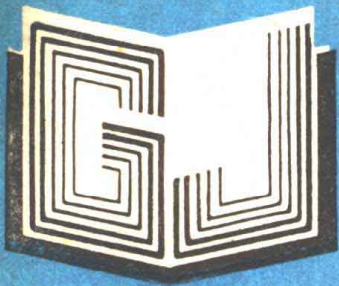


939180

TK223.2  
2213

出



高等学校教材

# 燃烧流体力学

浙江大学 岑可法 樊建人 合编



高等学校教材

---

# 燃烧流体力学

浙江大学 岑可法 樊建人 合编

水利电力出版社

(京)新登字115号

### 内 容 提 要

本书系统地阐述了燃烧流体力学的理论基础及基本的计算方法。全书共分六章：第一、二章阐述燃烧流体力学的基本计算方法和气固多相流动的理论基础，为以后各章的实际应用提供理论根据；第三章讨论了工程应用的煤粉多相射流的理论，并力图总结出实用的计算公式；第四章专门讨论了旋转射流的类型及其组合的原理，是旋流燃烧器的设计基础；第五章研究了煤粉着火过程的机理，着重用燃烧流体力学的观点总结了近年来国内外燃用劣质煤时强化着火的各种新概念、新成果及其计算方法；第六章研究了我国应用十分普遍的四角切向燃烧锅炉的炉内空气动力特性及气固多相流动过程，并讨论了不同运行方式的影响。

书中汇集了作者多年来在该研究领域内的教学和科研成果，同时还引用了国内外近年来的新概念和新成果，因而本书更具有实用指导价值。

本书可作为电厂热动力、工程热物理、热能工程等专业研究生和本科生的教材，可供动力、化工、冶金、建材、航天、轻工等专业从事炉、窑设计和运行的工程技术人员参考。

高等学校教材

### 燃 烧 流 体 力 学

浙江大学 岑可法 樊建人 合编

\*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

\*

787×1092毫米 16开本 21.5印张 488千字

1991年9月第一版 1991年9月北京第一次印刷

印数0001—2120册

ISBN 7-120-01348-3/TK·229

定价5.60元

# 前 言

我国现有几十万台电站锅炉、工业锅炉以及为数众多的工业窑炉和各种形式的燃烧装置，每年耗用大量的燃料。提高燃烧效率、设计出新的炉型、优化炉窑的运行特性、预防事故的发生、提高设备的可靠性和经济性的关键是，对炉内的燃烧流体力学问题要有深入的了解，能提出合理的计算方法与设计方案，并制定较佳的运行方式。炉内燃烧流体力学是一门交叉学科。它与物理学、化学、流体力学、燃烧学、传热传质学、数值计算方法、测试技术，以及炉、窑原理等学科交叉，涉及到具有化学反应、不等温、变质量、变直径的复杂气固多相湍流流动过程，同时又和炉子结构有密切关系。尽管生产实践十分需要，国内外文献资料也不少，但燃烧流体力学的发展还不太成熟，并且缺乏系统的、由浅入深的、能结合实际工程问题进行分析计算的教材。本书作者从六十年代初开始，为研究生、大学生编写了部分讲义，并开设燃烧流体力学有关课程和选修课。近年来，又开辟了燃烧流体力学的研究方向，发展了计算机辅助数值试验（CAT）的方法，努力为锅炉及窑炉的设计、运行服务。在能源部高等学校热能动力类专业教学委员会锅炉组的编审委员们的帮助和鼓励下，根据国内外积累的有关资料，结合近年来作者的教学和科研实践，编写了这本书。

在编写过程中，力图理论结合工程实际，并通过试验研究和计算机数值试验分析，对燃烧流体力学的高深理论总结和回归出工程能应用的简化计算方法和公式。这是一个初步的尝试，很不完善，敬请读者提出宝贵意见。此外，我们还引用了国内不少高等院校、科研单位和制造厂、电力部门的成果。这些成果使本书内容得到进一步的充实和完善，在此我们表示深切的谢意。本书在编写过程中得到了浙江大学热能工程研究所同事和研究生的支持，特别是沈珞婵、朱依杰、吴小华、王月明、赵华、张龙妙、罗卫红、喻平、徐宏杰、金军等同志，和作者紧密合作，在本书不少地方引用了共同的研究成果，使本书生辉不少。蒙重庆大学王致均教授在百忙之中主审本书，并提出了很多宝贵意见，在此一并深表感谢！

由于本书篇幅有限，不可能概述更多的计算方法和计算公式的推导过程以及详细的炉、窑结构设计等问题，如读者想进一步了解详细的炉、窑结构设计和运行等方面的知识，可参考《煤粉燃烧器设计及运行》（何佩整、赵仲琥、秦裕琨编著，机械工业出版社，1987）一书，如需进一步了解各计算公式的推导及计算方法，则可参阅《工程气固多相流动理论及计算》（岑可法、樊建人著，浙江大学出版社，1990）一书。

燃烧流体力学正在迅速地发展，限于作者的水平，书中的错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

岑可法 樊建人

1990年7月于浙江大学求是园

# 目 录

## 前 言

第一章 燃烧流体力学的基本理论及其数值计算方法 .....	1
第一节 炉内湍流流动的基本特点 .....	1
第二节 燃烧湍流流动的输运方程 .....	6
第三节 湍流模型 .....	9
第四节 数值计算的基本方法 .....	13
第二章 燃料颗粒的受力分析和多相流动理论基础 .....	23
第一节 燃料颗粒在炉内运动时所受的作用力 .....	23
第二节 燃料颗粒运动时的阻力系数 .....	32
第三节 多相流动的模型及其描述方法 .....	36
第四节 煤粉颗粒在湍流脉动气流中运动时的轨迹计算 .....	47
第三章 炉内煤粉射流的流动及计算 .....	52
第一节 自由射流的原理及计算 .....	52
第二节 气固多相自由射流的理论及计算 .....	61
第三节 多相受限射流的流动特性及计算 .....	73
第四节 喷入平行运动气流中(伴随流)的气固多相射流特性及计算 .....	81
第五节 环形和同轴多相射流的流动特性及计算 .....	92
第六节 矩形射流的流动特性及计算 .....	109
第七节 平行射流组的流动特性及计算 .....	115
第八节 交叉射流的流动特性及计算方法 .....	120
第四章 旋流燃烧器的空气动力特性及计算 .....	134
第一节 旋流燃烧器的类型 .....	134
第二节 旋流燃烧器的空气动力特性参数 .....	138
第三节 旋转气流的特性 .....	147
第四节 强旋转射流的数值计算 .....	158
第五节 环状旋流燃烧器的气流结构特性 .....	159
第六节 直流和旋流组合的旋流燃烧器空气动力特性 .....	162
第七节 共轴旋流组合燃烧器的空气动力特性 .....	166
第八节 有出口扩锥旋流燃烧器的空气动力特性 .....	174
第九节 炉内多个平行旋转射流相互作用的流动特性 .....	185
第五章 煤粉火炬的稳燃方法及空气动力特性 .....	189
第一节 煤粉火炬的稳燃理论 .....	189
第二节 钝体燃烧器的空气动力特性及稳燃原理 .....	200
第三节 有火焰稳定器的直流燃烧器 .....	212

第四节	煤粉预燃室的稳燃作用及应用 .....	214
第五节	大速差射流的煤粉火炬稳燃技术 .....	225
第六节	不对称射流的稳燃技术 .....	233
第七节	反吹射流的稳燃技术 .....	235
第八节	高煤粉浓度高预热温度燃烧器的稳燃技术 .....	241
第九节	W型火焰的稳燃技术 .....	246
第十节	Y型火焰的稳燃技术 .....	250
<b>第六章</b>	<b>四角切向燃烧锅炉的流体动力特性及计算 .....</b>	<b>255</b>
第一节	四角切向燃烧锅炉的分类及结构 .....	255
第二节	煤粉火炬在四角切向燃烧炉膛内的数值试验方法 .....	261
第三节	四角切向射流的偏转及炉内实际切圆直径 .....	269
第四节	周界风直流燃烧器的空气动力特性及计算 .....	275
第五节	夹心风直流燃烧器的空气动力特性及计算 .....	284
第六节	摆动式直流燃烧器的空气动力特性 .....	293
第七节	运行工况和结构参数对四角切向燃烧炉内空气动力特性的影响 .....	302
第八节	煤粉在各燃烧器均匀分配的空气动力特性 .....	315
第九节	四角切向燃烧煤粉火炬的燃烧空气动力学 .....	322
<b>参考文献</b>	.....	<b>333</b>

# 第一章 燃烧流体力学的基本理论 及其数值计算方法

## 第一节 炉内湍流流动的基本特点

### 一、燃烧湍流流动的特点

由流体力学的试验得知，当雷诺数  $Re \geq 2300$  时，管道内气流流动工况将由层流过渡到湍流。在燃烧技术的实践中，由于燃烧设备的尺寸较大，形状较复杂，气流速度较高，加上燃料燃烧等化学反应的影响，因此炉内气流一般都处于燃烧湍流工况。此时流体流动的主要特点是：

(1) 湍流流场是无数不同尺寸的涡旋相互掺混的流体运动场，每个流体微团的运动类似于分子运动，具有完全不规则的瞬息变化的运动特征。

(2) 湍流流场中，各种物理量（如速度  $u, v, w$ ，压力  $p$ ，温度  $T$  或  $t$ ，密度  $\rho$ ，浓度  $C$ ，以及燃料颗粒的运动状态等）都是随时间和空间变化的随机量。如果在空间的任意点上观察流动，上述各种物理量都随时间发生不规则的连续脉动，并且每次观测所得的瞬时结果均各不相同（如图1-1所示）。

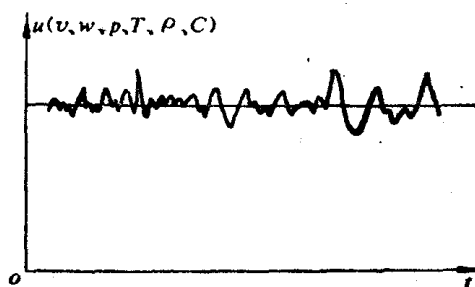


图 1-1 物理量随时间的变化

(3) 湍流流场中，流体微团的随机运动在足够长的时间内服从某种数学统计规律。空间点上任一瞬时物理量均可用平均值与脉动值之和来表示，即

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} + u' & v &= \bar{v} + v' & w &= \bar{w} + w' \\ p &= \bar{p} + p' & T &= \bar{T} + T' \\ \rho &= \bar{\rho} + \rho' & C &= \bar{C} + C' \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

若其中的平均值是不随时间变化的，或者是按恒定规律随时间作极缓慢的变化，这种湍流运动常称为准定常湍流。燃烧设备中的流动一般都假定为准定常湍流。

由于湍流中所有物理量都是时间和空间的随机量，又具有一定的统计规律，所以用欧拉法描述湍流场时，常有三种统计平均方法，即时间平均法、空间平均法和综合平均法。工程实际中，一般采用时间平均法。下面以速度  $u$  为例来加以说明。

由图1-1可知，对于准定常湍流，虽然相同条件下的前后两次测量值随时间  $t$  的变化曲线有所不同，但在相当长的时间周期  $T$  内， $u_1(t)$  和  $u_{11}(t)$  是围绕着相同的平均值  $\bar{u}$  脉动的。因此按时间平均法来表示随机量时，其时间平均值的定义为：

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \quad (1-2)$$

如果对脉动值 $u'$ 按不同时间取平均值,可以发现气流微团朝正方向和负方向脉动的机会是均等的,即

$$\overline{u'} = 0 \quad (1-3)$$

在工程上,为了衡量气流脉动程度的大小,一般用脉动值的平方平均开方值(或称均方根值)来表示,故在今后应把脉动速度 $u'$ 理解为:

$$u' = \sqrt{\overline{u'^2}} \quad (1-4)$$

最后应该指出的是,把湍流场中各物理量分为平均值和脉动值的主要好处是:

(1) 由于各物理量的瞬时值是随机的,这使理论研究遇到了很多的困难,特别是在湍流流动的计算中随机性将给计算带来更大的困难。采用这样的分解后,可以在大多数情况下假设流动是准定常的。并可采用统计的平均方法对流动方程进行数值求解。

(2) 试验研究时,各物理量的瞬时值的确定比较困难,而时间平均值较容易测定。对一般的工程问题,知道流动的平均值已可满足要求。

## 二、湍流特性参数

### 1. 湍流强度 $\varepsilon_t$

在湍流研究中,常常需要比较两种流动中湍流脉动的强弱,而实验一般只能测得时均值。按时均值的定义,已知 $\overline{u'} = 0$ ,但是 $|u'| \neq 0$ ,  $\sqrt{\overline{u'^2}} \neq 0$ 。因此,在比较湍流强弱时,我们引入湍流强度的概念,脉动速度的均方根值与气流平均速度之比称为湍流运动的湍流强度(或称卡门数),并用 $\varepsilon_t$ 来表示, $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向的湍流强度可分别用下式表示:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{t_x} &= \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\bar{v}} \times 100\% \\ \varepsilon_{t_y} &= \frac{\sqrt{\overline{v'^2}}}{\bar{v}} \times 100\% \\ \varepsilon_{t_z} &= \frac{\sqrt{\overline{w'^2}}}{\bar{v}} \times 100\% \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

式中,  $\bar{v} = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}$ 。湍流强度是表征气流“湍化”程度的量,其值越大表明气流的脉动程度越大。实验测得的各种炉内典型流动的湍流强度可参见表1-1。

表 1-1 湍流强度的工程数值范围

流动形式	$\varepsilon_t(\%)$	参考文献	流动形式	$\varepsilon_t(\%)$	参考文献
管内流动	5~7	[1]	管束后	20~40	[2]
自由射流	10	[2]	旋转射流	40(核心),	[4]
钝体后	30~50	[3]		20(边缘)	



## 2. 方向关联系数 $R_{xy}$ 、 $R_{yz}$ 、 $R_{zx}$

方向关联系数是说明脉动速度在不同方向之间的统计联系程度的量,其数学定义式为:

$$\left. \begin{aligned} R_{xy} &= \frac{\overline{u'v'}}{\sqrt{\overline{u'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}} \\ R_{yz} &= \frac{\overline{v'w'}}{\sqrt{\overline{v'^2}}\sqrt{\overline{w'^2}}} \\ R_{zx} &= \frac{\overline{w'u'}}{\sqrt{\overline{w'^2}}\sqrt{\overline{u'^2}}} \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

方向关联系数有如下特征:

(1) 方向关联系数永远小于或等于 1, 即不同方向脉动速度乘积的平均值永远小于或等于脉动速度均方根的乘积, 例如  $\overline{u'v'} \leq \sqrt{\overline{u'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}$ , 所以  $R_{xy} \leq 1$ 。

(2) 用统计平均方法把气流每个瞬间脉动速度的大小和方向记录下来, 可以发现图 1-2 所示的典型脉动图形。

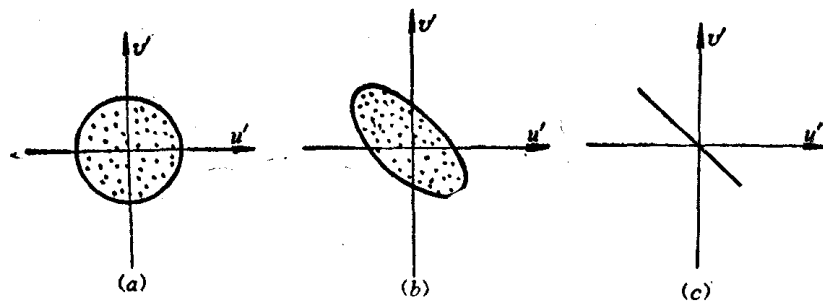


图 1-2 方向关联系数的几种典型情况  
(a)  $R_{xy}=0$ ; (b)  $0 < |R_{xy}| < 1$ ; (c)  $R_{xy}=1$

这里我们只讨论在  $xy$  平面内的情况, 如果每个瞬间的脉动速度试验点均匀分布在一个圆范围内, 亦即脉动速度朝正方向和负方向出现的或然率都一样, 则其统计平均值  $\overline{u'v'} = 0$ , 即  $R_{xy} = 0$ 。当脉动速度朝某个方向出现的或然率增加时, 试验点分布呈一椭圆形,  $\overline{u'v'} \neq 0$ , 即  $0 < |R_{xy}| < 1$ 。当上述情况发展到极限, 即脉动速度只朝一个方向, 试验点基本上落在一直线上, 此时在一瞬间两脉动速度的乘积都相同, 故其统计平均值达到最大, 即  $R_{xy} = 1$ 。在一般情况下  $u'$  和  $v'$  是不同方向的, 即  $\overline{u'v'} < 0$ , 因而  $R_{xy} < 0$ 。

(3) 从上述方向关联系数的物理意义可知,  $R_{xy}$  值的大小在一定程度上表示了气流在空间的湍流混合情况。方向关联系数越小, 则脉动速度向四方脉动的可能性越大, 气流将混合得越均匀。当气流绕非流线型物体流动时 (如火焰稳定器), 方向关联系数降低, 湍流混合加强, 正好是着火和燃烧最强烈的地方。关于方向关联系数对燃烧过程的影响目前仍没有足够的试验数据。

## 3. 坐标关联系数 $R_{x_{1,2}}$ 、 $R_{y_{1,2}}$ 、 $R_{z_{1,2}}$

坐标关联系数的数学定义式为:

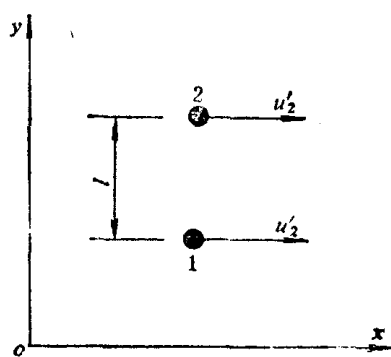


图 1-3 坐标关联系数的物理意义

$$\left. \begin{aligned} R_{x_{1,2}} &= \frac{\overline{u'_1 u'_2}}{\sqrt{\overline{u'^2_1}} \sqrt{\overline{u'^2_2}}} \\ R_{y_{1,2}} &= \frac{\overline{v'_1 v'_2}}{\sqrt{\overline{v'^2_1}} \sqrt{\overline{v'^2_2}}} \\ R_{z_{1,2}} &= \frac{\overline{w'_1 w'_2}}{\sqrt{\overline{w'^2_1}} \sqrt{\overline{w'^2_2}}} \end{aligned} \right\} (1-7)$$

和方向关联系数不同, 坐标关联系数表示在同一方向上、不同位置的两点间脉动速度的统计联系。例如, 空间两点 1、2, 具有的脉动速度在  $x$  方向的分量为  $u'_1$  和  $u'_2$ , 两点间的距离为  $l$  (如图 1-3 所示), 当在点 1 上的流体微团以  $u'_1$  脉动时, 对在点 2 上的流体微团的作用将取决于  $u'_1$  的大小和 1、2 点之间的距离。  $l$  越小, 点 2 受点 1 脉动作用就越大, 而当 1、2 点十分接近时, 则 1、2 点处的微团必然以同一频率和脉动振幅脉动, 此时坐标关联系数  $R_{x_{1,2}} \approx 1$ 。由此可见, 坐标关联系数的数值越大, 则表明这两点间脉动的联系越密切, 坐标关联系数的最大值为 1。随着两点间距离  $l$  的增大, 这两点间微团脉动的频率和振幅将会出现差异, 坐标关联系数将小于 1, 即两点间的脉动联系减弱。  $l$  越远, 减弱程度就越大, 当  $l \rightarrow \infty$  时, 两点间基本上无统计联系, 此时坐标关联系数将趋于零。

在湍流运动中, 如果在任何方向的湍流脉动值均相等, 即

$$\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2} \quad (1-8)$$

并且在不同坐标轴上脉动分速度之间没有统计的约束, 即

$$\overline{u'v'} = \overline{v'w'} = \overline{w'u'} = 0 \quad (1-9)$$

这种湍流运动称为各向同性的湍流流动。各向同性湍流的各坐标关联系数均等于零。各向同性的湍流是最简单、最容易研究的一种湍流工况。在工程实践中, 当气流混合得比较强烈时, 如在微细的栅网后面和旋风炉出口喷嘴附近等处, 可能在局部出现各向同性的湍流。

#### 4. 时间关联系数 $R_t$

时间关联系数的数学定义式为:

$$R_t = \frac{\overline{v'_{i_0} v'_{i_1}}}{\sqrt{\overline{v'^2_{i_0}}} \sqrt{\overline{v'^2_{i_1}}}} \quad (1-10)$$

式中,  $v'_{i_0}$  和  $v'_{i_1}$  表示同一气体微团在  $t_0$  和  $t_1$  瞬间的脉动速度, 而  $\sqrt{\overline{v'^2_{i_0}}} = \sqrt{(\overline{u'^2 + v'^2 + w'^2})_{t_0}}$  和  $\sqrt{\overline{v'^2_{i_1}}} = \sqrt{(\overline{u'^2 + v'^2 + w'^2})_{t_1}}$ 。

时间关联系数表示同一微团在不同瞬间的统计联系。理论上, 只有当  $t \rightarrow \infty$  时, 微团

正负脉动的机会才均等, 即  $R_t \rightarrow 0$ ; 而当  $t \rightarrow 0$  时,  $R_t \rightarrow 1$ 。由此可见, 时间关联系数是随时间  $t$  的增加而递减的, 其典型的变化曲线示于图1-4。图中,  $T_t$  为时间周期或特性时间。

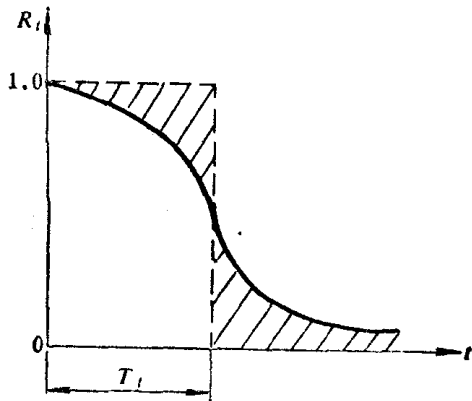


图 1-4 时间关联系数的变化曲线

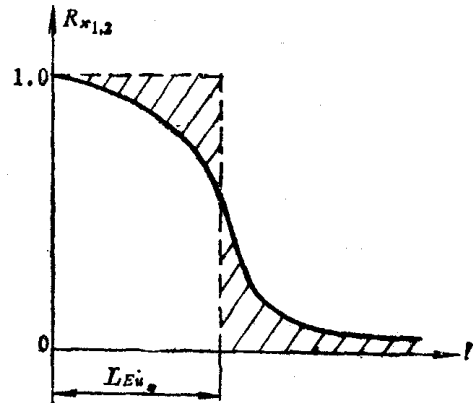


图 1-5 欧拉湍流标尺的几何意义

### 5. 湍流标尺

(1) 根据坐标关联系数的概念, 引出表征湍流运动的一个重要参数——欧拉湍流标尺  $L_{Eu}$ 。其数学定义式为:

$$\left. \begin{aligned} L_{Eu_x} &= \int_0^{\infty} R_{x_{1,2}} dl \\ L_{Eu_y} &= \int_0^{\infty} R_{y_{1,2}} dl \\ L_{Eu_z} &= \int_0^{\infty} R_{z_{1,2}} dl \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

如果已经测出  $R_{x_{1,2}} = f(l)$  的函数关系 (见图 1-4), 在图中选择一个  $R_{x_{1,2}} = 1$  的矩形, 使这矩形的面积和面积  $\int_0^{\infty} R_{x_{1,2}} dl$  相等, 则此时矩形的底边长度即为欧拉湍流标尺  $L_{Eu_x}$ 。故欧拉湍流标尺是一个人为的概念, 即以同一的标准 ( $R_{x_{1,2}} = 1$ ) 来衡量脉动的作用范围, 在这个范围内, 各点的脉动速度和频率均相同。

(2) 根据时间关联系数的概念, 又可引出表征湍流运动的另一个重要参数——拉格朗日湍流标尺  $L_{La}$ 。

如果把时间关联系数  $R_t$  由  $t=0$  至  $t=\infty$  积分, 可得一个具有时间量纲的参数  $T_t$ , 一般称为特性时间, 即

$$T_t = \int_0^{\infty} R_t dt \quad (1-12)$$

由图1-5可知,  $T_t$  是表征微团能保持最大程度关联 ( $R_t = 1$ ) 的作用时间, 亦即某一微团保持同一振幅和频率脉动所能存在的时间, 故  $T_t$  也是一个人为的假想时间。根据特性时间可导出拉格朗日标尺  $L_{La}$  的表达式:

$$L_{La} = v' \int_0^T R_t dt = v' T_t \quad (1-13)$$

拉格朗日湍流标尺的物理意义是，在特性时间 $T_t$ 内脉动微团所走过的路程，也就是脉动微团的作用范围。

综上所述，欧拉湍流标尺是用欧拉方法（即场的观点）来描述湍流运动，而拉格朗日湍流标尺是用拉格朗日方法（即直接跟踪某一湍流微团的运动轨迹）来描述湍流运动。一般说来，用参数 $T_t$ 和 $L_{La}$ 来描述比较合理，但是它们的直接测量非常困难。目前仍没找出 $L_{Eu}$ 和 $L_{La}$ 之间严格的理论联系，泰勒曾根据一些实验结果推算出 $L_{Eu}$ 约为 $L_{La}$ 的两倍<sup>[1]</sup>。

### 三、脉动频谱和能量

泰勒在1938年提出湍流脉动谱函数的概念，他认为湍流运动是由许多大小不同的涡旋运动所组成，而不同尺寸的涡旋可看作不同波长的波（波长相当于涡旋尺度的两倍），故湍流运动可看作由许多不同波长、不同频率的波叠加而成的一种连续谱。气流脉动时从平均流动中获得能量，一般大尺寸的涡旋属低频脉动，而小尺寸的涡旋属高频脉动。因此，研究气流脉动频谱的分布及在该频率下的脉动能量的分布对明确湍流的结构是有较大意义的。

在一维准定常湍流的任一空间点上，虽然脉动速度 $\overline{u'} = 0$ ，但 $\overline{u'^2} \neq 0$ ，而这个平均值 $\overline{u'^2}$ 可以认为是所有频率为 $f$ 的波所作贡献的总和，即

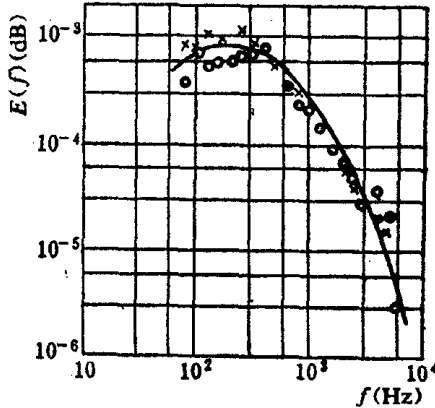


图 1-6 湍流脉动能谱曲线<sup>[1]</sup>

$$\overline{u'^2} = \int_0^{\infty} E(f) df \quad (1-14)$$

式中 $E(f)$ 表示频率 $f$ 的能谱函数，也称功率密度谱函数。

能谱函数可由实验得到，许多研究者对此作过大量的测量工作，例如在对自由射流能谱的实验研究中发现<sup>[1]</sup>，在某一频率下脉动能量达到最大值（见图1-6），我们称该频率为湍流脉动的主频率，记作 $f_0$ 。一般来说，管道充分湍流段内 $f_0 =$

100Hz，自由射流中 $f_0 = 200\text{Hz}$ ，而对于旋转射流 $f_0 = 400\text{Hz}$ 。

## 第二节 燃烧湍流流动的输运方程

### 一、粘性流动基本方程组（纳维-斯托克斯方程组）

湍流运动的内部结构虽然十分复杂，但它仍遵循连续介质的一般动力学定律，即质量守恒定律、动量守恒定律和能量守恒定律。湍流中任何物理量虽然都随时间和空间而变化，但是任一瞬间的运动仍然符合连续介质流动的特性，即流场中任一空间点上的流动参数满足粘性流体流动的纳维-斯托克斯（N-S）方程组。下面介绍用张量形式表示的 N-S

方程组。

(1) 连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (1-15)$$

在直角坐标系中,  $\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i)$  可写成下列分量形式:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \quad (1-15a)$$

式(1-15)表示进入单位体积的净流率等于密度的增加率。

(2) 动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j v_i) = -\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + S_{v_i} \quad (1-16)$$

此处

$$\sigma_{ij} = p \delta_{ij} - \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \delta_{ij}$$

而  $\delta_{ij}$  是克罗内克尔- $\delta$  函数:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

式(1-16)中,  $S_{v_i}$  项包括体积力与阻力在  $i$  方向的分量。动量方程表示单位体积的  $i$  方向动量的增加率等于  $i$  方向动量进入此单位体积的净流率加上作用于该单位体积的净体积力。

(3) 化学组分方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho m_a) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j m_a) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_a \frac{\partial m_a}{\partial x_j} \right) + R_a \quad (1-17)$$

式中,  $R_a$  是包括化学反应引起的产生(或消耗)率以及颗粒反应产生的质量源。化学组分  $a$  的质量分数  $m_a$  的定义式为:

$$m_a = \frac{\rho_a}{\rho} = \frac{\rho_a}{\sum_i \rho_i} \quad (1-18)$$

而  $\Gamma_a$  则表示化学组分  $a$  的交换系数,

$$\Gamma_a = \rho D_a \quad (1-19)$$

其中的  $D_a$  为化学组分  $a$  的扩散系数。

式(1-17)表明, 化学组分  $a$  的质量增加率等于组分  $a$  进入单位体积的净流率加上单位体积中由于化学反应引起的产生(或消耗)率。

(4) 能量方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \tilde{H} - p) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j \tilde{H}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_a \frac{\partial \tilde{H}}{\partial x_j} + \sum_i \Gamma_i Q_i \frac{\partial m_i}{\partial x_j} \right) + Q_a \quad (1-20)$$

此处,  $H = h + p/\rho$ , 而  $\tilde{H} = H + v \cdot v/2$ 。

式中:  $h$  为焓;  $H$  为滞止焓;  $Q_a$  为组分  $a$  的反应热;  $\tilde{H}$  为包括动能的总焓;  $Q_h$  则包括剪切功流入的净速率和反应所产生和吸收的热能、辐射能、电能等。

式 (1-20) 表示, 内能加动能的增加率等于滞止焓以对流与扩散两种方式流入单位体积内的净速率, 再加上源项  $Q_h$ 。

式 (1-20) 中的  $\Gamma_h$  表示热交换系数, 其定义为:

$$\Gamma_h = \frac{\lambda}{c_p} \quad (1-21)$$

式中  $c_p$  为定压比热。

而普朗特数  $Pr$  则可写成

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\mu}{\Gamma_h} \quad (1-22)$$

式中  $\mu$  为动力粘度。

(5) 状态方程

$$\rho = \rho(p, T) \quad (1-23)$$

对于理想气体, 当温度变化范围不大时, 有:

$$p = \rho RT \quad (1-24)$$

式中,  $R$  为理想气体常数。

在上述各方程中, 未知量为  $v_i$  (或  $u, v, w$ )、 $p$ 、 $\rho$ 、 $\tilde{H}$  (或  $T$ ) 和  $m_a$  共七个, 而方程数也是七个, 所以该方程组是封闭的。纳维-斯托克斯方程组描述任一瞬间流体运动特性, 因此它既适用于层流运动, 同时也适用于湍流运动。由于湍流运动的特性标尺均很小, 在求方程的数值解时必须将求解区域划分成许多网格, 目前计算机的储存量和计算时间还不能做到, 因此必须从其它方面寻求描述湍流运动的方法。

## 二、湍流运动时均方程组 (雷诺方程组)

运用前节中所提到的时间平均方法, 把  $N-S$  方程组中任一瞬时物理量用平均量和脉动量之和的形式来表示, 再对整个方程组进行时间平均运算, 即可得湍流运动的时均方程组 (即雷诺方程组):

(1) 时平均连续性方程

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{v}_j + \overline{\rho' v'_j}) = 0 \quad (1-25)$$

(2) 时平均动量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{v}_i + \overline{\rho' v'_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{v}_i \bar{v}_j + \overline{\rho v'_i v'_j} + \overline{v_i \rho' v'_j} + \overline{v_j \rho' v'_i} + \overline{\rho' v'_i v'_j}) \\ & = -\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \bar{S}_{v_i} \end{aligned} \quad (1-26)$$

此处

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = & \bar{p} \delta_{ij} - \bar{\mu} \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{2}{3} \overline{\mu' \frac{\partial v_i}{\partial x_j}} \delta_{ij} \\ & - \overline{\mu' \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)} \end{aligned}$$

(3) 时平均化学组分方程

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho m_a} + \overline{\rho' m_a'}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho v_j m_a} + \overline{\rho v_j' m_a'} + \overline{v_j \rho' m_a'} + \overline{m_a \rho' v_j'} + \overline{\rho' v_j' m_a'}) \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_a \frac{\partial \overline{m_a}}{\partial x_j} \right) + \overline{R_a} \end{aligned} \quad (1-27)$$

(4) 时平均能量方程

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tilde{H}} - \overline{p} + \overline{\rho' \tilde{H}'}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho v_j \tilde{H}} + \overline{\rho v_j' \tilde{H}'} + \overline{v_j \rho' \tilde{H}'} + \overline{\tilde{H} \rho' v_j'} + \overline{\rho' v_j' \tilde{H}'}) \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_h \frac{\partial \overline{\tilde{H}}}{\partial x_j} + \sum_a \Gamma_a \overline{\tilde{H}_a} \frac{\partial \overline{m_a}}{\partial x_j} \right) + \overline{S_h} \end{aligned} \quad (1-28)$$

如果以 $\phi$ 代表任何标量参数, 则上述诸方程均可写成下列通用形式:

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \phi} + \overline{\rho' \phi'}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho v_j \phi} + \overline{\rho v_j' \phi'} + \overline{v_j \rho' \phi'} + \overline{\phi \rho' v_j'} + \overline{\rho' v_j' \phi'}) \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_j} \right) + \overline{S_\phi} \end{aligned} \quad (1-29)$$

从式(1-29)中可以看到, 当采用时间平均方法后, 时平均方程中将出现一些新的未知关联项, 即 $\overline{\rho' v_j'}$ 、 $\overline{\rho v_j' \phi'}$ 、 $\overline{\rho v_j' v_j'}$ 与 $\overline{\rho' \phi'}$ , 以及三阶关联项 $\overline{\rho' v_j' \phi'}$ , 因此在求解这一方程组时, 首先必须对这些关联项进行确定或加以模化。一般来说, 模化过程可近似忽略所有涉及密度脉动的项和所有三阶关联项, 即取 $\overline{\rho' v_j'} = \overline{\rho' \phi'} = 0$ ,  $\overline{\rho' v_j' \phi'} = 0$ , 这样所剩下的关联式只有 $\overline{\rho v_j' v_j'}$ 和 $\overline{\rho v_j' \phi'}$ , 它们的数值模化将在下节专门讨论。

### 第三节 湍流模型

#### 一、涡旋粘度(湍流粘度)概念

布辛涅斯克在1877年首先引入了涡旋粘度或湍流粘度的概念<sup>[6]</sup>, 他建议把湍流剪切应力(雷诺应力)  $-\overline{\rho v_j' v_j'}$  表示为

$$-\overline{\rho v_j' v_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \overline{\rho} k \delta_{ij} \quad (1-30)$$

式中:  $k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ ;  $\mu_t$  称为湍流粘性系数。

按照相同的方法  $\overline{\rho v_j' \phi'}$  可用下式表示:

$$-\overline{\rho v_j' \phi'} = \Gamma_{\phi, j} \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_j} \quad (1-31)$$

式中,  $\Gamma_{\phi, j}$  为热量或质量的湍流扩散系数,  $\Gamma_{\phi, j}$  和  $\mu_t$  的关系是:

$$\Gamma_{\phi, j} = \frac{\mu_t}{\sigma_\phi} \quad (1-32)$$

式中,  $\sigma_\phi$  称为湍流的普朗特数(Pr)或施密特数(Sc), 其值可由实验确定, 一般可看作为

常数。

从式(1-30)和式(1-31)可知,引入湍流粘度 $\mu_t$ 后,决定其数值已成为求解湍流运动的关键。最简单的方法是把 $\mu_t$ 看作常数,其值由实验确定或根据经验公式得出,常用的 $\mu_t$ 值列于表1-2。

表 1-2 湍流工况的  $\mu_t$  值<sup>[7]</sup>

流 动 情 况	$\mu_t$ 值
圆截面自由射流	$\mu_t = 0.0116 \rho u_c d$ (式中: $u_c$ 为射流初速, $d$ 为射流孔径)
圆柱尾迹的充分湍流区	$\mu_t = 0.0164 \rho u_c D$ (式中: $u_c$ 为来流速度, $D$ 为圆柱直径)
二维不可压缩边界层流动	内层: $(\mu_t)_i = \frac{a^2}{a^2 + 6.9^2} \mu_i$ ; 外层: $(\mu_t)_e = 0.016 \rho u_c \delta_d$ (式中 $a = \frac{\rho(0.40y)^2}{\mu_i} \left  \frac{\partial u}{\partial y} \right $ ; $\delta_d = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_c}\right) dy$ ; $u_c$ 为外部势流速度; $\mu_i$ 为分子粘度)

## 二、零方程模型

1925年普朗特提出了混合长度理论<sup>[11]</sup>,通过湍流扩散过程和分子扩散过程的比较,应用了类似于气体分子动力论中分子自由程的概念,引入了一个新参数 $l_m$ ,称为混合长度。其物理意义是,脉动微团在经历这段距离内保持不变的脉动速度,也可以说,混合长度是度量湍流微团大小的尺度。根据混合长度的概念,普朗特提出了湍流粘度 $\mu_t$ 的简单代数表达式,即

$$\mu_t = \bar{\rho} l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \right| \quad (1-33)$$

对边界层流动,式(1-33)简写成:

$$\mu_t = \bar{\rho} l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (1-34)$$

雷诺应力 $-\bar{\rho} \overline{v'_i v'_j}$ 则可表示成:

$$\tau_{ij} = -\bar{\rho} \overline{v'_i v'_j} = \bar{\rho} l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \right| \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (1-35)$$

对边界层流动则有:

$$\tau_{xy} = -\bar{\rho} \overline{u' v'} = \bar{\rho} l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (1-36)$$

根据上述理论,就有可能把雷诺方程组中所有脉动参数换成 $l_m$ 或 $\mu_t$ 的函数,因此只要知道 $l_m$ 或 $\mu_t$ 的变化规律,则方程组就可封闭。我们下面介绍一些常用的 $l_m$ 值的计算方法。

### 1. 圆管内流动

$$\frac{l_m}{R} = 0.14 - 0.08 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2 - 0.06 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^4 \quad (1-37)$$



式中:  $R$  为圆管的半径;  $y$  是管中任一点到管壁的距离。

### 2. 平板边界层流动

$$(l_m)_{\text{壁面区}} = ky \quad (k = 0.40 \sim 0.41) \quad (1-38)$$

$$(l_m)_{\text{核心区}} = \alpha_1 \delta \quad (\alpha_1 = 0.075 \sim 0.09) \quad (1-39)$$

式中:  $y$  为内层(壁面区)中任一点到壁面的距离;  $\delta$  为边界层厚度。

### 3. 自由湍流射流

简单自由湍流射流的  $l_m$  值见表 1-3, 表中  $\delta$  为射流边界层厚度, 该点的速度值为最大速度差的 1%。

表 1-3 简单自由湍流射流的  $l_m/\delta$  值<sup>[6]</sup>

流动类型	平面射流	圆形射流	扇形射流	圆截面对称射流起始段 <sup>[7]</sup>
$l_m/\delta$	0.09	0.075	0.125	$(l_m)_x = 2.1 \frac{x}{d}; (l_m)_y = 1.76 \frac{x}{d}$

这里值得提出的是, 混合长度理论在物理概念上隐含着某些缺陷, 这是因为分子运动和湍流运动的形式虽然很相似, 但本质上它们是有根本区别的。另外, 根据式(1-34)可知, 当  $\left| \frac{du}{dy} \right| = 0$  时,  $\mu_t = 0$ , 而这一结论与实验及湍流的一般理论都不符合(由脉动相关理论可知, 在  $\left| \frac{du}{dy} \right| = 0$  处,  $\mu_t \neq 0$ )。

泰勒从旋涡概念出发, 认为湍流应力的产生不是由于脉动动量输运所致, 而是由于脉动旋涡输运引起的。他认为在长度  $l_r$  的距离内, 旋涡强度保持不变, 从而提出了广义旋涡理论。对二维边界层流动, 泰勒得出

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \bar{\rho} l_r^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right) \quad (1-40)$$

式(1-40)和式(1-36)相比可知,  $l_r = \sqrt{2} l_m$ 。而  $\mu_t$  则可写成:

$$\mu_t = \frac{1}{2} \bar{\rho} l_r^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \quad (1-41)$$

另外, 卡门曾于1930年提出了另一种局部相似性假设。他认为在自由湍流中各空间点的湍流脉动具有几何相似性, 即流场中各点的湍流脉动对于同一时间尺度和长度尺度只有比例系数的差别, 因而只要有一个时间尺度和一个长度尺度就能确定流场的湍流结构。对二维湍流场, 卡门求得的混合长度和湍流应力为:

$$l_k = k \frac{\left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)}{\left( \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right)} \quad (1-42)$$