

516

G 633.62
C 21

全国中小学教师继续教育
专业课教材

初中代数教学研究

教育部师范教育司组织评审

主 编	曹福海	
副主编	宗福衡	
编著者	曹福海	宗福衡
	郝 澎	刘治平
	郭立昌	

教育科学出版社

·北 京·

责任编辑 杨晓琳
责任印制 田德润
责任校对 曲凤玲

图书在版编目(CIP)数据

初中代数教学研究/曹福海主编. —北京:教育科学出版社,2001.7

全国中小学教师继续教育专业课教材

ISBN 7-5041-2196-7

I. 初... II. 曹... III. 代数课—教学研究—初中—师资培训—教材 IV. G633.622

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 047394 号

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·北三环中路 46 号 邮 编 100088

电 话 62003339 传 真 62013803

经 销 各地新华书店

印 刷 保定市印刷厂

开 本 850 毫米×1168 毫米 1/32

印 张 7.25 版 次 2001 年 7 月第 1 版

字 数 163 千 印 次 2001 年 7 月第 1 次印刷

定 价 8.00 元 印 数 00 001—5 000 册

(如有印装质量问题,请与本社发行部联系调换)

前言

前

言

全面推进素质教育,是当前我国现代化建设的一项紧迫任务,是我国教育事业的一场深刻变革,是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”,提高教师素质,是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育,课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程,编写一批继续教育教材。在教材编写方面,我们采取了以下几种做法:

1. 组织专家对全国各省(市、区)推荐的中小学教师继续教育教材进行评审,筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书。

2. 组织专门的编写队伍,编写了 61 种教材,包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材;中小学语文、数学,中学英语、物理、化学、生物,小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材,已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》(教师司[1999]60 号)的形式向全国推荐。

3. 向全国 40 余家出版社进行招标,组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选,初步确定了 200 余种中小学教师继续教育教材,这批教材,目前正在编写过程中,将于 2001 年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教师进修院校、教

师培训基地和中小学教师推荐,供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中,我们遵循了以下原则:

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度,在课程体系中,加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合,用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例,从理论和实践两个方面,总结教学经验,帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性,并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发,提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求,以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程,尚处在起步阶段,缺乏足够的经验,肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中,有什么问题和意见,请及时告诉我们,以便改进工作,不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

2000年11月1日

编者的话

为了配合国家教育部师范教育司组织实施的《中小学教师继续教育工程》,提高中学数学教师的思想业务素质和教学能力,我会受教育科学出版社的委托,组织编写了供中学数学教师继续教育使用的教材.并成立了中学数学教师继续教育教材编委会,由方明一、方运加、孙瑞清、任子朝、关成志、陈宏伯、杨晓琳、曹福海、潘懋德等9人(按姓氏笔划为序)组成.陈宏伯主持编委会工作.

我们在组织编写供中学数学教师继续教育使用的教材时,根据师范教育司提出的编写原则和教育部新修订的数学教学大纲,努力体现国家的教育方针,从教师可持续发展和终身学习的高度出发,力求反映现代教育思想和现代数学的发展,突出时代性、科学性;注意将教育理论和教师教学实践结合起来,努力反映新的数学教学研究成果,帮助教师从理论和实践两方面,提高思想业务素质和教学能力,突出先进性、实践性;注意从中级、初级数学教师的实际出发,帮助教师用先进的教学理论和优秀课堂实例,总结教学实践经验,突出针对性、可操作性.

本书为《初中代数教学研究》,主编为曹福海(北京教科院基教研中心主任,中学数学特级教师),副主编为宗福衡(北京教科院基教研中心副主任,中学数学高级教师).本书共分七章,各章作者为:第一章、第二章:宗福衡;第三章:郝澎(北京市东城区教研科研中心中学数学教研组长,中学数学高级教师);第四章:刘治平(北京市顺义区第二教师进修学校,中学

数学特级教师);第五章、第六章:郭立昌(北京教科院基教研中心中学数学教研室主任,中学数学高级教师);第七章:刘治平.全书由曹福海统编.

本书已通过国家教育部师范教育司组织的评审,确定为“全国中小学教师继续教育专业课教材”.我们在编写这本继续教育教材时,师范教育司邀请一些专家对编写大纲和书稿提了很多宝贵意见,在此向他们表示谢意!教育科学出版社的同志更为这些书的编辑、出版做了大量工作,在此一并表示谢意!

鉴于我们编写这类继续教育教材缺乏经验,且水平有限,敬请广大读者多提宝贵意见.

中国教育学会中学数学教学专业委员会

2001年5月25日

目 录

第一章 绪 论

第一节 初中代数的特点 (1)

第二节 初中代数的知识结构 (7)

第二章 实 数

第一节 教材分析 (13)

第二节 教学研究 (19)

第三章 代数式

第一节 教材分析 (44)

第二节 教学研究 (63)

第四章 方 程

第一节 教材分析 (103)

第二节 教学研究 (111)

第五章 一元一次不等式和一元一次不等式组

第一节 教材分析 (153)

第二节 教学研究 (156)



第六章 函数及其图象

第一节 教材分析..... (174)

第二节 教学研究..... (179)

第七章 统计初步

第一节 教材分析..... (208)

第二节 教学研究..... (212)

目

录

第一章

绪 论

第一节 初中代数特点

教育部 2000 年颁布的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用修订版)》(以下简称《教学大纲(修订版)》),对初中数学教学目的做了如下规定:

“初中数学的教学目的是:使学生学好当代社会中每一个公民适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识与基本技能,进一步培养运算能力,发展思维能力和空间观念,使他们能够运用所学知识解决简单的实际问题,并逐步形成数学创新意识,培养学生良好的个性品质和初步的辩证唯物主义的观点。”

《教学大纲(修订版)》对初中数学教学目的中包含的各项目标做了进一步明确的说明:

基础知识是指:初中数学中的概念、法则、性质、公式、公理、定理以及由其内容所反映出来的数学思想和方法.

基本技能是指:能够按照一定的程序与步骤进行运算、作图或画图、进行简单的推理.

思维能力主要是指:会观察、实验、比较、猜想、分析、综合、



抽象和概括;会用归纳、演绎和类比进行推理;会合乎逻辑地、准确地阐述自己的思想和观点;会运用数学概念、原理、思想和方法辨明数学关系,形成良好的思维品质,提高思维水平.

运算能力是指:会根据法则、公式等正确地进行运算,并理解运算的管理;能够根据问题条件寻求与设计合理、简捷的运算途径.

空间观念主要是指:能够由形状简单的实物想象出几何图形,由几何图形想象出实物的形状;能够由较复杂的平面图形分解出简单的、基本的图形;能够在基本的图形中找出基本元素及其关系;能够根据条件作出或画出图形.

能够解决实际问题是指:能够解决带有实际意义的和相关学科中的数学问题,以及解决生产和日常生活中的实际问题;能够使用数学语言表达问题、展开交流,形成用数学的意识.

初中数学中要培养的创新意识主要是指:对自然界和社会中的现象具有好奇心,不断追求新知、独立思考,会从数学的角度发现和提出问题,并用数学方法加以探索、研究和解决.

数学教学中,发展思维能力是培养能力的核心.

良好的个性品质主要是指:正确的学习目的,学习数学的兴趣、信心和毅力,实事求是、探索创新和实践的科学态度.

初中数学中要培养学生的辩证唯物主义观点主要是指:数学来源于实践又反过来作用于实践的观点;数学内容中普遍存在的对立统一、运动变化、相互联系、相互转化等观点.

《教学大纲(修订版)》对初中代数的教学内容和教学要求做了如下简述:

初中代数是使学生在小学数学的基础上,把数的范围从非负有理数扩充到有理数、实数;通过用字母表示数,学习代数式、方程和不等式、函数等,学习一些常用的数据处理方法和科学计算器或算表的使用方法;发展对于数量关系的认识

和抽象概括的思维,提高运算能力.

初中代数的教学要求如下.

1. 使学生了解有理数、实数的有关概念,熟练掌握有理数的运算法则,灵活运用运算律简化运算;会用计算器或算表计算平方、立方、平方根与立方根.

2. 使学生了解有关代数式、整式、分式和二次根式的概念,掌握它们的性质和运算法则,能够熟练地进行整式、分式和二次根式的运算以及多项式的因式分解.

3. 使学生了解有关方程、方程组的概念;灵活运用一元一次方程、二元一次方程组和一元二次方程的解法解方程和方程组;掌握分式方程和简单的二元二次方程组的解法,理解一元二次方程的根的判别式;能够分析等量关系列出方程或方程组解应用题.

使学生了解一元一次不等式、一元一次不等式组的概念,会解一元一次不等式和一元一次不等式组,并把它们的解集在数轴上表示出来.

4. 使学生理解平面直角坐标系的概念,了解函数的意义,理解正比例函数、反比例函数、一次函数的概念和性质,理解二次函数和概念,会根据性质画出正比例函数、一次函数的图象,会用描点法画出反比例函数、二次函数的图象.

5. 使学生了解统计的思想,掌握一些常用的数据处理方法,能够用统计的初步知识解决一些简单的实际问题.

6. 使学生掌握消元、降次、配方、换元等常用的数学方法,解决某些数学问题,理解“特殊——一般——特殊”、“未知——已知”、用字母表示数、数形结合和把复杂问题转化成简单问题等基本的思想方法.

7. 使学生通过各种运算和对代数式、方程、不等式的变形以及重要公式的推导,通过用概念、法则、性质进行简单的



推理,发展思维能力.

8. 使学生了解已知与未知、特殊与一般、正与负、等与不等、常量与变量等辩证关系,以及反映在函数概念中的运动变化观点.了解反映在数与式的运算和求方程解的过程中的矛盾转化的观点.同时,利用有关的代数史料和社会主义建设成就,对学生进行思想教育.

从上面由《教学大纲(修订版)》摘述的内容可以看出初中代数有两个显著的特点.

一、内容选材立足于基础

代数是研究一般性代数运算的一门学科,其研究的对象随着数学的不断发展,已由数式逐步扩大到向量、矩阵等.作为中学数学一个分科的代数,主要讲授初等代数的内容.它包括有理数、实数及其运算,整式、分式和根式的运算和变形,解方程、方程组和不等式,以及指数、对数运算,排列组合、二项式定理等.

在《教学大纲(修订版)》中,“初中代数”的含义既与作为一门数学学科的代数的含义不同,又与传统的初等代数内容的含义不同,它不仅包括了传统的初等代数中有理数、实数及其运算,整式、分式和根式的运算及变形,解方程、方程组和不等式的部分内容,还把函数、统计的初步知识、以及使用计算器等也作为初中代数的内容.

现代科学技术发展十分迅速,对于现代社会中的一个公民来说,没有一定的科学文化基础知识是不可能适应现代生产发展的需要的.随着人们生活水平的不断提高,家庭中电器及其他现代科技用品逐步增多,对于吃、穿、用,也日趋追求科学、合理,这都需要具有一定的科学文化基础知识.《教学大纲(修订版)》中初中代数所选择的内容都是适应日常生活,以及

参加工农业生产和其他各行各业工作所必需具备的基础知识.这些知识不仅有广泛的应用,而且应用的频率很高.这些内容又是进一步学习各类数学知识,学习物理、化学等相邻学科所必需具备的、最基础的知识.这些内容是在我国目前情况下,构成国民科学文化基础的重要组成部分.

从具体内容的要求看,也可以反映出这个特点.

《教学大纲(修订版)》要求在初中,数要进行两次扩充,即由小学学的非负有理数扩充到有理数,由有理数扩充到实数;但对数扩充的原则并不要求给学生讲述.对于初中重点研究的有理数,也只是侧重于讲述有理数的运算和运用运算律简化运算,而对于有理数的性质,如稠密性、有序性和对加、减、乘、除运算的封闭性等都没有涉及.

在代数式方面,主要要求研究整式、分式、根式的运算和变形,这是进一步研究方程、函数的工具.这些内容都属于代数式的恒等变形的范畴,而对于恒等变形的理论,《教学大纲(修订版)》没有要求讲述,甚至连恒等变形这个概念都没有要求介绍.

在方程、不等式方面,偏重于方程、不等式的解法和列方程、方程组解应用题,而对于解方程和解不等式的算理,由根据同解理论变为根据等式或不等式的性质,实际上只要求明确如何变形可以确定方程或不等式的解就可以了.

在函数方面,对于函数概念是描述性的,四类初等函数的性质是由图象观察、归纳得出的,只要求对函数有最基本的初步的认识.

在统计方面,要掌握的是一些常用的数据处理方法,会利用这些初步的知识去解决一些简单的实际问题.

由此可见,《教学大纲(修订版)》对于初中代数部分在内容的选材上,没有受代数学科和传统的初等代数的局限,而是从



传统初等代数内容和分析、统计中精选出适应现代生产发展与现代生活紧密联系的,以及进一步学习科学文化所必需的、学生可以接受的最基本、最常用的知识,作为教学内容.

二、教学要求立足于全面提高素质

在《教学大纲(修订版)》初中代数教学要求中,对学好规定的基础知识和基本技能十分重视.这些内容是适应现实乃至未来社会生活和进一步发展所必需的.同时,开发智力、培养能力都是在学习基础知识和训练基本技能的过程中实现的.

《教学大纲(修订版)》明确地把数学思想、数学方法列为基础知识的重要组成部分,在教学要求中进一步具体指出,要在初中代数的教学过程中,“使学生掌握消元、降次、配方、换元等常用的数学方法,解决某些数学问题,理解‘特殊——一般——特殊’,‘未知——已知’、用字母表示数、数形结合和把复杂问题转化成简单问题等基本的思想方法”.这对于改变以往在数学教学中只注重教具体的法则、性质、公式、定理,而忽视其中所反映出的数学思想和方法的现象有重要作用,对于揭示数学知识的实质,掌握数学知识的精髓有重要意义,有利于培养学生的数学意识,提高学生的数学素养.

初中代数与小学数学相比有了很大变化.以字母表示数为标志,使得数学的抽象性有了进一步的展示.初中代数的体系已经有了科学的形态,逻辑的严谨性得以显露.在初中代数教学过程中,经常需要通过观察、比较、分析、综合、抽象和概括形成概念,得出法则、公式,对概念、方法进行分类,通过各种运算、变形以及公式的推导,用概念、法则、公式、性质进行推理.学习初中代数对于学生由经验思维模式逐步发展成科学思维模式有重要作用.

在学习初中代数的过程中,学生能从大量的数学事实中,

了解已知与未知、特殊与一般、正与负、等与不等、常量与变量等辩证关系,以及反映在函数概念中的运动变化观点,了解反映在数与式的运算和求方程解的过程中的矛盾转化的观点,从另一个角度受到辩证唯物主义思想的教育,有利于形成辩证唯物主义观点.

在初中代数教学过程中,可以利用有关我国古代研究代数的史料,我国数学家为世界数学发展作出的重大贡献和社会主义建设成就对学生进行思想教育.

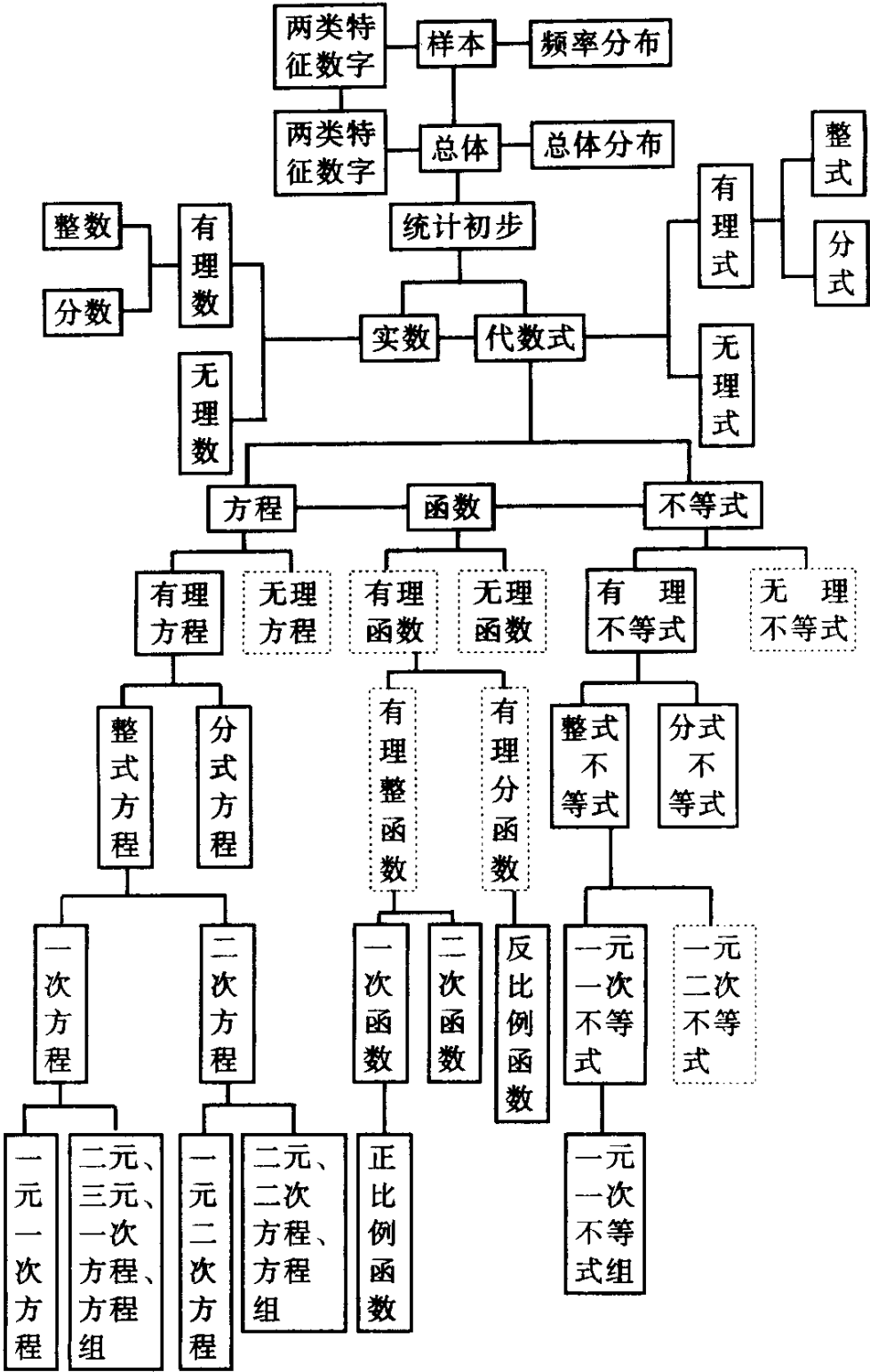
在《教学大纲(修订版)》中明确指出,要充分利用初中代数的这些文化教育功能和思想教育功能,在教学过程中培养提高学生的思想政治素质和文化科学素质.如此明确、重视利用初中代数的文化教育功能和思想教育功能,对学生进行教育和培养,以提高学生的思想政治素质和文化科学素质,这是前所未有的,是又一突出特点.

第二节 初中代数的知识结构

初中代数所涉及的知识与数学其他知识一样,具有很强的系统性.数学是学习初中其他课程(主要是物理、化学)的工具,因此要注意与学习相邻学科知识相配合,但初中代数又有着自身的特点和规律.初中代数的知识结构,不仅要考虑数学自身的特点,而且应遵循学生学习数学的认知规律.因此,初中代数的知识结构,既要符合数学知识自身的系统性,又要符合初中学生的认知过程和认知水平,还要兼顾与其他相邻学科知识之间的相互协调.它的基本出发点是促进学生的发展.

由《教学大纲(修订版)》我们知道,初中代数的教学大体可以分为五个方面的内容:数、式、方程和不等式、函数的初步知识、统计初步知识等.它们的知识系统可以用下面的结构图

表示(图中用虚线框表示的内容在初中不要求讲述):



从结构图可以看出,数是初中代数各部分内容的基础,代数式是研究方程、不等式、函数以及统计初步的重要工具.数、代数式、方程、不等式、函数的知识系统有许多相似之处,它们之间的联系也很密切.但统计初步与它们有所不同,具有一定的特殊性.

下面,我们分别对各部分内容的安排作进一步的分析.

一、数

数,特别是有理数,是初中代数的基础.

代数式的运算,方程、不等式的变形,函数的许多问题最后一般都归结到数的运算.例如,合并同类项、合并同类根式,解方程、不等式去分母,求函数值,等等.代数式、方程、不等式以及函数的许多知识要受到数的知识的制约.例如,多项式的因式分解,在不同数的范围,所分解的结果可能不同.同一个一元二次方程,在有理数范围内可能无解,在实数范围内就有解.对于一次函数 $y = 2x - 3$,在整数范围内,它的图象是分布在一条直线上的整点;在非负实数范围内,它的图象是一条射线;在全体实数范围,它的图象是一条直线.

就数本身来说,初中代数介绍了有理数和实数.由于一元二次方程是在实数范围内研究的,因而在讲一元二次方程之前需要有实数的知识.但是有关实数的理论是初中学生难以接受的.《教学大纲(修订版)》在安排这部分内容时,考虑到学生的认识水平,只给出了无理数、实数的概念,其他有关实数的知识就不予以介绍.即使有时在实数范围内研究问题所进行的运算一般通过根式,最后还是归结为有理数的运算.所以,在初中,数的重点是研究有理数.

由此可见,在初中代数中,关于数的安排注意到下述两点: