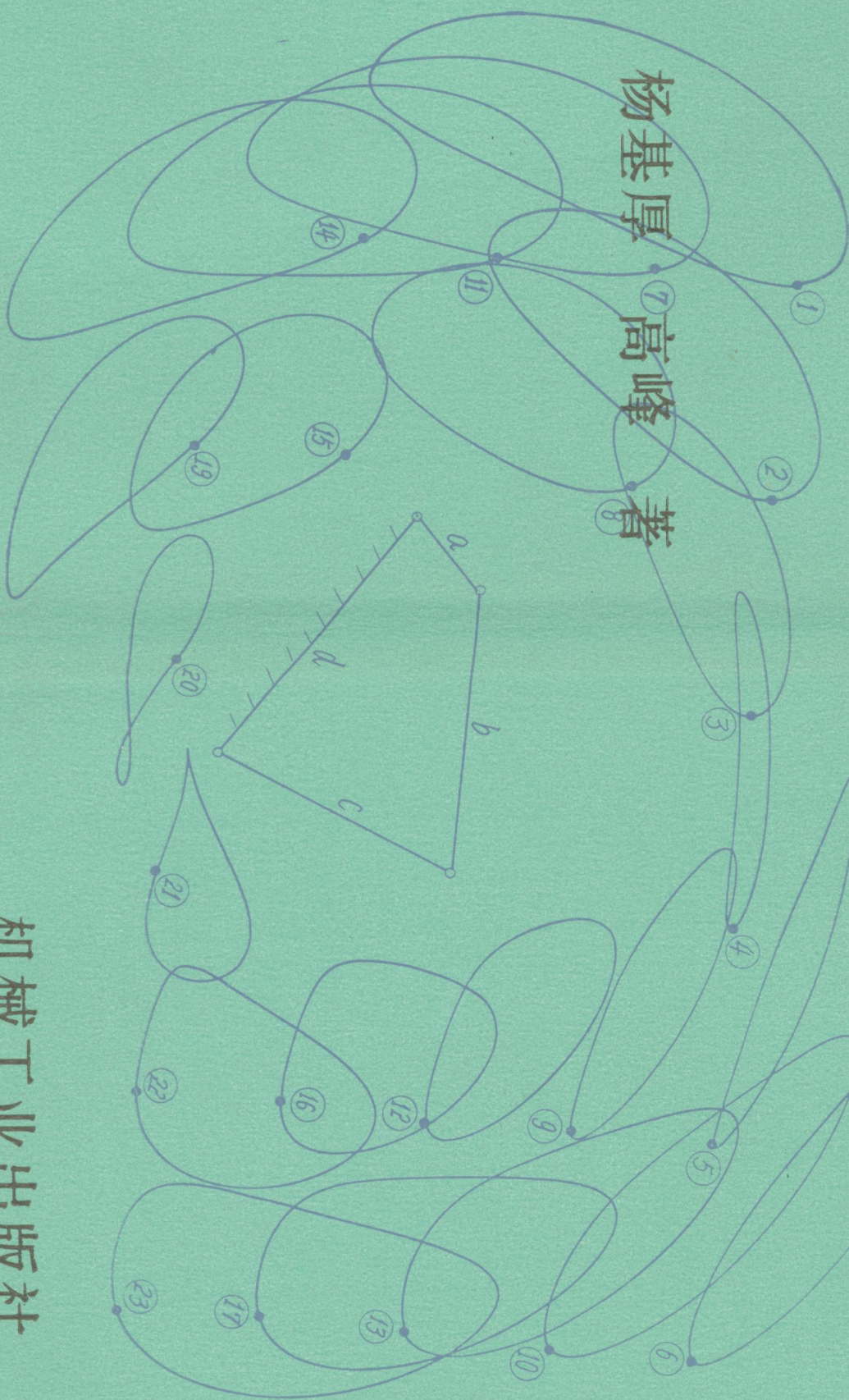


四杆机构的空间模型

和性能图谱

杨基厚 高峰 著



机械工业出版社

78.11.2
8908715

四杆机构的空问模型和性能图谱

杨基厚 高峰 著



机械工业出版社

本图谱是将四杆机构的一切尺寸类型纳入到一个有限的空间区间内，在此区间的三坐标平面图形上绘制了各种机构性能的曲线族，成为性能图谱。包括所有机构的传动角图谱，输出杆摆角大小及极值图谱，极位夹角图谱，类角速度与类角加速度极值图谱等等。

利用这个图谱，可以查得所需性能的机构尺寸、类型，也可以对已有机构查得它的各项性能指标。它适合于高等学校的教学、课程设计和工程技术界各种机械产品的设计和性能分析之用。

本图谱是我国的首创，已获机械工业部1984年科技成果一等奖。

四杆机构的空问模型和性能图谱

杨基厚 高峰 著

*

责任编辑：徐家宗

封面设计：方 芬

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/8 ·印张 15 1/3 ·字数 393 千字
1989年6月北京第一版·1989年6月北京第一次印刷
印数 0,001—2,140 ·定价：13.00元

*

ISBN 7-111-00544-9/T H · 89

序

连杆机构在各种机械产品中广泛用于动力传动、运动方式变换和各种动作互相协调的自动机构系统中。由于连杆机构的性能受机构上繁多的几何参数的影响,呈复杂的非线性关系,无论从性能分析上还是性能综合上都是一个比较困难的工作。为了便于工程设计的需要,已经有一些专供设计者使用的四杆机构综合图谱。这类图谱多按指定的两三项指标提供机构的尺寸参数,当所要求的性能指标有所增加和改变组合时,就无法灵活适应设计工作的需要。

本书所提供的四杆机构性能图谱是在我国首次提出的铰链四杆机构空间模型理论的基础上制做的。单滑块机构的平面模型又是上述空间模型的派生物。本书性能图谱包括铰链四杆机构的各种主要性能图谱,单滑块机构的平面模型与主要性能图谱,典型铰链四杆机构的尺寸型与运动线图和典型曲柄摇杆机构的连杆曲线。这些图谱都是从不同角度表示了各种机构尺寸和机构性能的关系。为了使读者掌握性能图谱的意义和用法,编写了说明。首先从铰链四杆机构的空间模型着手,进而说明各种性能指标的含义和计算公式、个别计算机计算框图,并列举若干实例说明图谱的用法。本书的性能图谱可以不经任何计算直接查得各种机构

尺寸的主要性能,反过来也可以按不同性能及若干性能的组合查找合乎要求的机构尺寸。这说明本书所提供的图谱同时可以做机构性能分析之用和做机构综合之用。

本图谱由杨基厚提出空间模型的原理,设计了图谱的类型和范围并负责编写了说明;由高峰做了性能的分析计算并绘制了大部分性能图谱。赵庆辉等在单滑块机构图谱、连杆曲线类型图谱方面做了一定的工作。

在本图谱的鉴定时,上海交通大学楼鸿棣教授、蒋成渠副教授、合肥工业大学丁爵曾教授、陕西机械学院曹惟庆教授、北京农业机械化学院孙可宗教授、长春光机所干东英副研究员、天津大学祝毓琥副教授等给予了较高评价并提出了宝贵意见,在此深致谢意。机械工业出版社徐家宗同志做了重要的校订工作,也深致谢意。

由于这类性能图谱初次出版,篇幅过大不宜于掌握和使用,所以选用了必不可少的最少篇幅,这样也有可能满足不了各行各业机械设计的需要。待根据实际需要在今后逐步加以补充。本图谱的不足之处在所难免,竭诚欢迎广大读者批评指出。

杨基厚

1984年5月

目 录

序	1
图谱说明	3
引言	3
一、铰链四杆机构空间模型及其子区间	4
二、机构传动角极值图谱	6
三、曲柄摇杆机构的性能图谱	7
(一) 摇杆摆角极值和摆角大小	7
(二) 连杆摆角极值和摆角大小	7
(三) 从动杆为曲柄的曲柄摇杆机构的许用摆角	8
(四) 类角速度极值	8
(五) 类角加速度极值	8
(六) 极位夹角	9
四、双曲柄机构的性能图谱	10
五、双摇杆机构的性能图谱	11
(一) 第③子区间	11
(二) 第④子区间	12
(三) 第⑥子区间	13
(四) 第⑤子区间	13
(五) 第⑦子区间	14
六、单滑块四杆机构性能图谱及其应用	15
(一) 单滑块四杆机构的平面模型	15
(二) 机构性能指标公式	15
1. 曲柄滑块机构和摇杆滑块机构	15
2. 导杆机构	18
3. 曲柄摇块机构	18
(三) 图谱的制作及其应用	18
七、典型机构尺寸型和运动线图	20
(一) 曲柄摇杆机构	20
(二) 双曲柄机构	21
(三) 双摇杆机构	21
1. 连杆 b 为最小的双摇杆机构	21
2. 从动杆 c (或原动杆 a) 为最大的双摇杆机构	22

3. 连杆 b 为最大的双摇杆机构	23
4. 机架 d 为最大的双摇杆机构	23
八、曲柄摇杆机构的连杆曲线	24
九、机构性能图谱的应用实例	24
(一) 传动角极值图谱的应用	24
(二) 曲柄摇杆机构图谱的应用	25
1. 实现给定的从动杆摆角	25
2. 极位夹角为零的对称机构	25
3. 实现若干位置和函数关系的机构综合	26
(三) 双曲柄机构图谱的应用	27
1. 机构实用尺寸型的分布区域	27
2. 设计急回系数为 K 的机构	27
(四) 双摇杆机构图谱的应用	28
1. 摆角放大机构	28
2. 连杆翻转 180° 的机构	29
参考文献	29
图谱	31
图谱 1~16 传动角极值 γ_m, γ_0	33~40
图谱 17~24 从动杆摆角极值 ψ_m, ψ_0 , 第③子区间 $\Delta\psi$ 值	41~44
图谱 25~33 原动杆摆角极值 φ_m, φ_0 , 第③子区间 K 值, 第①子区间 $\Delta\theta$ 值	45~49
图谱 34~44 原动杆许用摆角极值 $(\varphi)_m, (\varphi)_0$, 第⑧子区间 $\Delta\varphi_1$ 值	49~54
图谱 45~55 从动杆许用摆角极值 $(\psi)_m, (\psi)_0$, 第①子区间 $\Delta\psi$ 值,	55~60
第⑧子区间 $\Delta\psi_1$ 值	55~60
图谱 56~64 类角速度极值 $\left(-\frac{d\psi}{d\varphi}\right)_m, \left(-\frac{d\psi}{d\varphi}\right)_0$	60~64
图谱 65~73 类角加速度极值 $\left(-\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}\right)_m, \left(-\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}\right)_0$	65~69
图谱 74~86 单滑块机构的主要性能	69~72
图谱 87~100 典型机构的运动线图 $\psi(\varphi), \frac{d\psi}{d\varphi}$	73~79
图谱 101~141 曲柄摇杆机构的典型连杆曲线	80~120

图 谱 说 明

引言

为了说明四杆机构的尺寸变化对机构性能的影响,或者寻找实现若干指定性能的机构尺寸,都认为机构性能图谱是一种适用于工程上的方便工具。德国工程师手册^[5]中有相当大的篇幅给出了适于机构综合用的性能图谱。但是这些图谱的坐标多以机构运动性能(如从动件和原动件所能实现的摆角)为准,难以直接表明给定机构尺寸所对应的性能。

为了直接表示机构尺寸和性能的关系,需要建立以机构尺寸为坐标的图形,然后在这样图形上表示各种机构尺寸所对应的性能曲线,即性能图谱。这种图形应当具备机构尺寸类型和图形上点位的一一对应关系,即图形上任意一点应当和唯一的一种机构尺寸类型相对应。在国内外向来解决这个问题的办法是,设铰链四杆机构的原动杆、连杆、从动杆和机架的尺寸分别为 l_1 、 l_2 、 l_3 和 l_4 ,然后定原动杆(有的定机架)的相对长度为 $a=1$,这样其他杆的相对长度 b 、 c 、 d 分别应为

$$a = \frac{l_1}{l_1} = 1, \quad b = \frac{l_2}{l_1}, \quad c = \frac{l_3}{l_1}, \quad d = \frac{l_4}{l_1}$$

在选定一系列机架相对尺寸 d 的数值后,可以在平面直角坐标系上表示 b 、 c 的尺寸,如图1所示。这里表示 $d=3$ 的一系列机构,从图形上看 b 、 c 可以从0到 ∞ 任意选取,是整个第一象限的半开区间。在这个半开区间内可以用若干与坐标轴成 45° 的线条将区间划分为①~⑥和A、B、C等九个区域。可以直接取值验证,当 $a=1$ 时,以 $d+a=4$ 和 $d-a=2$ 为界,A、B、C三个区域内的点所代表的杆长尺寸,由于尺寸大小参差不齐,无法构成四杆运动链,因而不存在机构。①~⑥区域内的任何一个点都代表一种 $a=1$ 、 $d=3$ 的唯一一种机构,而且各个区域分别表示一种类型的机构,例如区域②就表示曲柄摇杆机构。

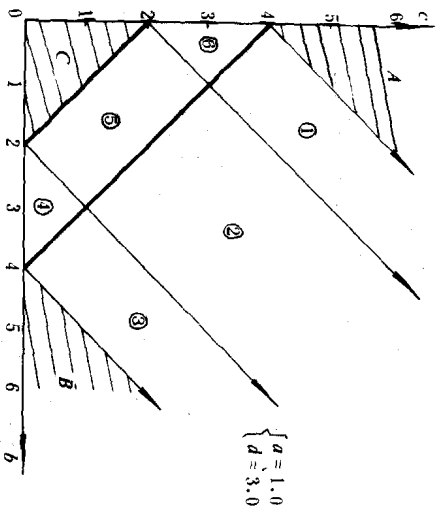


图 1

在这样区间图上,苏联学者制作了一系列机构性能图谱^[7,9],例如机构传动角图谱,从动杆摆角大小图谱,极位夹角图谱,类角速度和类角加速度图谱等等。这些图谱对于了解各种机构的性能和按性能选择适用的机构都有实际应用价值。

可以看到这种表示机构尺寸类型的平面半开区间图,有若干明显的欠缺之处。首先碰到的问题就是在有限的纸面内无法表示全部机构尺寸类型,表示尺寸大的机构,需要使坐标刻度变粗,无法将尺寸小的机构尺寸表示分明,如想加细刻度表示尺寸小的机构,所能表示的机构数量将大为减少。通常实际使用的机构尺寸相对值可达数十直到300左右,但目前在国外 b 、 c 值最多表示到64。其次的问题是机架尺寸的变化范围也很大,小则从0.1~0.2也有实际应用,大则可达

300,不同 d 值的上述图形量也是大的,对于 d 值小的 b 、 c 刻度也必须细化,更无法表示 b 、 c 值大的机构。还有,实际应用机构的原动杆可长可短,不管实际 l_1 是大是小,总固定为 $a=1$,也不能反映实际机构的形象尺寸特点。

由于上述表示机构尺寸类型的欠缺,许多学者不断提出新的表示方法,今列举一二如下^[4]。当 l_1 为最小时,取 $a=1$,而取前述比值的倒数为 b 、 c 、 d ,即

$$a = \frac{l_1}{l_1} = 1, \quad b = \frac{l_1}{l_2}, \quad c = \frac{l_1}{l_3}, \quad d = \frac{l_1}{l_4}$$

这时的 b 、 c 、 d 都只在0~1.0范围内改变,机构尺寸类型存在于 b 、 c 、 d 空间直角坐标系上边长为1.0的立方体之内。这个方法的优点是能在有限的封闭空间内表示机构的全部尺寸类型,只要边长1.0画得足够大,对于机构性能图谱的绘制是可用的。当然对于 b 、 c 、 d 为最小尺寸的机构还有另外三组立方体要用,不限于仅仅 $a=1.0$ 。应当指出,以边长为1.0的立方体内并非所有的点位都有机构存在,相反,在正方形的平面图形内,相当于 d 等于某个常数,还有相当多位置上没有机构存在,需要对 d 值一定的正方形图面做出各自的区域划分,这是一个复杂而在相同正方形上容易造成混淆的问题。由于 b 、 c 、 d 为最小时也是正方形平面图形,对于机构尺寸和类型表示的形象性太差,所以到目前为止这个方法尽管已经提出了很久却没有得到推广应用。

还有将 $a=1.0$ 时的 b 、 c 、 d 定为空间直角坐标系的坐标轴,根 $b+c+d \geq 3.0$,分别分析机构尺寸分布区间,并将其等角轴侧投影图画在平面上,形成三坐标平面图形,以表示机构尺寸类型和封闭平面图形内的点位对应办法的^[13],如图2所示。在平面图形内能同时表示三个机构尺寸参数是一大进步,但这个方法仍然只能表示有限的尺寸类型而不能表示全部类型。对于机构尺寸类型在图形内的分布规律尚未说明清楚,还没有达到适用阶段。

还有将四个杆长做出多种复杂变换而构成三坐标轴,以期在有限的封闭空间内表示全部机构尺寸类型,包括有滑块的四杆机构,进行了有益的探讨^[14]。由于变换式过于复杂,机构尺寸换算麻烦而又无形象,看来也难于在实际中应用。

1983年法国一学者提出令四杆相对长度之和为1.0,建立了四杆机构的空间有限区间表示法,即

$$a+b+c+d=1.0 \quad \text{但} \quad 0 < a, b, c, d < 1.0$$

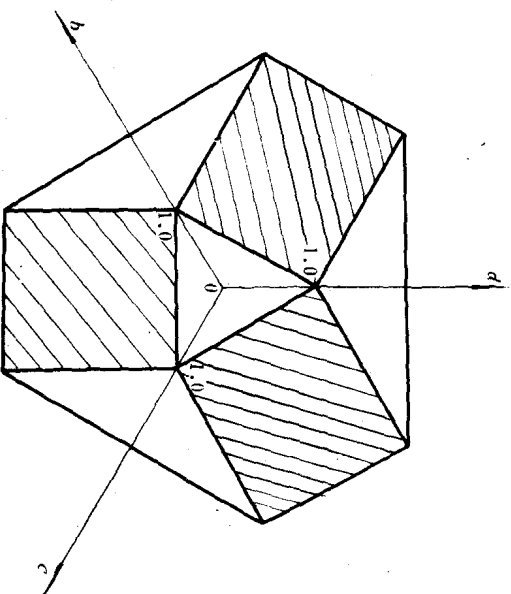


图 2

但由于四个参数在空间上的表示方法不甚恰当，在空间点位和机构尺寸类型的对应上不够直观。这个方法已经十分接近我们在1978年公开发表的方法，亦即本书使用的铰链四杆机构的空间模型原理。这个原理的出发点是定四个杆长的相对值 a 、 b 、 c 、 d 有着同等的地位，都在 $0 \sim 2.0$ 之间变动，而其总和为4.0，即

一、铰链四杆机构空间模型及其子区间

设铰链四杆机构的实际杆长分别为 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 ，考虑到各个对应杆长相似的机构，他们的性能大都相同，可以采用下列方法统一尺寸相似的机构，即取4个杆长的平均值为 L ，有

$$L = \frac{1}{4} (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) \quad (1)$$

于是可得实际机构尺寸经过标准化了的相对机构尺寸如下（见图3）：

$$a = l_1/L, \quad b = l_2/L, \quad c = l_3/L, \quad d = l_4/L \quad (2)$$

式中 a 为原动杆， b 为连杆， c 为从动杆， d 为机架。由此直接可得任意机构的四个相对杆长之和永远为

$$a + b + c + d = 4 \quad (3)$$

由于4个杆长必须构成封闭式运动链，任何一个杆长都不得大于其余3个杆长之和，因此4个相对杆长必须满足下列不等式

$$0 < a, b, c, d < 2.0 \quad (4)$$

如果在空间直角坐标系上取三坐标轴分别表示 a 、 b 、 c ，考虑到极限情况 $d = 0$ 时， $a + b + c = 4$ ，而 $d = 2$ 时， $a + b + c = 2$ ，不难得知满足式（3）、（4）的一切四杆机构尺寸类型都存在在直角坐标系内一个封闭空间内，如图4所示，它是一个偏斜八面体 $ABCDEF$ ，称为铰链四杆机构的空间模型^[1]。

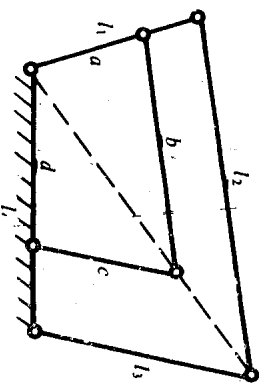


图 3

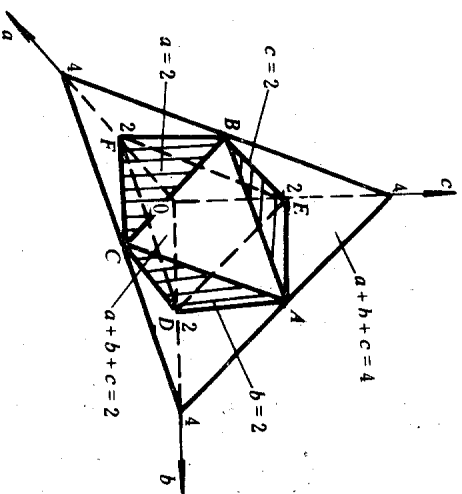


图 4

$$a + b + c + d = 4, \quad 0 < a, b, c, d < 2.0$$

其中 d 为因变量， b 、 c 、 d 为独立变量且为空间坐标系的坐标轴。这个方法能够在空间坐标系内的有限空间内，简单明了地建立起全部机构尺寸类型和空间点位的——对应关系，对于机构性能图谱的绘制，显现出更大的优越性。

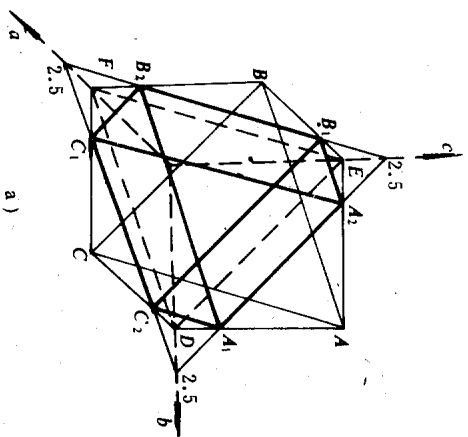
对任意机架尺寸 d ，由式（3）得知在 a 、 b 、 c 三个杆长之间都构成直角坐标系内一个等截距平面。这些等截距平面和空间模型相交的平面都是一些形状不等的六边形。例如当 $d = 1.5$ ， $a + b + c = 2.5$ 的等截距平面和空间模型相交的平面如图5a的 $A_1A_2B_1B_2C_1C_2$ ，它的平面图形如图5b所示，称为平面区间图。在互为 120° 的方向分别表示 a 、 b 、 c 三个坐标尺寸，由0到2.0范围内变化，是一种三坐标的封闭平面区间图形。在这样图形内的任意一点都表示 d 为一定的一个机构尺寸型。例如如图5b内的 P 、 Q 、 R 三点分别表示如下机构相对尺寸：

P 点 ($a = 0.5, b = 1.0, c = 1.0, d = 1.5$)

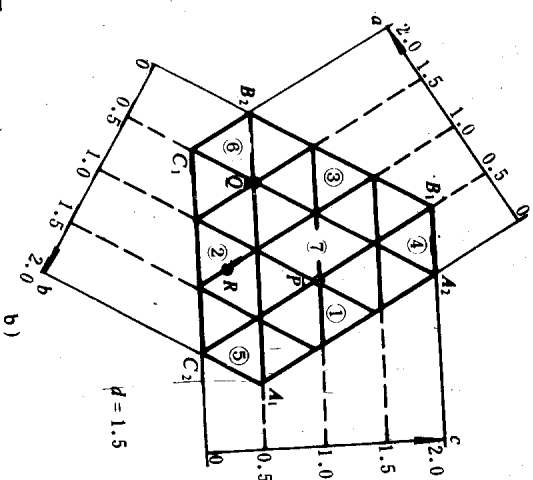
Q 点 ($a = 1.5, b = 0.5, c = 0.5, d = 1.5$)

R 点 ($a = 1.0, b = 1.25, c = 0.25, d = 1.5$)

对应一系列 d 值的平面区间图如图6所示，若过六边形的各个顶点引出与外边平行的联线，可将平面区间图划分为8个子区间^[2]。其中当 $d = 1.0$ 时为正六边形，分为①~⑥共6个子区间；当 $d < 1.0$ 时，除了①~⑥六个子区间外，还有中间正三角形的⑦子区间；当 $d > 1.0$ 时，除了①~⑥六个子区间外，还有中间正三角形的⑦子区间。这8个子区间在空间模型内和8个子空间相对应，都是一些空间四面体。在图7a内，如果用四边形 $ABFD$ 将空间模型切开，就得到两个全等的斜四棱锥体。这个切口平面满足 $a + b = c + d$ ，而靠原点附近的四棱锥体满足 $a + b < c + d$ ，外边的满足 $a + b > c + d$ 。用四边形 $BCDE$ 和 $AEFC$ 切空间模型，也能得到同样结果。用这



a)



d = 1.5

图 5

三个四边形同时切空间模型，就切成八个子空间，在平面区间图上就是①~⑧的8个子区间，而各子区间的分界线正是切空间模型的切口，图7b表示切开后后的8个子空间。

这8个子区间是和8种四杆机构相对应，如表1所示。表中各子区间部位可对照图7a，机构尺寸条件表示该子区间在三个切口平面的哪一边。例如对照图5b，联线 B_1C_2 上的机构， $a=0.5$ ，有 $a+d=b+c$ ，所以第①子区间满足 $a+d < b+c$ ；又知联线 A_2C_1 满足 $b+d=a+c$ ，所以第①子区间满足 $a+c < b+d$ ；还知联线 B_2A_1 满足 $c+d=a+b$ ，所以第①子区间又满足 $a+b < c+d$ 。这就是第①子区间三个不等式的来源。这三个不等式说明最小杆 a 和最大杆之和小于其余两杆长度之和。所以它是以 a 为曲柄的曲柄摇杆机构。今后我们就对这八种机构采用固定的子区间号。在各子区间的分界面上是一些尺寸特殊、界于两种以上机构类型之间的中间机构。例如平行四边形机构就是一种①、②、⑤、⑦四个子区间交界上的中间机构。至于位于空间模型重心 G 点的等边三角形机构，它实际上是所有8种机构的中间形式，因为该点是空间模型内所有8个子空间的公共顶点。

表1 八个子区间的机构类型

运动链	子区间号	子空间部位	机构特点	机构尺寸条件
有曲柄存在条件	⑧	$ABCG$	机架 d 为最小的双曲柄机构	$b+c > a+d, a+c > b+d, a+b > c+d$
	①	$ADEG$	原动杆 a 为最小的曲柄摇杆机构	$b+c > a+d, b+d > a+c, c+d > a+b$
	②	$CDFG$	从动杆 c 为最小的曲柄摇杆机构	$a+d > c+b, a+b > c+d, b+d > c+a$
	③	$BEFG$	连杆 b 为最小的双摇杆机构	$a+d > b+c, a+c > b+d, c+d > a+b$
	④	$ABEG$	从动杆 c 为最大的双摇杆机构	$b+c > a+d, a+c > b+d, d+c > a+b$
	⑤	$ACDG$	连杆 b 为最大的双摇杆机构	$b+c > a+d, b+a > c+d, b+d > a+c$
	⑥	$BCFG$	原动杆 a 为最大的双摇杆机构	$a+b > c+d, a+c > b+d, a+d > c+b$
	⑦	$DEFG$	机架 d 为最大的双摇杆机构	$d+a > c+b, d+c > a+b, d+b > a+c$
无曲柄存在条件				

* G 点为空间模型的重心，是 $a=b=c=d=1.0$ 的机构位置。

上述机构的空间模型和对应一系列 d 值的平面区间图能够在有限区间内表示一切铰链四杆机构的尺寸类型，为全面显示机构性能和机构尺寸的关系，提供了可能性。如引言所述，类似这种空间模型的研究在国外也颇重视(4.13.14)。

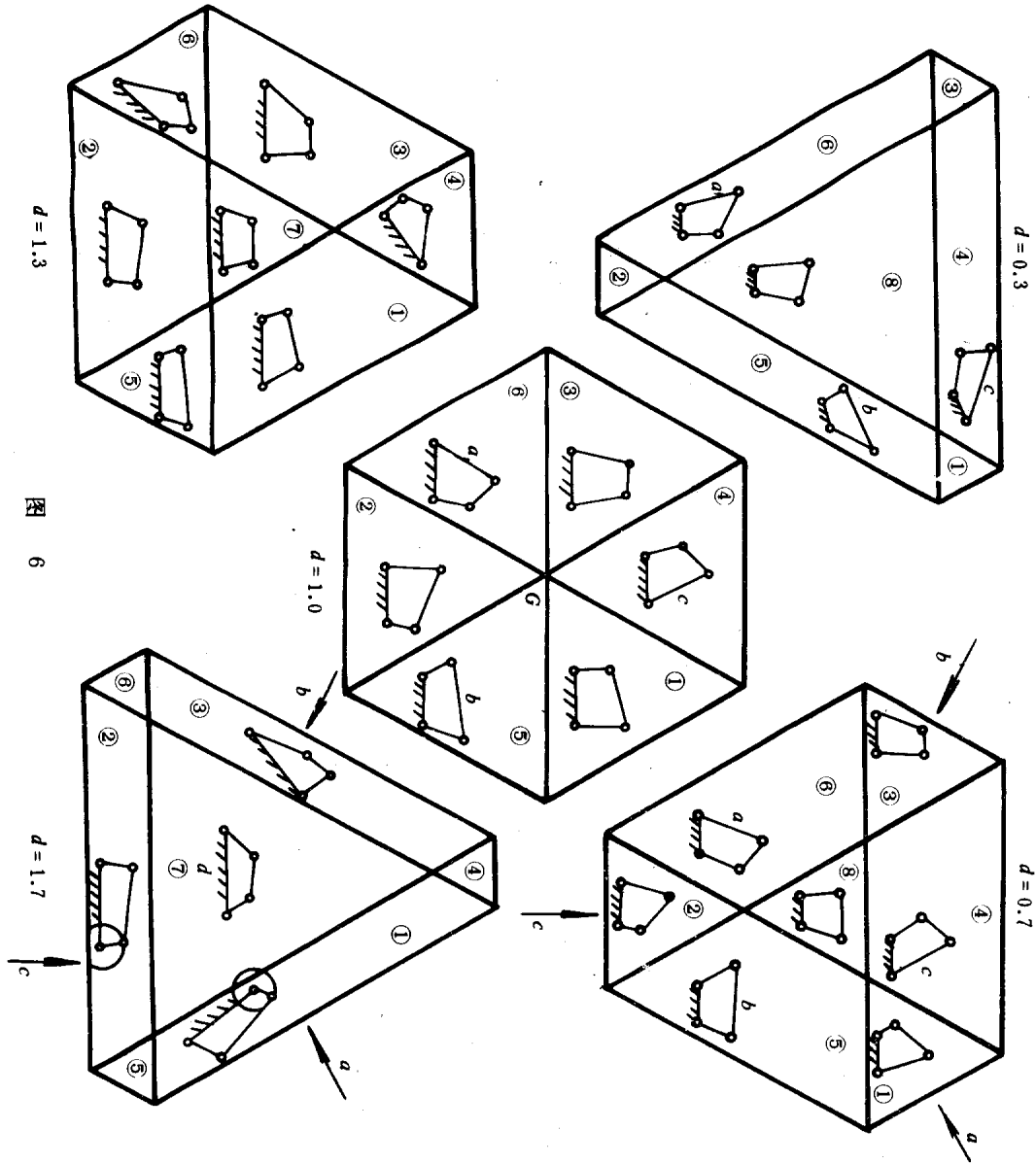


图 6

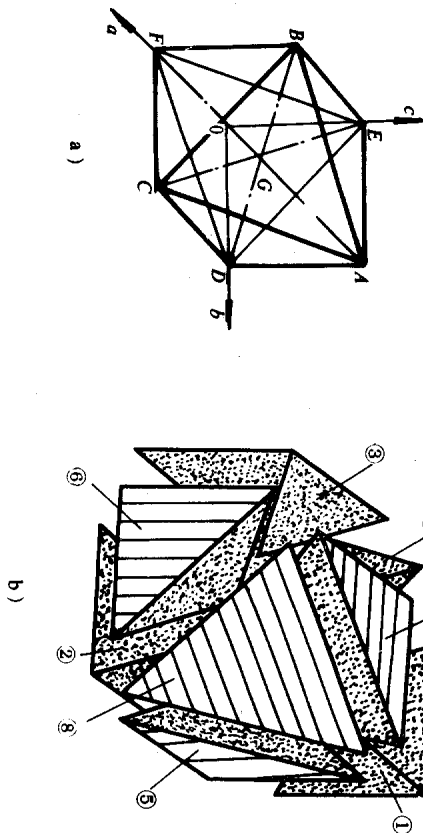


图 7

二、机构传动角极值图谱

传动角 γ 是四杆机构传力性能的主要指标,对上述八种机构都有实际意义。通常要求机构在工作过程中的传动角在 $\gamma = 90^\circ \pm 50^\circ$ 范围内变动。如图8a所示,机构传动角极大值 γ_m 常出现在原动件 a 处于机架的延长线位置上;传动角极小值 γ_0 常出现在原动件与机架重合的位置上。所以

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma_m &= \frac{b^2 + c^2 - (d+a)^2}{2bc} \\ \cos \gamma_0 &= \frac{b^2 + c^2 - (d-a)^2}{2bc} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

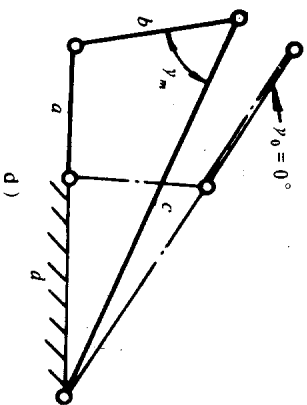
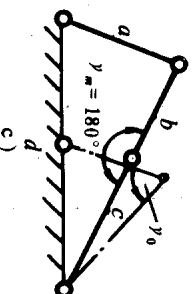
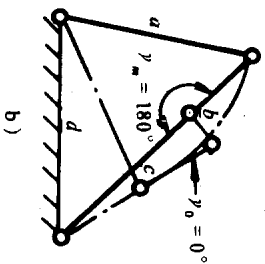
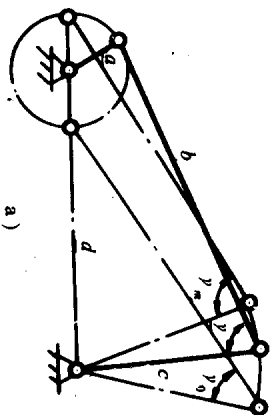


图 8

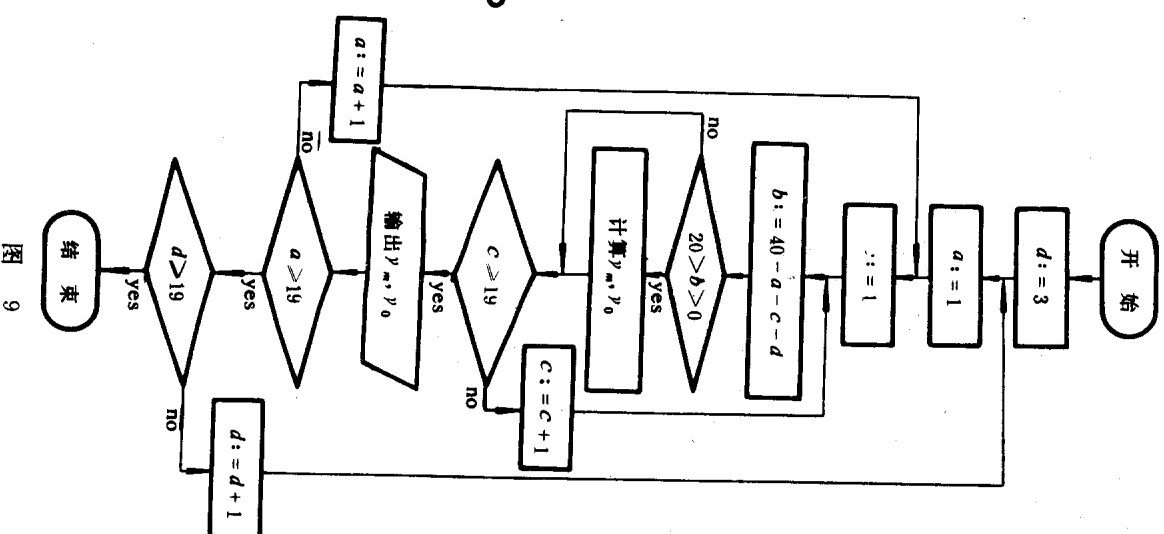


图 9

但对于某些机构,连杆 b 可能和从动件 c 重合或达到从动件 c 的延长位置上,这时 $\gamma_0 = 0^\circ$ 或 $\gamma_m = 180^\circ$ 。例如如图8b中,对于第②、③子区间的机构就是这样。对于以 d 为最大的⑦子区间双摇杆机构, $\gamma_m = 180^\circ$,而存在某一个 γ_0 ,如图8c所示。对于以 c 为最大的④子区间的机构,存在某一个 γ_m ,而 $\gamma_0 = 0^\circ$,如图8d所示。

利用电子计算机计算一系列机构的传动角的程序框图示于图9,后面图谱1~16就是所得结果。从实际得到的这些传动角图谱,如 $d = 0.5, 1.3$ 的图8a, 8b,可以看出下列几个规律。

(1) 传动角极值 γ_m, γ_0 曲线都是以 a 轴为对称的,即对应一定的 d 和 a ,交换 b, c 两值的机构和原机构的传动角极值是相同的。这一规律由公式(5)能得到证明。

(2) 传动角极值在某些机构之间有跨区间的连续性。例如 γ_m 在①、④、⑤、⑧四个区间连续变化。

(3) 对 γ_m 图谱,由式(5)也可看到,当 $(a+d)$ 一定时,随 b, c 值改变 γ_m 的变化规律是一定的。例如 $a+d = 1.7$ 时, $d = 1.3, a = 0.4$ 和 $d = 0.5, a = 1.2$ 的两组机构(都在垂直于 a 轴的直线上),随 b, c 的连续改变, γ_m 的变化对两组机构来说是有相同规律的。所以在图10上, $d = 1.3$ 时整个 γ_m 的曲线形状和 $d = 0.5$ 上 $(a+d) = 1.3 \sim 2.0$ 的 γ_m 曲线形状完全相同。换言之,图10中 $ABCD$ 和 $A'B'C'D'$ 内的 γ_m 曲线是全等的。可见对于一切 d 值的 γ_m 曲线,只要求得 $d = 0.3$ 时的 γ_m 曲线,其它 d 值的 γ_m 曲线不必再计算和重新绘制[3]。

(4) 对于 $\gamma_m < 50^\circ$ 和 $\gamma_0 > 130^\circ$ 的机构区间,一般不存在可适用的机构。按传动角要求综合机构的图谱早有发展[5, 6],但不能用于给定机构尺寸的性能分析上。

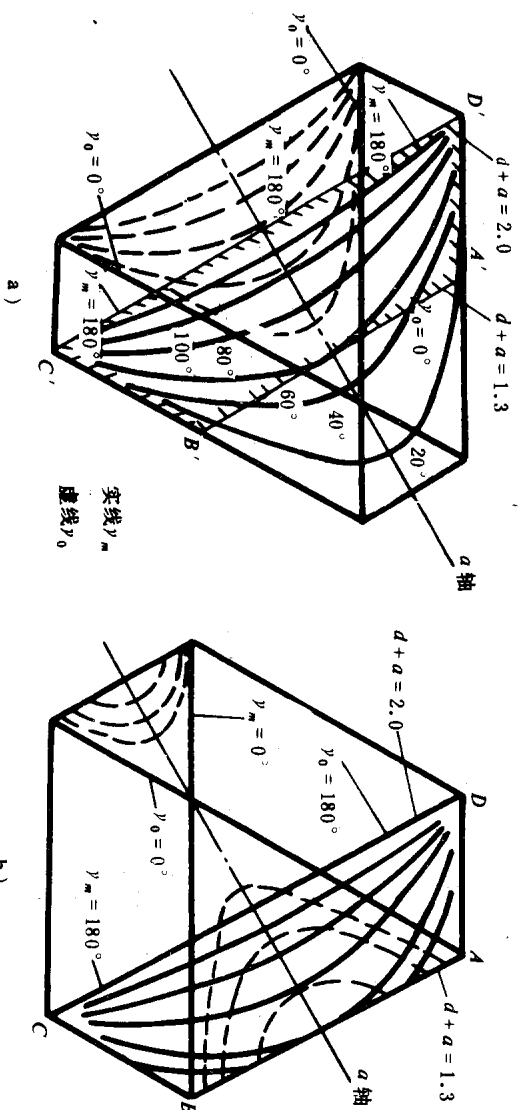


图 10

三、曲柄摇杆机构的性能图谱

曲柄摇杆机构除了传动角极值外，摇杆摆角极值、摇杆摆角大小、连杆摆角极值、连杆摆角大小、摇杆和连杆的类角速度极值、类角加速度极值等都是表示机构性能的参数。作为曲柄摇杆机构的特有参数是极位夹角，它表示机构的急回性能。对于第②子区间的曲柄摇杆机构来说，还需要考虑在满足传动角许用范围内的两连架杆摆角大小问题，这是机构适于传力作功的摇杆摆动范围。下面分别加以说明。

(一) 摇杆摆角极值和摆角大小

如图11所示，摇杆摆角极值是曲柄和连杆在一条线上的位置，所以摇杆摆角极大值 ψ_m 、极小值 ψ_0 和摆角大小 $\Delta\psi$ 分别为

$$\cos(\pi - \psi_m) = \frac{c^2 + d^2 - (b - a)^2}{2cd} \quad (6)$$

$$\cos(\pi - \psi_0) = \frac{c^2 + d^2 - (b + a)^2}{2cd} \quad (7)$$

$$\Delta\psi = \psi_m - \psi_0 \quad (8)$$

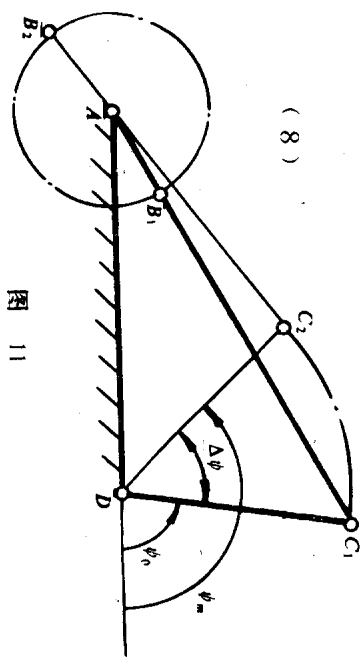


图 11

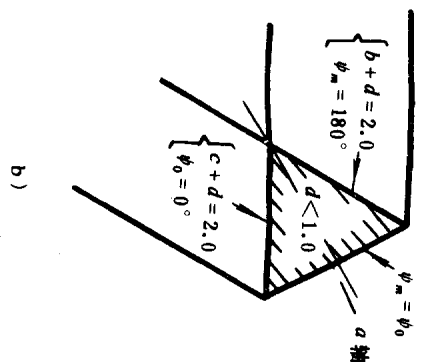
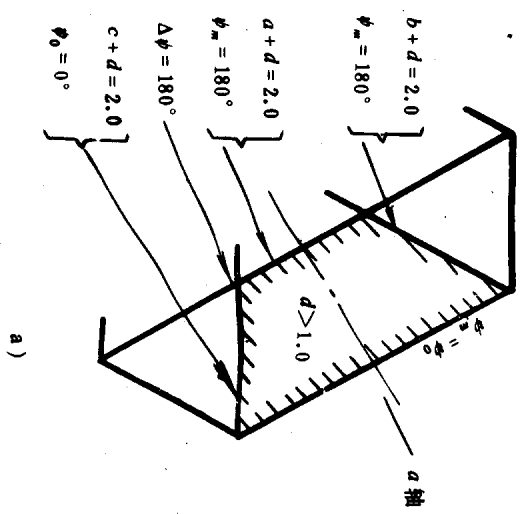


图 12

示于图12a、12b，即 $a + d = 2.0$ 和 $b + d = 2.0$ 处的 $\psi_m = 180^\circ$ ，而 $c + d = 2.0$ 处的 $\psi_0 = 0^\circ$ ；很明显，作为极限情况，当 $a = 0$ 时， $\psi_0 = \psi_m$ ，并不是 0° ，而是 $\Delta\psi = 0^\circ$ 。

作为摆角的极值， ψ_m 最大可达 180° ，而 ψ_0 最小为 0° ，因此 $\Delta\psi$ 的最大值是 180° 。还有对于给定的 d 值，当 c 一定时， $a + b = 4 - (c + d)$ 也一定，所以不管 a 、 b 之间如何变化，由式(7)可知 ψ_0 值是不变的。这说明在各个 d 值给定的平面区间图内， ψ_0 仅决定于 c 值坐标，即 ψ_0 的等高线与 c 轴垂直。这在图谱中表现得很清楚。

从一系列摇杆摆角的图谱中可以看出，当曲柄 a 小时 $\Delta\psi$ 总是小的，对应一定的 a 值，随着 b 值的减小和 c 值的增大， $\Delta\psi$ 逐步减小。当曲柄 a 的大小接近摇杆 c 、而连杆 b 接近机架尺寸 d 时，机构向平行四边形接近。摇杆摆角也接近其极限值 180° ，这就是在图12a所示第①子区间的左下角。

(二) 连杆摆角极值和摆角大小

当两连架杆平行时，连杆瞬时平动，即处于极限位置，如图13所示，因此有下列关系式：

$$\cos\beta_0 = \frac{b^2 + d^2 - (c - a)^2}{2bd} \quad (9)$$

$$\cos\beta_m = \frac{b^2 + d^2 - (c + a)^2}{2bd} \quad (10)$$

$$\Delta\beta = \beta_m - \beta_0 \quad (11)$$

比较式(6)、(9)，可以看出，将式(9)的 b 、 c 对调就成为式(6)，可见， $(\beta_0) \rightarrow (b \text{ 与 } c \text{ 对调}) \rightarrow (\pi - \psi_m)$ 。这说明为了求得 β_0 ，将机构的 b 、 c 尺寸对调后，查 ψ_m 图谱，然后求其补角便是。同样式(7)、(10)也有类似关系，所以， $\Delta\beta =$

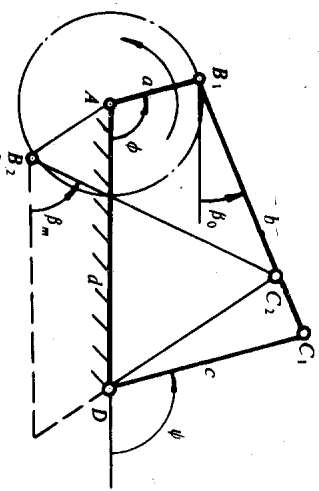


图 13

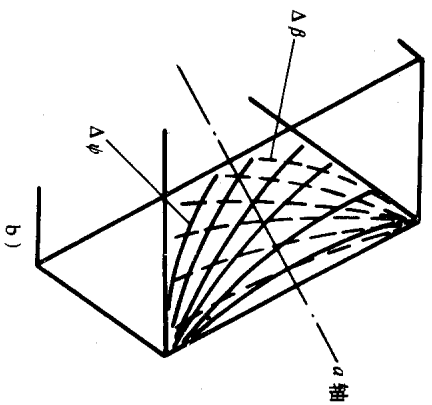
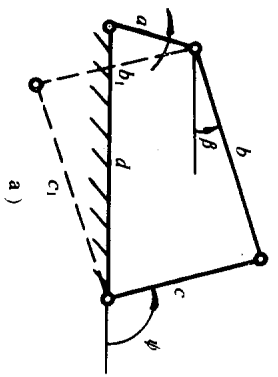


图 14

$\Delta\psi$ (b, c 对调)。

上述关系说明 β 角的极值和摆角大小不必单独绘制图谱, 可以利用摇杆摆角图谱查找。这种关系还可以直接从图 14a 中得到形象的表示, 原机构为 a, b, c, d , 经过 b, c 对换后的机构为 a, b, c_1, d , 但 $b_1 = c, c_1 = b$ 。由于 bc_1b_1 是平行四边形, $b_1 \parallel c, c_1 \parallel b$, 所以原机构 b 的摆角大小和对换后机构的 c_1 摆角大小相等, 连杆 b_1 的摆角大小和原机构 c 的摆角大小相等。如图 14b 所示, $\Delta\beta$ 图谱和 $\Delta\psi$ 图谱是以 a 轴为对称的。经 b, c 对调后两组曲线重合。 β_0 和 ϕ_0, ψ_m 也有同样关系。

(三) 从动杆为曲柄的曲柄摇杆机构的许用摆角
许用摆角 (φ)、(ψ)。见图谱 34~55。

第②子区间的机构和第①子区间正好是两连架杆对调位置, 在平面区间图上处于以 b 轴为对称的位置上。因此原动件的摆角极值和摆角大小与第①子区间相同, 不过由于机构所摆放的形式 (原动杆在左侧) 和符号不同, 用第①子区间图谱时, 对照图 15, 有 $\varphi_0 \rightarrow (\pi - \psi_m)$ 、 $\varphi_m \rightarrow (\pi - \phi_0)$ 、 $\Delta\varphi = \Delta\psi$ 。

在应用②子区间的机构时, 需要知道传动角在许用值以内的两连架杆摆角范围, 这是传力作功的合适范围。如图 15 所示, $(\gamma_0) = 40^\circ$ 时, 对应着两连架杆的初始许用摆角位置 (φ)₀ 和 (ψ)₀, $(\gamma_m) = 140^\circ$ 对应着两连架杆的终端许用摆角位置 (φ)_m、(ψ)_m。令 $f_0 (=B_1D)$ 、 $f_m (=B_2D)$ 分别为下式

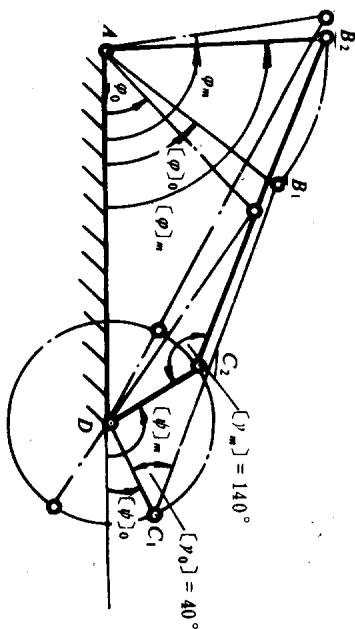


图 15

$$f_0 = (b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 40^\circ)^{\frac{1}{2}}$$

$$f_m = (b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 140^\circ)^{\frac{1}{2}}$$

可以用下列各式计算 (φ) 和 (ψ)

$$\left. \begin{aligned} (\varphi)_0 &= \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + d^2 - f_0^2}{2ad} \right) \\ (\varphi)_m &= \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + d^2 - f_m^2}{2ad} \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} (\psi)_0 &= \cos^{-1} \left(\frac{a^2 - f_0^2 - d^2}{2f_0d} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{f_0^2 + c^2 - b^2}{2cf_0} \right) \\ (\psi)_m &= \cos^{-1} \left(\frac{a^2 - f_m^2 - d^2}{2f_md} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{f_m^2 + c^2 - b^2}{2cf_m} \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(四) 类角速度极值

由图 13 可知, 若设 $f = (a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}$, φ 给定后, 有

$$\psi = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 - c^2 - f^2}{2cf} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{a \cdot \sin \varphi}{f} \right) \quad (14)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + f^2 - c^2}{2bf} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{a \cdot \sin \varphi}{f} \right) \quad (15)$$

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{a \cdot \sin(\varphi - \beta)}{c \cdot \sin(\psi - \beta)} \quad (16)$$

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = \frac{a \cdot \sin(\varphi - \psi)}{b \cdot \sin(\psi - \beta)} \quad (17)$$

如同前面所述, 连杆摆角图谱不必绘制, 可借用摇杆摆角图谱查得一样, 连杆类角速度极值图谱也可以通过对换 b, c , 从摇杆类角速度极值图谱上查得, 即当两机构 a, b, c, d 和 a, b_1, c_1, d 中 $b_1 = c, c_1 = b$ 时, $\frac{d\beta_1}{d\varphi_1} = \frac{d\psi}{d\varphi}$, 例如对于机构 $a = 0.2, b = 1.2, c = 1.7, d =$

0.9, 从 $\frac{d\psi}{d\varphi}$ (图谱 60) 查得 $\left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)_m = 0.18, \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)_0 = -0.33$, 所以得知 $a = 0.2, b = 1.7,$

$c = 1.2, d = 0.9$ 机构的 $\left(\frac{d\beta}{d\varphi} \right)_m = 0.18, \left(\frac{d\beta}{d\varphi} \right)_0 = -0.33$ 。这一规律对其它子区间也适用

一般地, $\frac{d\psi}{d\varphi}$ 极值随 a 的增加而波动变大, 即两极值差变大。

(五) 类角加速度极值

可以导出摇杆、连杆的类角加速度计算式如下:

$$\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = \frac{a \cdot \cos(\varphi - \beta) + b \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)^2}{c \cdot \sin(\psi - \beta)} - \csc(\psi - \beta) \cdot \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)^2 \quad (18)$$

$$\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} = \frac{-a \cdot \cos(\varphi - \psi) + c \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)^2}{b \cdot \sin(\beta - \psi)} - \csc(\beta - \psi) \cdot \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)^2 \quad (19)$$

如前同样情况, 可以证明 b, c 两值对调后 $\left(\frac{d^2\beta_1}{d\varphi_1^2} \right) = -\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$, 由于差一个符号, 所以

极值有如下关系:

$$\left(\frac{d^2\beta_1}{d\varphi_1^2} \right)_0 = -\left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_m, \left(\frac{d^2\beta_1}{d\varphi_1^2} \right)_m = -\left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_0$$

例如对于机构 $a = 0.2, b = 1.2, c = 1.7, d = 0.9$, 从 $\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$ (图谱 69) 上查得 $\left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_m$

$= 0.33, \left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_0 = -0.35$, 由此得知机构 $a = 0.2, b = 1.7, c = 1.2, d = 0.9$ 的 $\left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} \right)_m$

$= 0.35, \left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} \right)_0 = -0.33$ 。反过来, 当查得机构 $a = 0.2, b = 1.7, c = 1.2, d = 0.9$ 的 $\left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_m$

$= 0.58, \left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_0 = -0.33$, 便知机构 $a = 0.2, b = 1.2, c = 1.7, d = 0.9$ 的 $\left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} \right)_0 = -0.58,$

$\left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} \right)_m = 0.33$ 。从图谱上能清楚地看出, $\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$ 极值随原动杆 a 的增大而波动变大, 亦即极值的

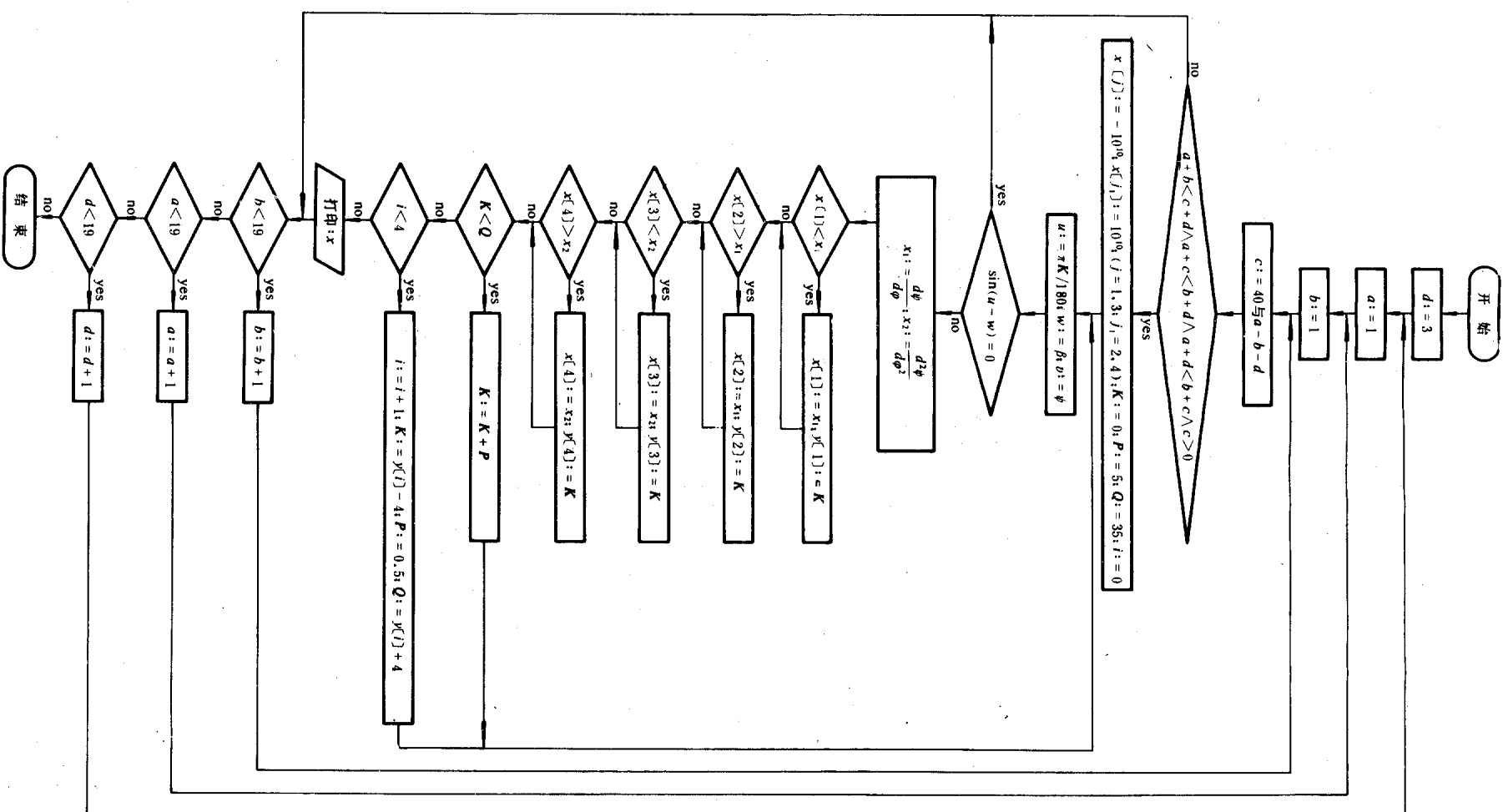


图 16

绝对值都增大, 表现出与 $\frac{d\psi}{d\varphi}$ 有相类似的规律。

至于类角速度和类角加速度极值的求法, 如果对式 (16)、(18) 进一步求导数为零时所对应的 φ 值, 这是十分困难的。运用电子计算机求极值时, 可以采用一维搜索法, 只要控制最后的步长, 可以取得足够精确的结果。具体做法是对应曲柄摇杆机构 φ 在 0° 到 360° , 可以每隔 5° 计算一个 $\frac{d\psi}{d\varphi}$, 通过比较法取其最大和最小值, 然后以 0.5° 的步长在最大、最小值所对应的 φ 角附近 $\pm 4^\circ$ 范围内做进一步搜索。编制计算机源程序的框图示于图 16 中。

(六) 极位夹角

令曲柄摇杆机构的摇杆处于极限位置时的连杆倾角为 θ_m 和 θ_0 , 如图 17 所示, 有

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta_m &= \frac{d^2 + (b-a)^2 - c^2}{2d(b-a)} \\ \cos \theta_0 &= \frac{d^2 + (b+a)^2 - c^2}{2d(b+a)} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\Delta \theta = \theta_m - \theta_0 \quad (21)$$

在这里极位夹角 $\Delta \theta$ 视机构尺寸, 可能为正, 如图 17a 所示; 可能是 0° , 如图 17b 所示; 还能是负, 如图 17c 所示。

由于 $\Delta \theta = 0^\circ$ 是没有急回性能的机构, 具有特点, 并且在绘制 $\Delta \theta$ 图谱时, 对 $\Delta \theta = 0^\circ$ 的曲线位置也感兴趣, 有分析的必要。由 $\theta_m = \theta_0$ 可得 $\Delta \theta = 0^\circ$ 的条件为

$$\frac{d^2 + (b-a)^2 - c^2}{2d(b-a)} = \frac{d^2 + (b+a)^2 - c^2}{2d(b+a)} = 0$$

而 a 为最小, $b^2 - a^2 > 0$, 上式分母为正, 所以 $\Delta \theta = 0^\circ$ 的条件是

$$a^2 + d^2 = b^2 + c^2 \quad (22)$$

这说明 $\Delta \theta = 0^\circ$ 的机构, 由于 a 为最小, 则 d 必为最大, 所以只有 $d > 1.0$ 的曲柄摇杆机构才可能出现 $\Delta \theta = 0^\circ$ 的机构。又由式 (22) 可知这类机构在 $\varphi = 90^\circ$ 、 $\gamma = 90^\circ$ 时, 四个铰链点 $A B C D$ 在同一个圆周上, 如图 18a 所示, 为了求得 $\Delta \theta = 0^\circ$ 曲线在给定 d 值区间图内的坐标, 可利用式 (22) 和下式联立求解

$$a + b = 4 - (c + d)$$

改变式 (22) 的形式

$$b^2 - a^2 = (b+a)(b-a) = d^2 - c^2$$

$$\text{所以 } b - a = \frac{d^2 - c^2}{4 - (c + d)}$$

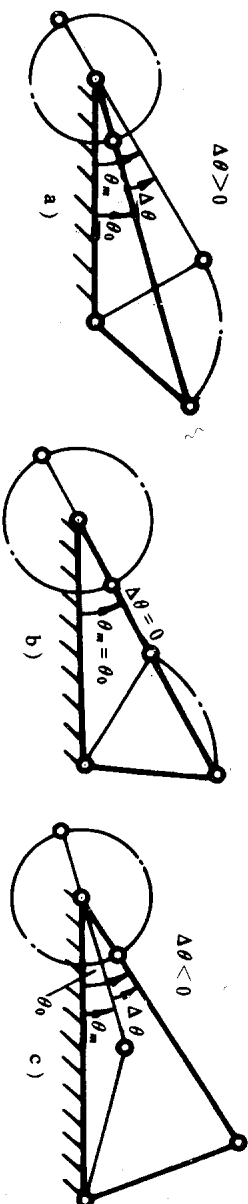


图 17

最后可得

$$b = \frac{1}{2} \left(4 - (c+d) + \frac{d^2 - c^2}{4 - (c+d)} \right) \quad (23)$$

$$a = \frac{1}{2} \left(4 - (c+d) - \frac{d^2 - c^2}{4 - (c+d)} \right) \quad (24)$$

由这两式，在 d 值给定时，每对应一个 c 值就可以算得相应的 a 、 b 坐标。例如当 $d = 1.3$ 、 $c = 0.8$ 时，得 $a = 0.6737$ 、 $b = 1.2263$ 。这就是图 18b 中 K 点的坐标。同理可以求得 $\Delta\theta = 0^\circ$ 的曲线，以此为界，在平面区间图内左侧为 $\Delta\theta < 0^\circ$ 、右侧为 $\Delta\theta > 0^\circ$ 。尽管 $\Delta\theta \neq 0^\circ$ 区间内的曲线是很不规则的，但可以证明 $\Delta\theta = 0^\circ$ 曲线是以 a 轴为对称的。因为在式 (22) 中， a 、 d 定值时， b 、 c 两值交换， $\Delta\theta = 0^\circ$ 的条件不发生变化。

纵观极位夹角图谱 27~33，在 $d > 1.0$ 的部分，基本上呈现马鞍形变化规律，在 a 小或特大的区域内 $\Delta\theta$ 小，在 b 和 c 较小的区域内 $\Delta\theta$ 大。随着 d 值的增大， $\Delta\theta < 0^\circ$ 的区域逐渐扩大。在

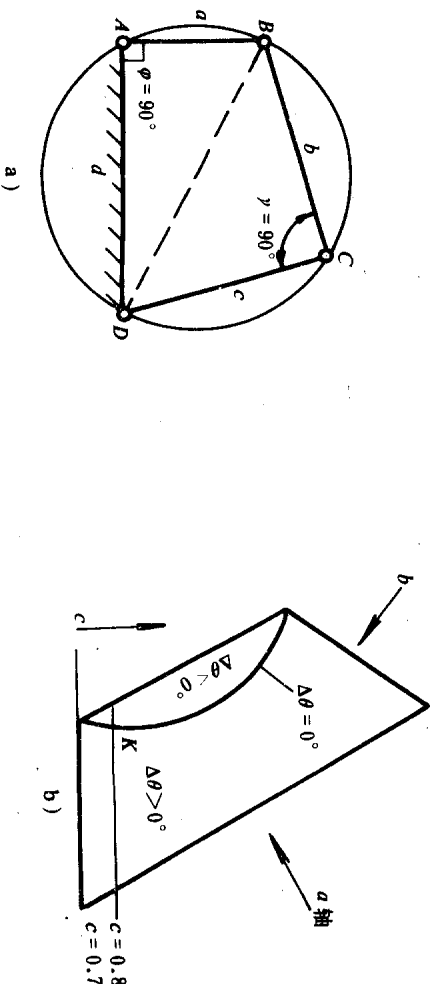


图 18

四、双曲柄机构的性能图谱

双曲柄机构除了传动角极值、类角速度极值、类角加速度极值等图谱可按已述方法制作外，还有一个重要的特殊性能指标，这就是急回系数 K 。双曲柄机构两连架杆都能回转整周，但对应原动杆的匀速转动，从动杆做时快时慢的变速转动。因此这里的急回系数是指从动杆比原动杆快转时的平均角速度和慢转时的平均角速度之比值。如图 19 所示，当连杆处于与机架平行时，连杆和机架的交点在无穷远处，两连架杆瞬时角速度相等，当原动杆由 B_1 逆时针转到 B_2 时，从动杆由 C_1 转到 C_2 属于慢转阶段。设两连架杆对应转角分别为 $\Delta\varphi_1$ 、 $\Delta\psi_1$ ，取 $AE_1 = AE_2 = b$ ，有

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= \angle C_1 E_1 D + \pi - \angle A E_2 C_2 \\ &= \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + (b-d)^2 - c^2}{2a(b-d)} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - (b+d)^2}{2a(b+d)} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

$d < 1.0$ 时，不存在 $\Delta\theta < 0^\circ$ 的情况， $\Delta\theta > 0^\circ$ 且急回性能最显著的区域在 b 较小的部分，但这个区域的最小传动角也过小。 $\Delta\theta$ 最动荡不定的区域是 b 小而 a 大的角落，对于 a 、 b 的少量变化都会引起 $\Delta\theta$ 的显著变化，机构急回性能不稳。

过去已有的曲柄摇杆机构性能图谱表示在直角坐标上 [7,8,9]，而综合指标图谱较少 [5,10]

查图谱实例

今有纺织机械中的码布机构相对尺寸 a 、 b 、 c 、 d 分别为 0.34、1.45、0.70、1.51，试求：

(1) 传动角极值 γ_m 、 γ_0

按 $d = 1.50$ 计，由图谱 13 可查得此机构位于第 ① 子区间内，为曲柄摇杆机构，传动角近似值为 $\gamma_m = 116^\circ$ ， $\gamma_0 = 51^\circ$ ，这说明该机构传力性能始终良好。

(2) 摇杆摆角极值和摆角大小 ψ_m 、 ψ_0 、 $\Delta\psi$

由图谱 21 可得从动杆摆角极值 $\psi_m = 136^\circ$ 、 $\psi_0 = 75^\circ$ 、 $\Delta\psi = \psi_m - \psi_0 = 61^\circ$ ，或由图谱 52 得 $\Delta\psi = 62^\circ$ 。

(3) 连杆摆角极值和摆角大小 β_m 、 β_0 、 $\Delta\beta$

按机构 $a = 0.35$ 、 $b = 0.70$ 、 $c = 1.45$ 、 $d = 1.50$ ，从图谱 21 中查得 ψ_m 、 ψ_0 后，可得 $\beta_0 = 180^\circ - \psi_m = 180^\circ - 167^\circ = 17^\circ$ ， $\beta_m = 180^\circ - \psi_0 = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$ ， $\Delta\beta = \beta_m - \beta_0 = 25^\circ$ ；也可按图谱 52 查得 $\Delta\beta = 30^\circ$ 。

(4) 类角速度极值及类加速度极值 $\frac{d\psi}{d\varphi}$ 、 $\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$

由图谱 64 可查得 $\left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)_m \approx 0.46$ ， $\left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)_0 \approx -0.50$ ；由图谱 72 可查得 $\left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_m \approx 0.75$ ， $\left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)_0 \approx -0.46$ 。

(5) 极位夹角 $\Delta\theta$

由图谱 31 可查得 $\Delta\theta \approx 3.5^\circ$

$$\Delta\psi_1 = \pi - \angle C_1 D E_1 + \angle E_2 D C_2$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{a^2 - c^2 - (b-d)^2}{2c(b-d)} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{c^2 + (b+d)^2 - a^2}{2c(b+d)} \right) \quad (26)$$

设慢转时的平均类角速度为 $\bar{\omega}_0$ ，快转时的平均类角速度为 $\bar{\omega}_m$ ，有

$$\bar{\omega}_0 = \frac{\Delta\psi_1}{\Delta\varphi_1}, \quad \bar{\omega}_m = \frac{2\pi - \Delta\psi_1}{2\pi - \Delta\varphi_1}$$

故得急回系数 K 的表达式如下 ($K > 1$)

$$K = \frac{\bar{\omega}_m}{\bar{\omega}_0} = \frac{(2\pi - \Delta\psi_1) \Delta\varphi_1}{(2\pi - \Delta\varphi_1) \Delta\psi_1} \quad (27)$$

利用上述关系式，可在计算机上求得一系列 d 值的各个机构的 K 值，画入平面区间图内。由图谱

25~27可以看出急回系数 K 和机构尺寸之间有下列规律。

(1) 在一定 d 值的平面区间图内, b 越大, K 也越大;

(2) 当 b 一定时, d 越大, K 也越大;

(3) K 曲线以 b 轴为对称。这说明两连架杆尺寸对调,急回性能不变。

在⑧子区间内的双曲柄机构和①子区间内的曲柄摇杆机构一样,存在有传动角极大值 γ_m 和极小值 γ_0 。从传动角极值图谱上可以看出当 $d > 0.7$ 时,由于 γ_0 过小而 γ_m 过大,即传动角大小波动加大,很难说有适用的双曲柄机构,但如果在

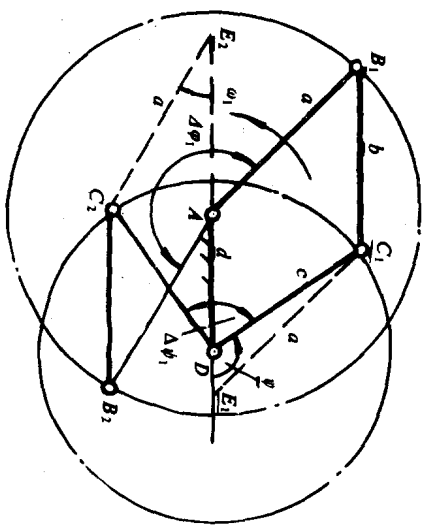


图 19

五、双摇杆机构的性能图谱

共有五个子区间是双摇杆机构,对每个子区间来说传动角极值图谱已在前面第二章中讨论过。

连杆摆角大小、类角速度极值 $\frac{d\beta}{d\varphi}$ 和类角加速度极值 $\frac{d^2\beta}{d\varphi^2}$ 如前面第三章曲柄摇杆机构中所讨论的

规律照样适用。所以这里仅讨论两连架杆摆角的可能极值和传动角许用范围内的摆角极值问题。下面按各个子区间分别加以分析和说明。

(一) 第3子区间

以连杆 b 为最短杆的双摇杆机构,在③子区间的连杆能够回转 360° ,如同②子区间的从动杆一样。这个子区间的原动杆可能摆角极限位置为(见图20)

$$\cos \varphi_0 = \frac{a^2 + d^2 - (c-b)^2}{2ad} \quad (28)$$

$$\cos \varphi_m = \frac{a^2 + d^2 - (c+b)^2}{2ad} \quad (29)$$

从动杆的摆角极限位置为

$$\cos \psi_0 = \frac{(a+b)^2 - c^2 - d^2}{2cd} \quad (30)$$

$$\cos \psi_m = \frac{(a-b)^2 - c^2 - d^2}{2cd} \quad (31)$$

这类机构的两连架杆都在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 之内的一定范围摆动,它的 ψ (φ) 曲线如图21a所示是一个封闭曲线。对于在传动角许用范围 $40^\circ \leq \gamma \leq 140^\circ$ 内的摆角极值来说,如图21b所示,令

$$L_1^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 40^\circ$$

$$L_2^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 140^\circ$$

有原动杆许用摆角极值 $(\varphi)_0$ 、 $(\varphi)_m$ 如下式

有限的角度内作为双摇杆机构使用还是可能的。

双曲柄机构的 $(\frac{d\psi}{d\varphi})$ 极值图谱并不以 b 轴为对称,随 b 值的增大而加剧波动(见图谱56~64)。有的综合用的图谱可以同时满足三项指标[11]。

查图谱实例

已知双曲柄机构的尺寸 $a = 1.4$ 、 $b = 1.3$ 、 $c = 0.8$ 、 $d = 0.5$,试求其传动角极值和急回系数 K 值。

由图谱3可查得 $\gamma_m = 129^\circ$ 、 $\gamma_0 = 43^\circ$ 。

由图谱36得 $\Delta \varphi_1 = 182^\circ$,由图谱47得 $\Delta \psi_1 = 115^\circ$,则

$$K = \frac{(360 - 115) \cdot 182}{(360 - 182) \cdot 115} = 2.18$$

直接查图谱26,可得 $K = 2.2$ 。

令

$$\gamma_K = \cos^{-1} \left(\frac{(a+b)^2 + c^2 - d^2}{2(a+b) \cdot c} \right)$$

如果 $\gamma_K \geq 40^\circ$,则 $(\psi)_0 = \psi_0$;而 $\gamma_K < 40^\circ$ 时,有

$$(\psi)_0 = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{d^2 + L_1^2 - a^2}{2dL_1} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{c^2 + L_1^2 - b^2}{2cL_1} \right) \quad (34)$$

$(\psi)_m$ 与 γ_K 大小无关,有

$$(\psi)_m = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{d^2 + L_2^2 - a^2}{2dL_2} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{c^2 + L_2^2 - b^2}{2cL_2} \right) \quad (35)$$

这里所得的 $(\psi)_0$ 、 $(\psi)_m$ 是指图21a中的 A 、 B 两点,至于 A' 、 B' 两点所对应的 ψ 角相当于两连架杆处于交叉的状态,用途较少,不予考虑。

由图谱17~24、27~32可以看出,这类机构随连杆 b 长度的增大,两连架杆的摆角大小也增大;从动杆 c 减小时,摆动角度则增大。

查图谱实例

求梳棉机上清花机构 $a = 1.62$ 、 $b = 0.23$ 、 $c = 0.55$ 、 $d = 1.60$ 的两摇杆可能摆角范围。

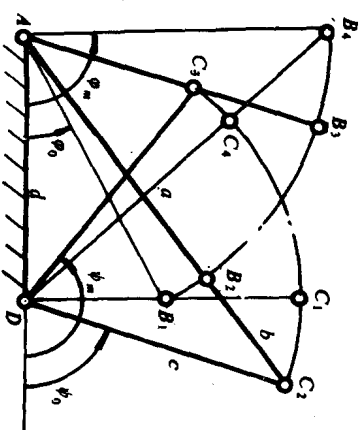


图 20

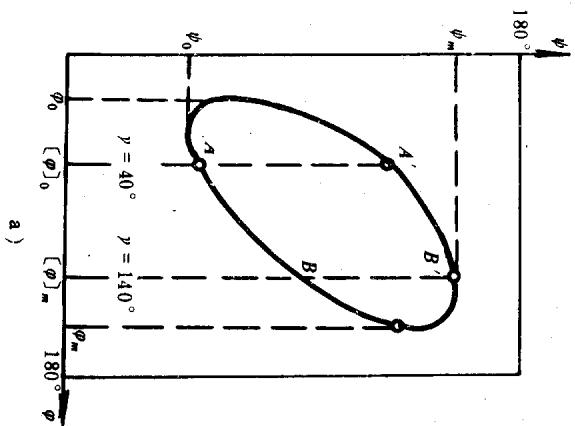
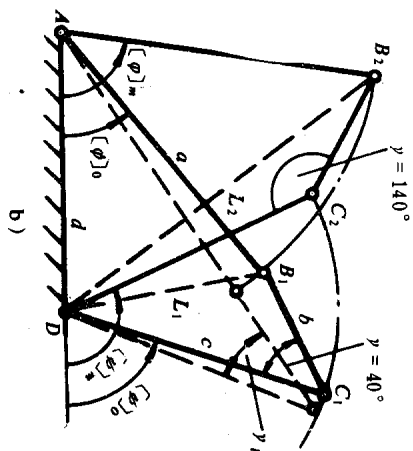


图 21



由图谱22, 对于 $d = 1.6$ 的双摇杆机构 (第③子区间), 可得 $\Delta\psi = 48^\circ$, $\psi_0 = 70^\circ$ 。再由图谱31、32, 按 $d = 1.5$ 和 $d = 1.7$, 参照后面谈及的插值法, 或者利用图谱22第③子区间的 $\Delta\psi$, 考虑 $\Delta\psi$ 、 $\Delta\varphi$ 是以 b 轴为对称的, 按 $a = 0.55$ 、 $c = 1.62$ 查得 $\Delta\psi$ 后, 可得 $d = 1.6$ 时的 $\Delta\varphi = 16^\circ$, $\varphi_0 = 12.5^\circ$ 。

实际计算结果是 $\Delta\varphi = 16.65^\circ$, $\varphi_0 = 11.38^\circ$, $\Delta\psi = 50.46^\circ$, $\psi_0 = 71.45^\circ$ 。对比之下可见图谱谱的误差一般在 2° 以内或相对误差在 $5 \sim 8\%$ 之间。

如果对比一下第①、③两子区间的 φ_0 、 $\Delta\varphi$ 、 ψ_m 、 $\Delta\psi$ 曲线图形状, 不难看出分布规律和形状的一致性。例如图谱31的第③子区间的 φ_0 可用图谱21的第①子区间 ψ_m 转 120° 而得, $\varphi_0 = 180^\circ - \psi_m$ 。图谱31的③子区间的 $\Delta\varphi$ 可用图谱52的①子区间的 $\Delta\psi$ 并转 120° 得到。这是因为两机构之间存在机架转换关系。

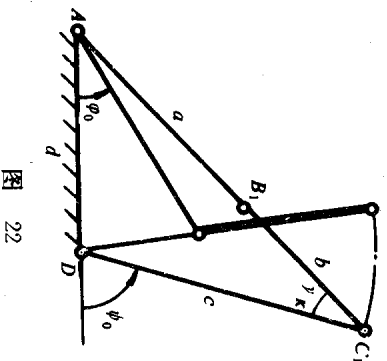


图 22

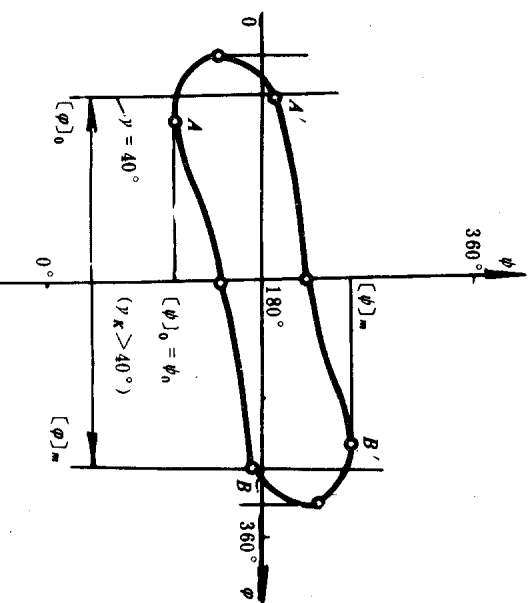


图 23

(二) 第④子区间

以从动杆 c 为最大的双摇杆机构, 如果机构运用从动杆的惯性或短时交换原动杆, 使之能顺利越过死点, 则这类机构的两连架杆都可以在 180° 的上下对称摆动到某一极限位置。这时, $\varphi_m = -\varphi_0$ (或 $\varphi_m = 360^\circ - \varphi_0$), $\psi_m = -\psi_0$ (或 $\psi_m = 360^\circ - \psi_0$), 而 φ_0 、 ψ_0 如图22所示, 有如公式 (28)、(30)。该机构的 $\psi(\varphi)$ 运动线图有如图23所示的式样, ψ 、 φ 都以 180° 为中心呈对称型曲线。当 $\gamma_m \leq 140^\circ$ 时, 原动杆在许用传动角范围内可以越过 180° , 这时的两连架杆许用摆角示于图23中的A、B两点, 此时机构位置如图24所示, 有

$$L_1^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 40^\circ$$

$$\cos(\varphi)_0 = \frac{a^2 + d^2 - L_1^2}{2ad}$$

上式与式 (32) 相同, 但 $(\varphi)_m = -(\varphi)_0$, (或 $(\varphi)_m = 360^\circ - (\varphi)_0$), 而

$$\cos \gamma_K = \frac{(a+b)^2 + c^2 - d^2}{2(a+b)c}$$

若 $\gamma_K \geq 40^\circ$, 则 $(\psi)_0 = \psi_0$; 若 $\gamma_K < 40^\circ$, 则

$$(\psi)_0 = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{d^2 + L_1^2 - a^2}{2dL_1} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{c^2 + L_1^2 - b^2}{2cL_1} \right)$$

上式与式 (34) 相同, 而

$$(\psi)_m = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{c^2 + L_2^2 - b^2}{2cL_2} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{d^2 + L_2^2 - a^2}{2dL_2} \right) \quad (36)$$

只有当 a 很大时, 才可能出现 $\gamma_m > 140^\circ$ 的情况, 这时 $(\varphi)_m$ 越不过 180° 。考虑上下对称性, 许用摆角范围在图23的曲线上占有上下两段, 摆角范围减小, 适用性不大, 所以在现有性能图谱中未予考虑。

从所绘制的图谱中得知, 该机构随从动杆 c 的增加, 原动杆摆角大小加大而从动杆自身摆角大小下降, 而 ψ_0 仅决定于 c 值 (当 d 值给定时), c 越大 ψ_0 也越大, 从图谱上还可以明显看出这是一个跨区间的规律。

在许用传动角范围内, 原动杆摆角大小主要决定于从动杆杆长, 而与从动杆自身杆长关系不大; 从动杆摆角大小却随原动杆杆长的增加和从动杆杆长的减小而增大。

查图谱实例

已知汽车起重机上起重限制器机构的相对尺寸为 $a = 0.40$, $b = 0.57$, $c = 1.63$, $d = 1.40$, 求它的 φ_0 、 φ_m 和 ψ_0 、 ψ_m 。

由图谱20、21, 按插值法, 对于 $d = 1.3$, 1.5 有 $\psi_0 = 141^\circ$ 及 146° , 所以 $d = 1.40$ 取其平均值得 $\psi_0 = 143.5^\circ$, $\psi_m = 360^\circ - 143.5^\circ = 216.5^\circ$ 。又由图谱30、31, 对于 $d = 1.3$, 1.5 , 有 $\varphi_0 \approx 50^\circ$ 及 0° , 取其平均值近似可得 $\varphi_0 = 25^\circ$ 及 $\varphi_m = 360^\circ - 25^\circ = 335^\circ$ 。再求许用值 $(\varphi)_0$, 有 $d = 1.3$ 时

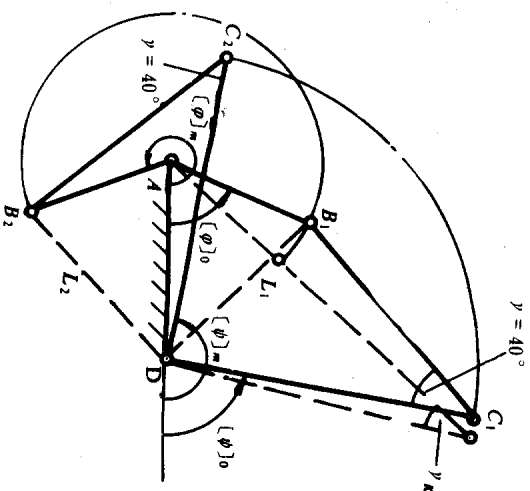


图 24