

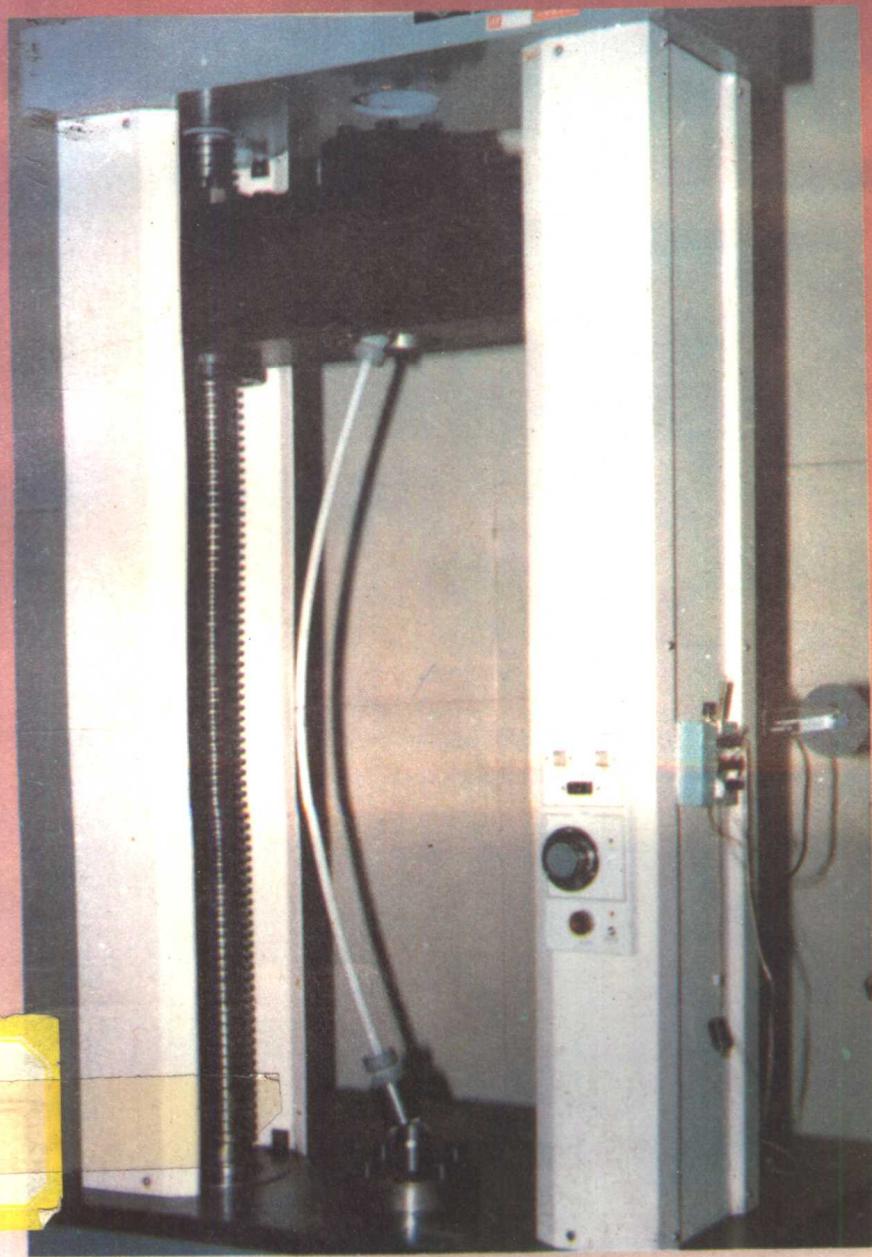
高等学校教材

范钦珊

材料力学教程

I

高等教育出版社



高等学校教材

材料力学教程

[I]

范钦珊

高等教育出版社

(京) 112 号

内 容 简 介

本书是作者在清华大学多年从事材料力学课程教学和内容改革更新的成果。作者在试用多次的讲义基础上经过精心的修改，分成 I、II 两卷出版。第 I 卷包含了国家教委审定的本课程基本要求的全部内容；第 II 卷则为进一步要求的新内容。本书采用融合和渗透的方法，一方面对传统的教学内容推陈出新，使之富有新意；另一方面引入一些反映近代科学技术成果的全新内容。更新的内容约占全书的三分之一。本书第 I 卷可作为高等学校实行学分制本科材料力学课程的必修内容；第 II 卷可作为该课程必修部分之外的选修内容，或作为开设选修课的教学内容。本书可用作高等工业学校本科各专业多学时和中学时材料力学课程的教材。

各章所附习题 85% 以上是经过作者精心编选的，有 19 章编选了“选择类习题”，以配合经国家教委审定的《全国通用材料力学试题库》的使用。习题均附有答案，全部习题的解答将作为教师用书。需要者，可与清华大学材料力学教研室联系。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学教程 (I) /范钦珊. —北京：
高等教育出版社, 1995
ISBN 7-04-005403-5

I. 材… II. 范… III. 材料力学 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (95) 第06344号

*
高 等 教 育 出 版 社 出 版
新 华 书 店 总 店 北 京 发 行 所 发 行
中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 装

*
开本 787×1092 1/16 印张 27 字数 670 000
1995 年 10 月第 1 版 1995 年 10 月第 1 次印制
印数 0001—2 635
定价 18.65 元

序

如果以 16—17 世纪科学家伽利略(Galileo)和马略特(E. Mariotte)等的科学论述作为材料力学的起源，则这个时期可以称为材料力学的形成期。由于工业水平的限制，这一时期的材料力学主要以石料这类脆性材料为主要研究对象。从 1826 年法国科学家纳维(C.-L.-M.-H. Navier)正式出版第一本《材料力学》一直到本世纪，材料力学内容不断趋于完善，这一时期可以称为材料力学的成熟期。由于铁路等工业的兴起，这一时期的材料力学的研究对象则以钢铁为主体，当然对于砖、石等脆性材料仍进行研究。

最近半个世纪以来，由于现代化工业，特别是航空航天、石油化学工业的飞速发展，复合材料、高分子工程材料、工程陶瓷材料越来越广泛地被应用于各种工业部门。这就要求原来研究对象以钢铁为主体的材料力学内容必须有所更新。

此外，材料力学教材的读者，由于知识基础、自身素质及对材料力学知识需要的不同，必然分为不同的层次。这就要求材料力学教材的内容组织与安排，能够体现不同层次的需要。

作者在清华大学从事材料力学教学工作 30 余年，结合自己在反应堆结构力学、机械疲劳强度以及非线性弹性稳定理论等方面的研究成果，在材料力学教学内容更新方面作了一些尝试：一方面用更深层次的理论与新的实验论证，分析传统的经典内容的可用性与局限性，对经典内容推陈出新，使之富有新意；另一方面从传统的经典内容出发引出一些新概念、新理论和新方法，从而将一些反映近代科学技术进展的内容引入材料力学。与此同时，作者还提出了“分层次教学”的新概念，即将课程内容分为：基本要求部分、基本要求加宽加深部分、进一步要求部分等三个层次；对于不同层次的读者要求学习不同层次的内容，其中基本要求部分对全部学生都要求学好；进一步要求的部分则只要求少数优秀学生学习。

上述诸方面在清华大学 5 个系 10 个专业进行了近 20 年的教学改革实践，取得一些成果，并获得清华大学、北京市和国家级优秀教学成果奖。

教学改革期间形成并逐步完善的教学讲义是本书的前身。在本书正式出版前，作者又根据“学分制”的要求以及很多院校同行们的意见，对讲义的内容进行了调整、修改和完善。有幸的是，本书的出版列入了国家教委 1991—1995 年教材建设规划之中。

全书共分 I、II 两卷。其中第 I 卷为材料力学的基本内容，包括：杆件拉伸、压缩、弯曲、扭转以及组合受力时应力、变形、强度和刚度的计算，应力状态，强度失效准则，压杆稳定，常规疲劳强度问题等。所需学时在 70—100 之间。第 II 卷为基本要求加宽、加深以及某些更新的内容，包括：杆件的能量原理，超静定结构的进一步问题，薄壁杆件弯曲扭转问题，新材料的材料力学，变幅载荷下杆件疲劳寿命估算，压杆稳定的进一步问题，等。第 II 卷的内容供不同院校、不同专业、不同层次的学生选修，可以通过课堂讲授，也可以通过自学掌握有关内容。

书中大部分例题和习题是新编的，为了强化对于某些概念的认识和理解，每章还编写了若干选择类习题。全部习题都附有答案。习题解答则面对教师，可与清华大学材料力学教研室联系。

本书原稿承大连理工大学郑芳怀教授精心审阅，提出了许多宝贵的修改意见，作者在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，书中差错在所难免，恳请广大读者批评、指正。

范钦珊

1994年6月1日

于清华大学

• 著 •

目 录

第1章 引论	1	习题	32
§ 1-1 关于材料力学	1	§ 3-1 引言	43
§ 1-2 材料力学简史	1	§ 3-2 应力-应变曲线	44
§ 1-3 材料力学中的理想化与基本假定	2	§ 3-3 常温、静载下材料的力学性能	45
§ 1-4 外力、内力和应力	3	3-3-1 弹性区域内的应力-应变关系	45
1-4-1 外力	3	3-3-2 屈服与屈服强度	46
1-4-2 内力与内力分量	3	3-3-3 应变硬化与强度极限	47
1-4-3 应力 确定应力问题的超静定性质	5	3-3-4 局部变形与颈缩现象	47
§ 1-5 杆件典型的受力与变形形式	6	3-3-5 表征材料韧性的指标——延伸率与截面收缩率	48
1-5-1 轴向拉伸(或压缩)	6	§ 3-4 强度失效与失效控制	49
1-5-2 剪切	6	3-4-1 失效与失效准则	49
1-5-3 扭转	7	3-4-2 失效控制与强度设计准则	49
1-5-4 弯曲	7	3-4-3 安全系数的选择	50
1-5-5 组合受力与变形	7	§ 3-5 应力集中及其对强度的影响	51
习题	7	§ 3-6 杆件在轴向载荷作用下的强度计算	52
第一篇 简单的材料力学问题			
第2章 拉压杆件的应力与变形计算	10	§ 3-7 连接件的工程假定计算	54
§ 2-1 引言	10	3-7-1 剪切假定计算	55
§ 2-2 轴力与轴力图	10	3-7-2 挤压假定计算	56
§ 2-3 拉压杆件横截面上的正应力	11	3-7-3 焊缝假定计算	57
§ 2-4 拉压杆件斜截面上的应力	12	3-7-4 胶粘接缝的假定计算	58
§ 2-5 拉压杆的变形分析	14	§ 3-8 综合性例题	60
2-5-1 绝对变形 弹性模量	14	* § 3-9 关于常温、静载下材料的力学性能 与应力-应变曲线的进一步讨论	62
2-5-2 相对伸长与正应变	15	3-9-1 真应力与真应变	62
2-5-3 横向变形与泊松比	15	3-9-2 加卸载与反向加载应力-应变曲线	63
2-5-4 位移分析	15	3-9-3 切变模数与回弹模数	64
§ 2-6 轴向载荷作用下杆件的应力与变 形计算例题	16	3-9-4 应力-应变曲线的理想化	65
§ 2-7 简单的超静定问题	22	3-9-5 金属变形机理概述	66
2-7-1 基本概念	22	* § 3-10 温度与加载速度对材料力学性 能的影响	67
2-7-2 求解超静定问题的基本方法与解题步 骤	22	3-10-1 温度的影响	67
2-7-3 超静定结构的特性 温度应力与装配 应力	24	3-10-2 加载速度的影响	68
§ 2-8 拉压杆的能量分析及能量方法的 应用	26	3-10-3 冲击切度	69
2-8-1 弹性应变能	27	习题	70
2-8-2 能量方法用于计算简单结构的位移	28	第二篇 应力状态与失效分析	
2-8-3 能量方法用于计算冲击载荷	30	第4章 一点处的应力状态分析	76

§ 4-1 引言	76	§ 6-2 对称弯曲时梁横截面上的内力和 应力	119
§ 4-2 平面应力状态分析	77	§ 6-3 对称截面梁纯弯时的变形	120
4-2-1 切应力互等定理	78	§ 6-4 弹性范围内纯弯梁的应力与变形	122
4-2-2 不同方向面上的应力分析	78	6-4-1 横截面上的正应力分布	122
*4-2-3 一点处应力坐标变换的概念	79	6-4-2 中性面的曲率半径	122
4-2-4 主应力、主平面与主方向	80	6-4-3 中性轴的位置	123
4-2-5 面内最大剪应力	81	6-4-4 弹性范围内的弯曲正应力表达式	123
§ 4-3 平面应力状态的图解解析法 应力 圆及其应用	82	6-4-5 端部加力方式的影响	124
4-3-1 应力圆方程	82	*§ 6-5 横向变形分析	124
4-3-2 应力圆的画法	82	§ 6-6 非对称弯曲	127
4-3-3 应力圆的应用	83	6-6-1 平面弯曲的加载条件	127
§ 4-4 三向应力状态的特例分析	84	6-6-2 叠加法计算非平面弯曲时的应力	128
§ 4-5 一般应力状态下的应力-应变关系	85	6-6-3 非平面弯曲时中性轴的位置	130
4-5-1 应力-应变关系	85	§ 6-7 轴向偏心载荷	131
4-5-2 弹性常数 E 、 G 、 ν 之间的关系	86	6-7-1 外力简化与内力确定	131
§ 4-6 一般应力状态下的应变比能	86	6-7-2 应力计算	132
4-6-1 总应变比能	86	6-7-3 中性轴位置 截面核心的概念	132
4-6-2 形状改变比能	87	6-7-4 叠加法的应用限制	133
§ 4-7 例题	88	*§ 6-8 关于轴向偏心载荷作用下应力公 式的进一步证明	136
习题	93	习题	139
第5章 一般应力状态下的失效判据 与设计准则	102	第7章 弯曲理论(二)——横向载荷 作用下的弯曲问题	150
§ 5-1 引言	102	§ 7-1 引言	150
5-1-1 失效概述	102	§ 7-2 横向载荷作用下梁的内力分析	150
5-1-2 建立失效判据的基本思想与基本方法	102	7-2-1 剪力和弯矩的正负号规定	151
§ 5-2 屈服准则	103	7-2-2 剪力方程与弯矩方程	151
5-2-1 最大切应力准则	103	7-2-3 载荷集度、剪力与弯矩间的相互关 系 梁的平衡微分方程	153
5-2-2 形状改变比能准则	104	7-2-4 剪力图与弯矩图	154
§ 5-3 断裂准则	105	§ 7-3 刚架的剪力图与弯矩图	157
5-3-1 断裂失效的三种类型	105	§ 7-4 横向载荷作用下梁横截面上应力 概述	159
5-3-2 关于无裂纹脆性材料构件的断裂失效 判据——最大拉应力准则	106	§ 7-5 平面假定 纯弯应力和变形公式 的推广	160
*5-3-3 带裂纹体的脆性断裂概述	106	7-5-1 平面假定	160
§ 5-4 莫尔准则	107	7-5-2 横弯梁的正应力计算	161
§ 5-5 三向应力状态下屈服失效判据的 几何表示	109	7-5-3 斜弯时梁正应力的计算	161
§ 5-6 失效判据与设计准则的应用举例	109	§ 7-6 横弯时切应力(τ_{ss})分析	164
习题	114	7-6-1 一般表达式	164
第三篇 弯曲理论及其在工程中的应用		7-6-2 几种典型截面的切应力分布	166
第6章 弯曲理论(一)——纯弯及相 关的组合受力与变形形式	119	§ 7-7 横弯时薄壁截面上的切应力分析 弯曲中心	169
§ 6-1 引言	119	7-7-1 一般表达式	169

7-7-2 弯曲中心	170	§ 9-3 弯曲构件上的应力集中及其对强度 的影响	244
§ 7-8 非对称横向载荷作用时, 开口薄壁 截面梁产生平面弯曲的加载条件	173	9-3-1 应力集中系数	244
7-8-1 不发生扭转变形的加载条件	173	9-3-2 应力集中对强度的影响	245
7-8-2 产生平面弯曲的加载条件	174	9-3-3 集中力作用点附近的局部应力	246
7-8-3 薄壁截面梁的斜弯曲	174	* § 9-4 梁的主应力迹线	247
*§ 7-9 关于横向载荷作用下梁内应力的进 一步讨论	174	9-4-1 梁内主应力	247
7-9-1 横弯正应力与切应力的数值比较	174	9-4-2 主应力迹线	249
7-9-2 切应力引起的截面翘曲	175	* § 9-5 等强度梁的设计	249
7-9-3 切应力沿截面宽度的分布	177	* § 9-6 冲击载荷作用下承弯杆件的设计	251
7-9-4 纵截面上的正应力	177	§ 9-7 承弯杆件的刚度设计	252
7-9-5 实心截面的弯曲中心	178	§ 9-8 提高承弯构件强度和刚度的途径	256
习题	179	9-8-1 提高强度的途径	256
9-8-2 提高刚度的途径	258	习题	259
第8章 弯曲理论(三)——位移分析 与能量分析	193	第四篇 扭转及轴类构件设计	
§ 8-1 引言	193	第10章 扭转杆件的应力分析与强度 和刚度设计	
§ 8-2 弯曲位移及其度量——挠度、转角 及其相互关系	193	§ 10-1 引言	268
§ 8-3 小挠度挠曲线微分方程	194	§ 10-2 扭转时的外力偶矩, 扭矩与扭矩图	268
§ 8-4 小挠度微分方程的积分 约束条 件的影响	195	10-2-1 外力偶矩	268
§ 8-5 求梁位移的叠加法	200	10-2-2 扭矩与扭矩图	269
8-5-1 第一类叠加法——应用于多个载荷作 用的情形	201	§ 10-3 圆轴扭转时的应力、变形分析	270
8-5-2 第二类叠加法——应用于确定弹性支 承架或简单刚架结构的位移	203	10-3-1 圆轴扭转时的变形几何关系	270
8-5-3 第三类叠加法——应用于间断性分布 载荷的情形	205	10-3-2 切应力与切应变之间的物理关系 切应力分布规律	271
8-5-4 叠加法求斜弯曲时的挠度	207	10-3-3 切应力与扭矩间的静力学关系	271
§ 8-6 简单超静定梁	207	10-3-4 圆轴扭转时的应力和变形表达式	272
§ 8-7 弯曲时的应变能及能量方法的简 单应用	210	§ 10-4 圆轴扭转时的应力状态分析	273
8-7-1 应变能表达式	210	§ 10-5 扭转时材料的力学性能	274
8-7-2 应用能量方法确定单个载荷作用点的 位移	212	§ 10-6 圆轴扭转时的强度与刚度设计	275
8-7-3 应用能量方法计算冲击载荷	213	10-6-1 强度设计	275
8-7-4 动荷系数	221	10-6-2 刚度设计	276
习题	221	* § 10-7 关于平面假定成立的理论论证	278
第9章 承弯杆件设计	231	§ 10-8 非圆截面杆扭转时的应力和变形	279
§ 9-1 引言	231	§ 10-9 闭口薄壁截面自由扭转时的应力 和变形分析	282
§ 9-2 承弯杆件的强度设计	231	§ 10-10 扭转时的弹性应变能以及能量方 法的简单应用	285
9-2-1 承弯杆件强度问题的特点	231	习题	288
9-2-2 危险点的应力状态 强度设计准则	232	第11章 弯曲与扭转理论在轴类构件 设计中的应用	296
9-2-3 承弯杆件的许用应力	234		
9-2-4 承弯杆件强度设计程序 应用举例	235		

§ 11-1	引言	296
§ 11-2	圆截面杆(轴)的设计	297
11-2-1	承受弯曲与扭转的圆轴	297
11-2-2	承受弯矩、扭矩、剪力与轴力的圆杆	300
§ 11-3	松圈弹簧的应力与变形计算	303
11-3-1	圆柱螺旋弹簧几何关系	303
11-3-2	弹簧丝横截面上的内力分量与应力计算	304
11-3-3	变形计算	304
§ 11-4	组合载荷作用下的非圆截面杆的应力分析	306
11-4-1	矩形截面杆	306
11-4-2	闭口薄壁截面杆	307
习题		310

第五篇 特定载荷作用下的失效问题

第 12 章	屈曲失效与压杆稳定设计	317
§ 12-1	引言	317
§ 12-2	弹性稳定的基本概念	317
12-2-1	平衡构形的稳定性	317
12-2-2	压杆的分支屈曲	317
§ 12-3	确定分支载荷的平衡方法——简化计算	318
12-3-1	两端饺支的压杆	318
12-3-2	其它刚性支承条件下的压杆	320
12-3-3	有效长度与长度系数	323
12-3-4	弹性支承压杆	323
12-3-5	杆的热屈曲	325
§ 12-4	稳定性问题的能量解释	326
§ 12-5	柔度 三类不同柔度压杆	327
§ 12-6	大柔度杆屈曲的试验验证	328
12-6-1	试样	328
12-6-2	加载与位移测量装置	328
12-6-3	试验结果及其与非线性理论结果比较	328
§ 12-7	压杆的稳定计算与设计	330
12-7-1	试验依据	330
12-7-2	σ_{cr} 表达式与 $\sigma_{cr}-\lambda$ 曲线	331
12-7-3	稳定计算与设计	332
§ 12-8	例题	334
§ 12-9	稳定计算的重要意义	342
§ 12-10	提高压杆承载能力的途径	343
习题		344

第 13 章 疲劳失效与常规疲劳强度设计

§ 13-1	引言	352
§ 13-2	关于交变应力的若干名词和术语	352
§ 13-3	疲劳失效特点与失效原因简述	353
§ 13-4	试样的疲劳极限 应力-寿命曲线	355
§ 13-5	疲劳极限图线	357
13-5-1	$S_{max}-S_m$ 坐标系中的疲劳极限图线	357
13-5-2	S_s-S_m 坐标系中的疲劳极限图线	358
§ 13-6	影响疲劳极限的因素	360
13-6-1	应力集中的影响——有效应力集中系数	360
13-6-2	零件尺寸的影响——尺寸系数	363
13-6-3	表面加工质量的影响——表面质量系数	364
*13-6-4	载荷频率的影响	364
§ 13-7	单向应力状态下的疲劳强度设计	365
13-7-1	等幅对称应力循环的工作安全系数	365
13-7-2	等幅非对称应力循环	365
§ 13-8	复杂应力状态下的疲劳失效判据	372
13-8-1	静载失效判据在疲劳失效中的推广	372
13-8-2	弯扭组合应力循环下的疲劳失效判据	373
§ 13-9	复杂应力状态下等幅应力循环疲劳强度计算	374
§ 13-10	提高构件疲劳强度的途径	377
习题		378
附录 A	平面图形的几何性质	383
§A-1	引言	383
§A-2	静矩、形心及其相互关系	383
§A-3	惯性矩、极惯性矩、惯性积、惯性半径	384
§A-4	惯性矩与惯性积的移轴定理	386
§A-5	惯性矩与惯性积的转轴定理	387
§A-6	主轴与形心主轴、主矩与形心主矩	388
§A-7	组合图形的形心、形心主轴、形心主矩的计算方法	389
§A-8	例题	390
习题		394
附录 B	型钢表	398
附录 C	习题答案	409

第1章 引 论

§ 1-1 关于材料力学

材料力学 (Strength of Materials 或 Mechanics of Materials) 研究内容分属于两个学科。其一是固体力学, 即研究物体在外力作用下的应力、变形和能量, 统称为“应力分析”。但是材料力学所研究的仅限于杆、轴、梁等物体, 其几何特征是纵向尺寸远大于横向尺寸, 这类物体统称为“杆”或“杆件”(Bars 或 Rods)。大多数工程结构的构件或机器的零部件都可以简化为杆件。

材料力学所属的第二个学科是材料科学中的“材料的力学性能”(Behaviours of Materials), 即研究材料在外力和温度作用下所表现出的变形性能和“失效”(Failure) 性能, 统称为“材料的力学性能”。但是, 材料力学所研究的仅限于材料的宏观力学性能, 不涉及材料的微观机理。

以上两方面的结合使材料力学成为工程设计 (Engineering Design) 的重要组成部分, 即设计出杆状构件或零部件的合理形状和尺寸, 以保证它们具有足够的“强度”(Strength)、“刚度”(Stiffness) 和“稳定性”(Stability)。

所谓“强度”, 是指构件或零部件在确定的外力作用下, 不发生破裂或过量的塑性变形; “刚度”是指构件或零部件在确定的外力作用下, 其弹性变形或位移不超过工程允许的范围; “稳定性”是指构件或零部件在某种受力形式(例如轴向压力)下, 其平衡形式不会发生突然转变。

§ 1-2 材料力学简史

中国、古希腊、罗马、埃及以及其它早期文明国家, 曾经建造了许多宏伟而耐久的结构物, 都有过一些关于材料力学方面的知识, 但是, 绝大多数都缺少记述而流失了。现在材料力学的发展是从中世纪之后欧洲文艺复兴时代开始的。这一时期最早的某些工作包括了达·芬奇(Leonardo da Vinci, 1452—1519)的某些研究, 如确定作用在结构构件上的力以及通过材料的试验确定材料的强度等。达·芬奇不仅是一位艺术家, 而且是一位伟大的科学家和工程师。他没有科学著作, 但后人在他的笔记本里发现了他在许多科学领域都有一些伟大的发明。达·芬奇对力学特别有兴趣, 他在笔记中写道: “力学是数学的乐园, 因为我们在这里获得了数学的果实。”

由于达·芬奇的发现被埋没在他的笔记本里, 所以 15 世纪和 16 世纪的工程师们仍然象古罗马时期一样, 仅凭经验和直观判断决定构件的尺寸。

最早尝试用解析法确定构件安全尺寸是从 17 世纪才开始的。一般认为以伽利略(Galileo 1564—1642)的名著《关于两门新科学的谈话和数学证明》(1638 年)为标志, 表示材料力学的开端。伽利略是从加登(Gardon, R.)的著作中才熟悉了达·芬奇在力学上的发现的。他因为支持哥白尼学说写了关于两种不同宇宙观的名著, 被罗马宗教裁判所判为终身监禁。上述著作是他被判罪之后回到佛罗伦萨, 在最后几年的隐居生活中完成的。书中有不少关于材料力学的内

容。他参观威尼斯一家兵工厂，观察了一些几何相似的结构物，加以分析研究，结论是：如果将物体作成几何相似，则尺寸愈大者，其强度愈弱，这完全是自重所起的作用。他写道：“一只小狗也许可以在它背上驮两三只同样大小的狗，但我相信一匹马也许连一匹和它同样大小的马也驮不起。”在此期间，世界上许多著名科学家，包括胡克(Hooke, R.)、马略特(Mariotte, E.)、约翰第一·伯努利(Bernoulli, Johann I)、雅各布第一·伯努利(Bernoulli, Jakob I)等，都得出了有关梁、柱性能的基础知识，并且研究了材料的强度性能与其它力学性能。在这一世纪里，在意大利、英国等欧洲国家建立了国家科学院，这对材料力学的研究产生了巨大影响。

到了18世纪，上一个世纪的科学研究成果被推广应用到实际。随着军事工程和结构工程的发展，对于木材、石料、钢和铜等这些建筑材料，作了很多力学性能试验。第一本与材料力学有关的书，于1729年出自法国，书名为《工程师的科学》，作者是贝利多(Belidor, B. F. de 1698—1761)。书中有一章讨论材料力学，贝利多所引理论没有超出伽利略与马略特已经得到的成果，他的贡献是将这二位的理论应用于木梁实验并得出确定梁安全尺寸的法则。

18世纪对材料力学贡献最大的科学家，首推库伦(Coulomb, C.-A. de 1736—1806)。他在材料力学方面的主要成就是通过实验验证，修正了伽利略和马略特理论中的错误。

18世纪后期开始的工业革命以及后来一直延续下来的技术进展，为材料力学的应用提供了许多新的领域。铁桥、铁路工程、机器设计等都是很好的例子。与这些应用领域所提出的问题和工程实际经验相联系，又有更多的补充知识与前几个世纪积累的知识一起，汇集成系统的材料力学知识。全世界许多领域的工程师和科学家，都对这些知识的积累作出了他们的贡献。

1826年第一本《材料力学》书出版，作者是法国著名科学家纳维(NAVIER, C.-L.-M.-H. 1785—1836)。这本书的手抄本讲义出自1819年，纳维曾在手抄本中在应力与应变两个方面都重复了马略特的错误。但在1826年正式出版时，很快就纠正了这些错误，而且有了新的建树，而这正是在法国政府两次(1821和1823年)派他到英国去研究建造悬索桥技术之后。

到了19世纪中叶，铁路尤其是铁路桥梁工程的发展，大大推动了材料力学的发展，使材料力学变成以钢材为主要研究对象的材料力学。按照钢材的特点，使均匀连续、各向同性这些基本假定以及胡克定律成为当今材料力学的基础。

本世纪特别是近50年来科学技术有了突飞猛进的发展，主要是工业技术高度发展，特别是航空与航天工业的崛起，计算机的出现和不断更新换代，各种新型材料(例如复合材料、高分子材料)的不断问世并应用于工程实际，实验设备日趋完善，实验技术水平不断提高，所有这些进展使得材料力学所涉及的领域更加宽阔，知识更加丰富。这表明材料力学仍然处于新的发展之中。上一个世纪形成的材料力学也面临着逐步更新的趋势。

§ 1-3 材料力学中的理想化与基本假定

与其它工程科学一样，在材料力学中经常要用到基于简化、假定的“理想化”(Idealizations)，即对物体的形状、材料以及作用在物体上的载荷作某些与实际相近的简化或假定，使复杂问题理想化。在很多实际情形中，结构构件或机器零部件中的应力、变形以及承载能力与基于理想化模型算得的数值相差不大。但在另外一些情形下，二者之间的差异可能相当大。

本节介绍关于材料理想化的几个基本假定，即有关变形固体的“**基本假定**”(Basic Assump-

ions)。

固体材料通常分为晶体和非晶体。晶体是由许多离子、原子或分子按一定规则排列起来的空间格子构成的，这些空间格子称为“晶格”(Crystal Lattice)。晶格一般处于稳定的平衡状态。普通固体如碳钢、黄铜、铝等则是由许多晶粒所组成，这些晶粒中的晶格方位各不相同。晶粒之间常存在着夹杂物、空洞等缺陷。非晶体一般是由许多分子的集合组成的高分子化合物。这些材料的结构只有在显微镜或电子显微镜下才能看见，所以称之为“微观结构”。材料不同，微观结构各不相同。研究一般结构构件或机器的零部件的应力和变形时，如果考虑这些微观结构上的差异，不仅在理论分析中会遇到极其复杂的数学问题和物理问题，而且在将理论应用于工程实际时也会带来极大的不便。为简单起见，在材料力学以及固体力学的其它分支中，均对变形固体作了一些假定。现分述如下。

一、假定固体材料是连续的，即认为材料无空隙地分布于物体所占的整个空间中。这一假定称为“连续性假定”。

如前所述，从微观结构看，材料的粒子当然不是处处连续分布的。但从统计学的角度看，只要所考察的物体之几何尺寸足够大，而且所考察的物体上的每一“点”都是宏观上的点，则可以认为物体的全部体积内材料是连续的。根据这一假设，物体内的应力、变形等物理量可以表示为各点坐标的连续函数，从而有利于建立相应的数学模型。

二、假定物体中的材料均匀分布并且各向同性，即认为物体中各点材料在各个方向上的力学性能是相同的。根据这一假定，可以用一个参数描写各点在各个方向上的某种力学性能。

三、假定物体在外力作用下所产生的变形与物体本身的几何尺寸相比是很小的。根据这一假定，当考察变形固体的平衡问题时，一般可以略去变形的影响，因而可以直接应用刚体静力学的分析方法。

读者不难发现，在理论力学中，实际上已经采用了上述关于小变形的假定。因为实际物体都是可变形物体，所谓“刚体”便是实际物体在变形很小时的理想化，即忽略了变形对平衡和运动规律的影响。从这个意义上讲，在材料力学中，当讨论平衡问题时，仍将沿用刚体的概念，而在其它场合，刚体的概念则是绝对不能成立的，而必须代之以“变形体”的概念。此外，读者还会在以后的分析中发现，小变形假定在分析变形几何关系等问题时将使问题大为简化。

§ 1-4 外力、内力和应力

1-4-1 外力

作用在结构构件和机器零部件上的外力包括外加载荷和约束反力，统称为载荷(Loading)，二者组成平衡力系。外力分为体积力和表面力，简称“体力”(Body Force)和“面力”(Surface Force)。体力分布于整个物体内，并作用在物体的每一个质点上。重力、磁力以及由于运动加速度在质点上产生的力都是体力。面力是研究对象周围物体直接作用在其表面上的力。

1-4-2 内力与内力分量

考察图 1-1 中所示之两根材料和尺寸都完全相同的直杆，所受的载荷(P)大小亦相同，但方向不同。图 1-1a 中所示之梁将远先于图 1-1b 中所示之拉杆发生破坏，而且二者的变形形式也

是完全不同的。可见，在材料力学中不仅要分析外加载荷，而且要分析内力。

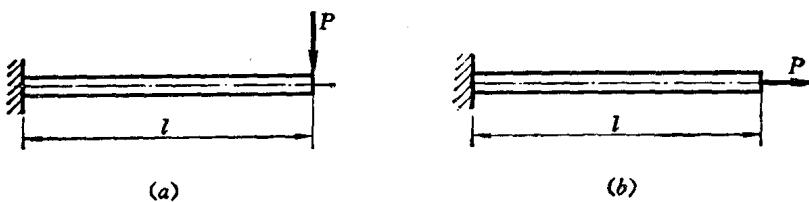


图 1-1 载荷大小相同、内力不同

材料力学中的内力 (Internal Force) 不同于刚体静力学中关于系统中各个部分之间的相互作用力，也不同于物理学中关于基本粒子之间的相互作用力，而是指构件或零部件受力后发生变形，其内部各点(宏观上的点)的相对位置发生变化，由此而产生的附加内力，即变形体因变形而产生的内力。这种内力确实存在，例如受拉的弹簧，其内力力图使弹簧恢复原状；人用手提起重物时，手臂肌肉内便产生内力，等等。

为了揭示承载物体内的内力，材料力学中采用“截面法”。

这种方法是，用一假想截面将处于平衡状态下的承载物体截为 A、B 两部分，如图 1-2a 所示。为了使其中任意一部分在其上之外力作用下保持平衡，必须在所截的截面上作用某个力系，这就是 A、B 两部分之间相互作用的内力，如图 1-2b 所示。根据牛顿第三定律，作用在 A 部分截面上的内力与作用在 B 部分同一截面上的内力在对应的点上，大小相等、方向相反。

根据材料连续分布的假定，作用在截面上的内力应是一个连续分布的力系。在截面上内力分布规律未知的情形下，不能确定截面上各点的内力。但是应用力系简化的基本方法，这一连续分布的内力系可以向截面形心简化为一主矢 R 和主矩 M ，再将其沿三个特定的坐标轴分解，便得到该截面上的六个内力分量，如图 1-3 所示。

图 1-3 中的内力分量 N_x 引起杆件的轴向变形(拉伸或压缩)，称为轴向力，简称轴力 (Normal Force)； Q_y 和 Q_z 则使截面两侧分别产生沿 y 和 z 方向的剪切变形，这两个力称为横向力或剪力 (Shearing Force)；内力偶 M_z 引起杆件的扭转变形，其矩称为扭矩 (Torsional Moment)； M_y 和 M_x 则使杆件轴线分别在 xz 和 xy 平面内发生弯曲变形，这两个内力偶矩称为弯矩 (Bending Moment)。

应用静力学方法，考察所截取的任意一部分的平衡条件，即可求得截面上各个内力分量的大小和方向。

以上所述，即为确定内力分量的基本方法，即截面法，一般包含下列步骤：

1. 在所要考察的截面处，用假想截面将杆截分为两部分。
2. 考察其中任意一部分的平衡，在截面形心处建立合适的直角坐标系，由平衡方程计算出各

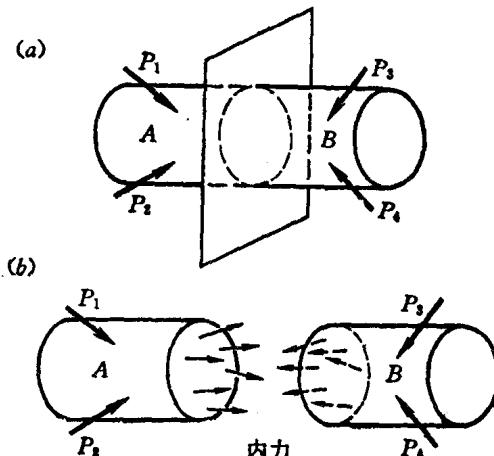


图 1-2 内力与截面法

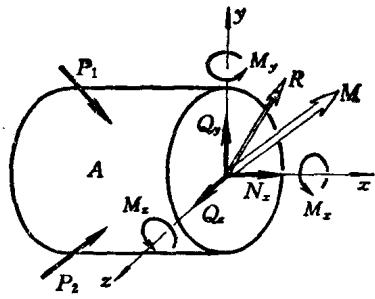


图 1-3 截面上的内力分量

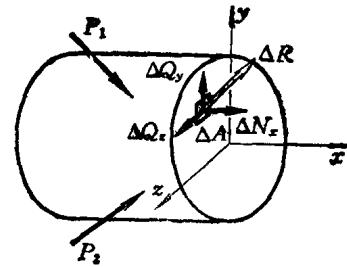


图 1-4 应力

个内力分量的大小并确定其方向。

3. 考察另一部分的平衡，以验证所得结果的正确性。

1-4-3 应力 确定应力问题的超静定性质

前面已经提到，在外力作用下，杆横截面上的内力是一个连续分布的力系，一般情形下，这个分布的内力系在截面上各点处的数值是不相等的。材料力学不仅要研究和确定截面上分布内力系的合力及其分量，而且还要研究和确定截面上的内力分布规律，进而确定哪些点处内力最大。例如，对于图 1-1a 中所示之梁，读者们不难分析出各个横截面上的内力是不等的，在固定端处的横截面上内力最大，但在这个截面上，内力并非处处相等，而是截面上、下两边上的数值最大，故破坏首先从这些点处开始。

怎样度量一点处的内力？这就需要引进一个新的概念——应力。

考察图 1-4 中横截面上微小面积 ΔA ，设其上的总内力为 ΔR ，于是在此面积上内力的平均值为 $\Delta R / \Delta A$ 。当所取面积为无限小时，上述平均内力便趋于一极限值，这个极限值便能反映内力在该点处的密集程度或“集度”(Intensity)，这个集度便称为该点处的“应力”(Stress)。

如果将 ΔR 分解为 x 、 y 、 z 三个方向的分量 ΔN_x 、 ΔQ_y 和 ΔQ_z ，其中 ΔN_x 垂直于截面， ΔQ_y 、 ΔQ_z 则平行于截面。根据上述应力定义，可以得到两种应力，垂直于截面的和平行于截面的，前者称为“正应力”(Normal Stress)，后者称为“切应力”或“剪应力”(Shearing Stress)。其数学表达式分别为

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N_x}{\Delta A} = \frac{dN_x}{dA} \quad (1-1a)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_y}{\Delta A} = \frac{dQ_y}{dA} \quad (1-1b)$$

其中 $\Delta Q = \Delta Q_y$ 或 $\Delta Q = \Delta Q_z$ 。

应力的国际单位制单位符号为 $N/m^2(Pa)$ 或 $MN/m^2(MPa)$ 。

需要指出的是，上述表达式只是作为正应力和切应力的定义，它们在确定截面上各点处应力大小时并无作用。

前面已经提到，内力分量是截面上分布内力系的简化结果，因此，从图 1-5 不难得出如下关系式：

$$\int_A \sigma_x dA = N_x \quad (1-2a)$$

$$\int_A z\sigma_x dA = M_z \quad (1-2b)$$

$$\int_A y\sigma_x dA = -M_y \quad (1-2c)$$

$$\int_A \tau_{xy} dA = Q_y \quad (1-2d)$$

$$\int_A \tau_{xz} dA = Q_z \quad (1-2e)$$

$$-\int_A z\tau_{xz} dA + \int_A y\tau_{xz} dA = M_x \quad (1-2f)$$

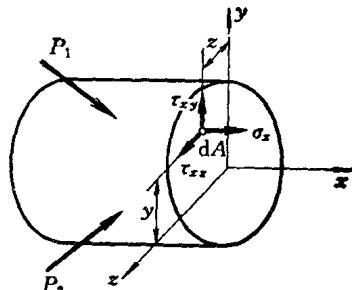


图 1-5 应力与内力分量间的关系

上述表达式一方面表示应力与内力分量间的关系，另一方面也表明，如果已知内力分量以及截面上的应力分布规律，即可确定截面上各点处应力的数值；同时也表明，仅仅根据平衡条件，只能确定截面上的内力分量与外力之间的关系，不能确定各点处的应力。因此，确定截面上的应力是一种超静定问题 (Statically Indeterminate Problems)。

§ 1-5 杆件典型的受力与变形形式

实际杆件的受力可以是各式各样的，但都可以归纳为轴向拉伸(或压缩)、剪切、扭转和弯曲等基本受力和变形形式，以及由两种或两种以上基本受力和变形形式叠加而成的组合受力与变形形式。

1-5-1 轴向拉伸(或压缩)(Axial Tension)

当杆件两端承受沿轴线方向的拉力或压力载荷时，杆件将产生轴向伸长或压缩变形 (Tensile or Compressive Deformation)，分别如图 1-6a 和 b 所示。这时杆横截面上只有轴力 N_x 一个内力分量。

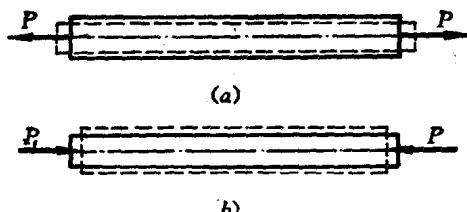


图 1-6 拉伸与压缩

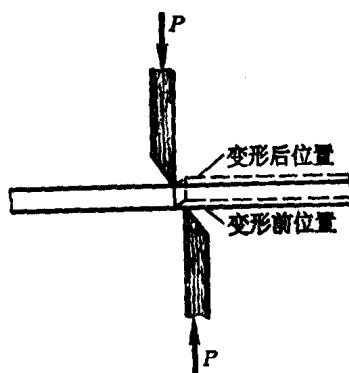


图 1-7 剪切

1-5-2 剪切 (Shear)

在平行于杆横截面的两个相距很近的平面内，方向相对地作用着两个横向力，当这两个力相

互错动并保持它们之间的距离不变时，杆将产生剪切变形（Shearing Deformation），如图 1-7 所示。这时，杆横截面上只有剪力 Q_y （或 Q_x ）一个内力分量。

1-5-3 扭转 (Torsion)

当作用在杆件上的力组成作用在垂直于杆轴平面内的力偶时，将产生扭转变形，即杆之横截面绕其轴相互转动，如图 1-8 所示。这时杆的横截面上只有扭矩 M_z 一个分量。

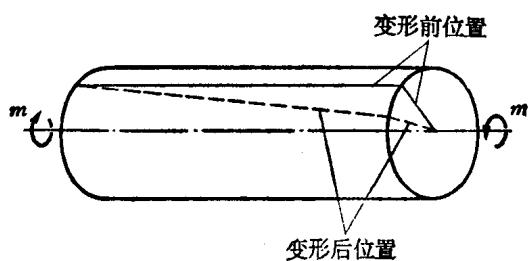


图 1-8 扭转

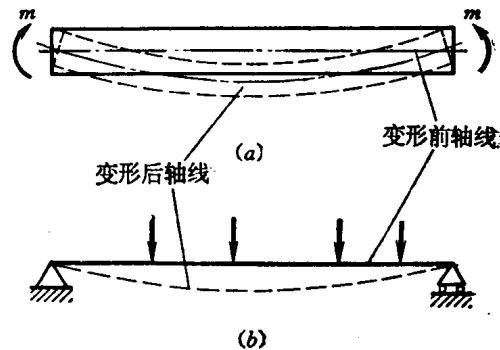


图 1-9 弯曲

1-5-4 弯曲 (Bending)

当外加力偶或外力作用于杆件的纵向平面内时，杆件将发生弯曲变形，其轴线将变成曲线，如图 1-9a 和 b 所示。在图 1-9a 所示情形下，杆横截面上只有弯矩一个内力分量 (M_z 或 M_y)；在图 1-9b 所示之情形下，横截面上除弯矩外尚有剪力存在，并且由于剪力引起的剪切变形使轴线在变形后不是一条光滑曲线，但是在很多情形下，剪切对变形的影响很小，常可略去不计。

1-5-5 组合受力 (Combined Loading) 与变形

由上述基本受力形式中的两种或两种以上所共同形成的受力形式即为组合受力，例如图 1-10 中所示杆的受力即为拉伸与弯曲的组合受力，其中力偶 m 作用在纸平面内。组合受力形式下，杆横截面上将存在两个或两个以上的内力分量，并将产生两种或两种以上的基本变形。

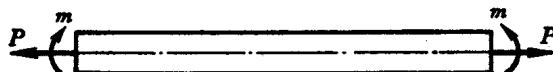


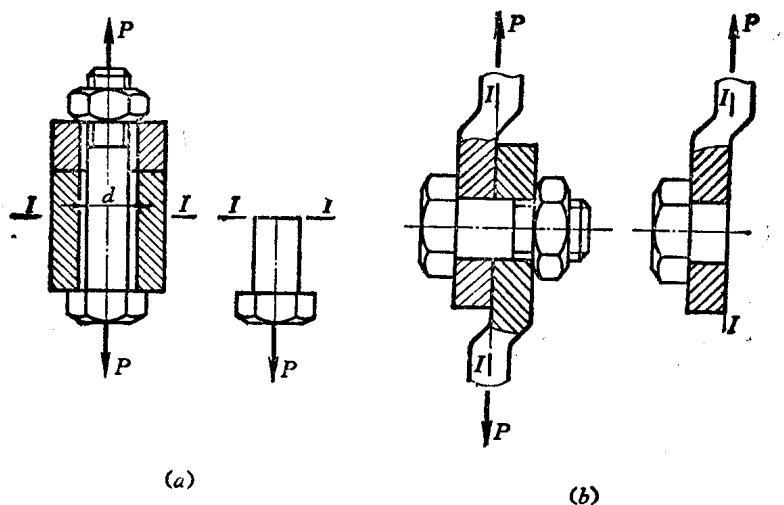
图 1-10 组合受力

实际杆件的受力不管多么复杂，在一定的条件下，都可以简化为基本受力形式的组合。

工程上将承受拉伸的杆件统称为“拉杆”；受压杆件称为“压杆”或“柱”；将承受扭转的杆件统称为“轴”；将承受弯曲的杆件统称为“梁”。

习 题

- 1-1 确定下列结构中螺栓的指定截面 $I-I$ 上的内力分量，并指出两种结构中的螺栓分别属于哪一种基本受力与变形形式。



习题 1-1 图

1-2 已知杆件横截面上只有一个内力分量 M_x (弯矩), 如图所示。若截面上的正应力分布可由下式描述: $\sigma = Cy$, 其中 C 为特定常数, 试证明:

$$C = -\frac{M_x}{I_x}$$

(按右手定则, M_x 的矢量与坐标正向一致者为正。)

$$I_x = \int_A y^2 dA = \frac{bh^3}{12}$$

并画出截面上的应力分布图。

(提示: 积分时可取图中所示之微面积 $dA = bdy$ 。)

1-3 图示杆横截面上的正应力分布可由下式描述:

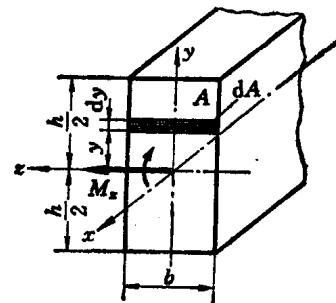
$$\sigma = C_1 + C_2 z$$

而横截面上有轴力 (N_z) 和弯矩 (M_y) 两个内力分量, 且均为已知。试证明:

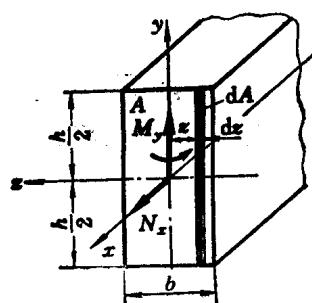
$$\sigma = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y z}{I_y}$$

其中

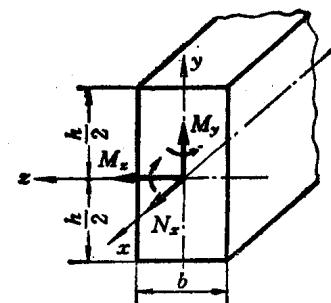
$$A = bh, \quad I_y = \frac{bh^3}{12}$$



习题 1-2 图



习题 1-3 图



习题 1-4 图