力学三部分,分上、下两册出版。上册为静力学和运动学,下册为动力学。根据不同专业的要求,讲授本书的学时数可控制在72~90学时。本书采用国际单位制(SI)每章后附有习题,书末附有答案。

本书可用作高等工科学校、职业大学三年制机械类和土建类各专业的教材,也可作职工大学、业余大学、夜大学相应专业的教材,并可供有关工程技术人员和自学者参考。

理 论 力 学

下 册

胡佳芬 王世庆 主编

南京工学院出版社出版

南京四牌楼2号

江苏省新华书店发行 工程兵工程学院印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32印张8.125字数176千字

1987年5月第1版 1987年7月第1次印刷

印数: 1—8500

ISBN 7-81023-026-(3)/O·26

统一书号: 13409·013 定价: 1.30元

目 录

第三篇 动 力 学

第 十 章 动力学基本定律和质点运动微分方程·····	(2)
§ 10-1 动力学基本定 律·····	(2)
§ 10-2 质点运动微分 方程·····	(5)
§ 10-3 质点动力学两类问 题·····	(7)
小 结·····	(17)
习 题·····	(18)
第 十 一 章 动量定理·····	(24)
§ 11-1 质点动量定 理·····	(24)
§ 11-2 质点系动量定 理·····	(26)
§ 11-3 流体在管道内流动时产生的动压 力·····	(32)
§ 11-4 质心运动定 理·····	(36)
小 结·····	(41)
习 题·····	(42)
第 十 二 章 动量矩定理·····	(47)
§ 12-1 质点动量矩定 理·····	(47)
§ 12-2 质点系动量矩定 理·····	(51)
§ 12-3 刚体对轴的转动惯 量·····	(58)
§ 12-4 刚体定轴转动微分 方程·····	(62)
§ 12-5 质点系相对于质心的动量矩定 理·····	(67)
§ 12-6 刚体平面运动微分 方程·····	(69)
小 结·····	(77)
习 题·····	(79)
第 十 三 章 动能定理·····	(86)

§ 13-1	力的功	(86)
§ 13-2	功 率	(96)
§ 13-3	质点的动能定理	(98)
§ 13-4	质点系的动能定理	(103)
§ 13-5	势力场 势能	(114)
§ 13-6	机械能守恒定律	(118)
§ 13-7	功率方程 机械效率	(125)
	习 题	(128)
第 十 四 章	达朗伯原理	(134)
§ 14-1	惯性力的概念	(134)
§ 14-2	质点的达朗伯原理	(137)
§ 14-3	质点系的达朗伯原理	(141)
§ 14-4	刚体惯性力系的简化	(143)
§ 14-5	刚体绕定轴转动时轴承的动反力	(161)
	小 结	(170)
	习 题	(172)
第 十 五 章	虚位移原理	(180)
§ 15-1	约束 自由度与广义坐标	(180)
§ 15-2	虚位移的概念	(183)
§ 15-3	虚位移原理	(184)
§ 15-4	用虚位移原理求约束力	(187)
§ 15-5	动力学普遍方程	(190)
	小 结	(192)
	习 题	(194)
第 十 六 章	碰 撞	(198)
§ 16-1	碰撞现象的特征	(198)
§ 16-2	碰撞时的动量定理和动量矩定理	(199)
§ 16-3	两球的对心正碰撞	(202)
§ 16-4	碰撞过程的动能损失	(206)

§ 16-5 碰撞冲量对定轴转动刚体的作用·····	(209)
小 结·····	(213)
习 题·····	(215)
第 十 七 章 振动理论基础 ·····	(218)
§ 17-1 概述·····	(218)
§ 17-2 自由振动·····	(219)
§ 17-3 计算固有频率的能量法·····	(224)
§ 17-4 阻尼对自由振动的影响——衰减振动·····	(226)
§ 17-5 受迫振动·····	(231)
§ 17-6 减振与隔振·····	(236)
小 结·····	(238)
习 题·····	(240)
习题答案·····	(243)

第三篇 动 力 学

在前面静力学中已研究了作用于物体上的力系的简化与平衡条件，但尚未研究当力系不满足平衡条件时物体的运动。在运动学中，我们从几何角度研究了物体在空间的位置随时间变化的规律，即研究物体的运动规律，而也未涉及到物体运动的产生过程。因此，静力学和运动学都只研究了物体运动变化过程中的一个特殊方面。本篇动力学的任务是研究物体运动的变化和作用于物体上的力之间的关系，即研究物体机械运动状态变化的普遍规律。

随着科学技术的不断进步，无论是机械设计还是土建结构物的设计，都需要用动力学知识进行动力分析和计算。如高速转动机械的动力计算、结构的动荷计算、机械振动、防振减振、火箭、人造卫星的发射与运行等都与动力学密切相关。因此，牢固地掌握动力学知识，能够为后继课程的有关内容打下必要的基础。

为了研究方便，在动力学中把所考察的物体分为质点和质点系来研究。质点是指具有一定质量但可以忽略其尺寸大小的物体。这是从实际问题中抽象出来的概念。如果一个物体的尺寸大小对所考察的运动没有影响，就可以把它视为质点。有限个或无限个相互联系的质点组成的系统称为质点系。刚体可以看作是由无数个质点组成的，其中任意两质点间的距离都保持不变，故称为不变质点系；而机构、流体等则称为可变质点系。

动力学的主要内容大致包括：质点动力学基础及动力学普遍定理、动静法与分析力学初步以及有关的动力学专题。

第十章 动力学基本定律和 质点运动微分方程

§ 10—1 动力学基本定律

动力学基本定律是在对机械运动进行大量的观察、实验及分析研究的基础上于1687年由牛顿总结出来的。所以，动力学基本定律也称牛顿定律，它是动力学的基础。

(一) **第一定律** 质点如不受外力作用，则将保持静止或作匀速直线运动。

质点保持其运动状态不变的性质称为**惯性**。因此，第一定律也称为**惯性定律**，而物体作匀速直线运动称为**惯性运动**。

由惯性定律可知，如果质点运动状态发生了改变，即有了加速度，则质点必定受到不平衡力的作用，因此，力是质点运动状态发生改变的原因。

(二) **第二定律** 质点受到力作用时所获得的加速度的大小与力的大小成正比，而与质点的质量成反比；加速度的方向与力的方向相同。

质点同时受几个力作用，则定律中所说的力应是这一共点力系的合力，以 $\Sigma \mathbf{F}$ 表示。以 m 表示质点的质量，以 a 表示质点的加速度，则在选用适当的单位后，第二定律可用矢量式表示为

$$\mathbf{a} = \frac{\Sigma \mathbf{F}}{m}$$

$$\text{或} \quad \Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (10-1)$$

这就是**动力学基本方程**。它表明质点在某瞬时所受的力等于由此力在该瞬时所产生的加速度与质点的质量的乘积。

质量是质点惯性大小的量度。由第二定律可知，在质点质量一定的情况下，作用在质点上的力越大，加速度也越大。另一方面，若作用力保持不变，则质点的质量越大，产生的加速度就越小；质量越小，产生的加速度就越大。所以，质点质量的大小说明改变其运动状态的难易，故质量是质点惯性大小的度量。

在地球表面的任何物体都受到重力的作用，对于自由落体，作用于其上的重力 $\mathbf{G}$ 使它产生一向下的加速度即重力加速度 g ，根据牛顿第二定律有

$$\mathbf{G} = m\mathbf{g}$$

若只考虑量的关系，则有

$$G = mg$$

$$\text{即} \quad m = \frac{G}{g} \quad (10-2)$$

必须注意，质量和重量是两个不同的概念。质量是物体惯性大小的度量，在古典力学中，质量是作为不变的常量。而重量则随着物体在地面上的位置而改变。这是因为在地面各处的重力加速度值略有不同，所以物体的重量不是常量。而大量工程实际问题中的物体是在地球表面附近的，其重力加速度 g 的变化不大，一般取 $g = 9.80(\text{m/s}^2)$ 。

在力学问题中常用两种单位制，**国际单位制**和**工程单位制**。本书采用国际单位制。

在国际单位制中，以长度、质量和时间为**基本单位**。长度单位用米(m)，质量单位用千克(kg)，时间单位用秒(s)。

而力的单位则根据牛顿第二定律的关系导出，即力的单位是 $(\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2)$ 。

设 $m = 1 (\text{kg})$ ， $a = 1 (\text{m}/\text{s}^2)$ ，则 $F = 1 (\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2)$ 。即令质量为 $1 (\text{kg})$ 的物体产生 $1 (\text{m}/\text{s}^2)$ 加速度的力作为力的单位，称其为牛顿(N)。

工程单位制是以长度、力和时间为基本单位。长度单位用米(m)，力的单位用公斤力(kgf)，时间单位用秒(s)。而质量的单位是 $(\text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m})$ ，这个单位没有专门名称，称为工程质量单位。

显然，如果物体在 1 公斤力的作用下，能获得 1 米/秒² 的加速度时，该物体的质量就是 1 工程质量单位。

所谓 1 公斤力就是在纬度 45° 的海平面上，质量为 1 公斤的物体所受的重力。所以

$$1 \text{ 公斤力(kgf)} \approx 9.8 \text{ 牛顿(N)}$$

(三) **第三定律** 两个物体间的相互作用力总是大小相等，方向相反，并沿同一作用线分别作用在这两个物体上。

这个定律也叫作用与反作用定律，在静力学公理中已叙述过，它对运动的物体同样适用。

在动力学基本定律中，涉及到速度、加速度等运动学概念，而描述运动必须确定一个参考系。那么，基本定律适用于怎样的参考系呢？

牛顿定律并非在任何坐标系中都成立，而只适用于某些特定的坐标系。凡牛顿定律能够适用的坐标系称为**惯性坐标系**。在一般工程技术问题中，将固连于地球的坐标系或相对于地球作匀速直线运动的坐标系作为惯性坐标系，能得到足够精确的结果。在某些需要考虑地球自转影响的问题中，就需要选取地心——恒星坐标系，这种坐标系是以地心为原

点，三根轴指向三个恒星的坐标系。

古典力学的适用范围不仅在于选择怎样的坐标系，而且要注意它只适用于研究速度远小于光速的宏观物体。当物体的速度接近光速时，需用相对论力学的规律。另外，当研究微观粒子运动时，需用量子力学的规律。但在一般工程问题中，所遇到的机械运动绝大多数是宏观物体的运动，且其速度远远小于光速，应用古典力学能够精确地反映物体运动的规律。因而以牛顿定律为基础的古典力学，在今日工程技术中仍具有十分重要的价值，并得到广泛的应用。

§ 10—2 质点运动微分方程

应用基本定律解质点动力学问题时，一般需要根据已知条件建立质点运动微分方程。

根据牛顿第二定律有

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

设质量为 m 的质点 M 在合力 $\Sigma \mathbf{F}$ 的作用下作空间曲线运动。取直角坐标系 $Oxyz$ ，以 $\mathbf{v}$ 表示质点 M 的速度， $\mathbf{r}$ 表示质点 M 对坐标原点 O 的矢径，如图10-1所示。

$$\text{因 } \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

所以式(10-1)可写成

$$m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \Sigma \mathbf{F} \quad (10-3)$$

这就是以矢量形式表示的质点运动微分方程。将式(10-3)投影到直角坐标轴上，得质点运动微分方程的直角坐标投影式。

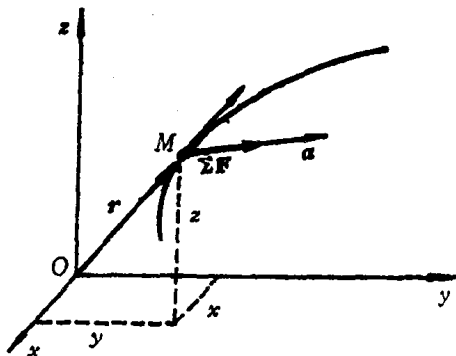


图 10-1

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= m \ddot{x} = \sum X \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= m \ddot{y} = \sum Y \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= m \ddot{z} = \sum Z \end{aligned} \right\} \quad (10-4)$$

如质点M在Oxy平面内作平面曲线运动，则只有两个运动微分方程。即

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= m \ddot{x} = \sum X \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= m \ddot{y} = \sum Y \end{aligned} \right\} \quad (10-5)$$

如质点M沿x轴作直线运动，只有一个运动微分方程。
即

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = m \ddot{x} = \sum X \quad (10-6)$$

当质点作平面曲线运动的轨迹已知时，采用自然坐标系比较方便，如图(10-2)有

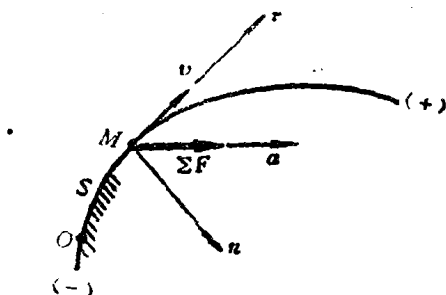


图 10-2

$$\left. \begin{aligned} ma_r &= m \frac{d^2 s}{dt^2} = \sum F_r \\ ma_n &= m \frac{v^2}{\rho} = \sum F_n \end{aligned} \right\} \quad (10-7)$$

§ 10—3 质点动力学两类问题

质点运动微分方程可用来解决质点动力学的两类问题。

第一类问题：已知质点的运动规律，求作用于质点上的力。

第二类问题：已知作用于质点上的力，求质点的运动规律。

对于第一类问题，一般说来比较简单，通常是对质点的运动方程进行求导后得出加速度，将加速度代入质点运动微分方程就可求得作用于质点上的力。

对于第二类问题，一般要按照质点运动的初始条件和力的函数关系进行一次或两次积分运算。作用于质点上的力可能是常力，也可能是变力。常见的变力可能表现为时间的函数、质点位置的函数和速度的函数。这种力的函数形式有时比较复杂，给积分运算带来许多困难。因此，有时我们只能满足于求出数值近似解。

当然，在实际问题中，这两类问题往往也不是截然分开的。现在，我们来举例说明这两类问题。

例 10-1 升降机以匀加速度 a 上升，求升降机给放在地板上的重为 G 的A物体的反力（图10-3）

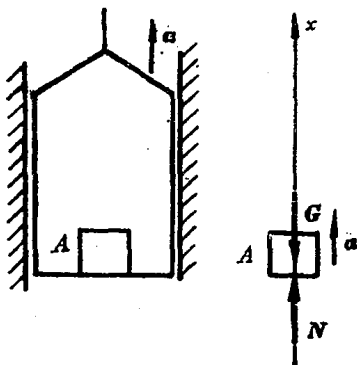


图 10-3

解 已知运动求力，属质点动力学第一类问题。以A物体为研究对象，作用于其上的力有重力 G 及地板的约束反力 N ，加速度 a 向上。

取 x 轴铅垂向上，应用直角坐标形式的质点运动微分方程可得

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = N - G$$

而 $G = mg$, 即 $m = \frac{G}{g}$

代入上式可得

$$N = G \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

由此可见, 反力由两部分组成: 第一部分等于物体A的重量G, 这是当升降机静止或作匀速直线运动时, 升降机给物体A的反力, 这部分反力称为静反力。第二部分为 Ga/g , 它只有当升降机作加速运动时才出现, 这部分反力称为附加动反力。

静反力与附加动反力之和称为动反力。本例中动反力大于静反力, 这种现象称为过载。

如升降机的加速度 a 向下, 即与重力 G 同向, 此时 $N = G(1 - a/g)$, 动反力小于静反力, 这种现象称为失重。

当 $a = g$ 时, 此时无相互作用, 从式中可知 $N = 0$ 。

例 10-2 桥式起重机上跑车悬吊一重为 W 的重物 M , 已知跑车沿水平横梁作匀速运动, 其速度为 v_0 , 重物 M 的重心至悬挂点 C 的距离为 l , 由于急刹车, 重物 M 因惯性绕悬挂点 C 向前摆动, 求钢绳的最大拉力 (图10-4)。

解 将重物 M 视为质点并作为研究对象, 作用于其上的力有重力 W 、绳子的拉力 T 。

刹车前, 重物 M 以速度 v_0 作匀速直线运动, 即处于平衡状态, 这时重力 W 与绳子的拉力 T_1 共线, 且大小相等, 即 $T_1 = W$ 。

突然刹车时, 重物 M 以悬挂点 C 为圆心, 沿半径为 l 的圆弧向前摆动, 钢绳与铅垂线间偏角为 φ 。由于运动轨迹已知, 选用自然坐标系比较方便。

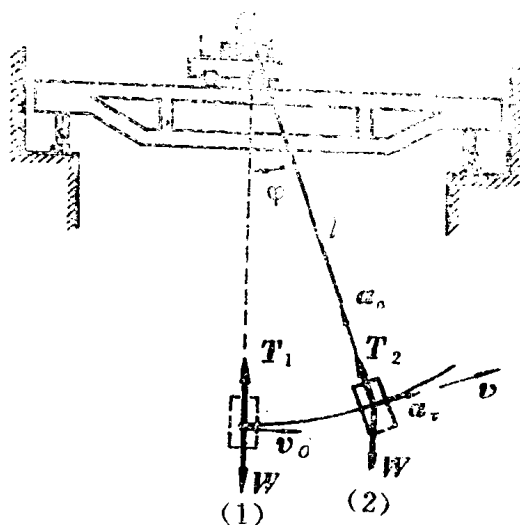


图 10-4

$$\frac{W}{g} \frac{dv}{dt} = -W \sin \varphi \quad (1)$$

$$\frac{W}{g} \frac{v^2}{l} = T_2 - W \cos \varphi \quad (2)$$

由式(2)得

$$T_2 = W \left(\cos \varphi + \frac{v^2}{gl} \right)$$

式中 v 及 φ 均为变量。

由式(1)知重物 M 作减速运动, 故可判断出在初始位置 $\varphi = 0$ 时, 绳的拉力最大。由式(2)得

$$T_{2\max} = W \left(1 + \frac{v_0^2}{gl} \right)$$

若以 $v_0 = 5 \text{ (m/s)}$, $l = 3 \text{ (m)}$ 代入, 可得

$$T_{2\max} = 1.85W$$

此时绳的拉力几乎是平衡时的两倍。可见，若 v_0 很大，当物体发生摆动时，就能使绳中的拉力增大很多，因此，行车速度不能太高。

例 10-3 某电车沿直线行驶，在起动时牵引力 F 随时间 t 的变化规律为 $F=1.2t$ ，式中 t 以(s)计， F 以(kN)计。设电车重 $W=98$ (kN)，行车阻力 $R=2$ (kN)，起动前电车处于静止状态，求起动过程中电车的运动方程（图10-5）。

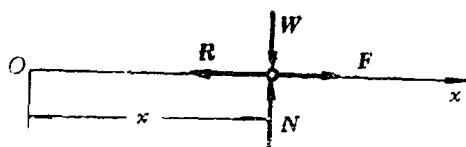


图 10-5

解 已知力（力为时间的函数）求运动，属于质点动力学第二类问题。

将电车视为一质点并作为研究对象，电车静止时的位置为坐标原点，电车运行的水平直线为 x 轴，电车运行后的任意瞬时其坐标为 x ，如图10-5所示。作用在电车上的力有重力 W ，路面对电车总的铅垂反力 N ，牵引力 F 、行车阻力 R 。因电车沿水平直线运动，铅垂方向加速度为零，所以 W 与 N 构成平衡力系。

电车的起动过程可分为两个阶段来考虑。

第一阶段：从 $t=0$ 开始到牵引力 F 增大至 2 （kN），在此阶段中电车处于平衡状态，因牵引力还不足以克服行车阻力。牵引力按 $F=1.2t$ 的规律逐渐增大到 2 （kN）所需时间为