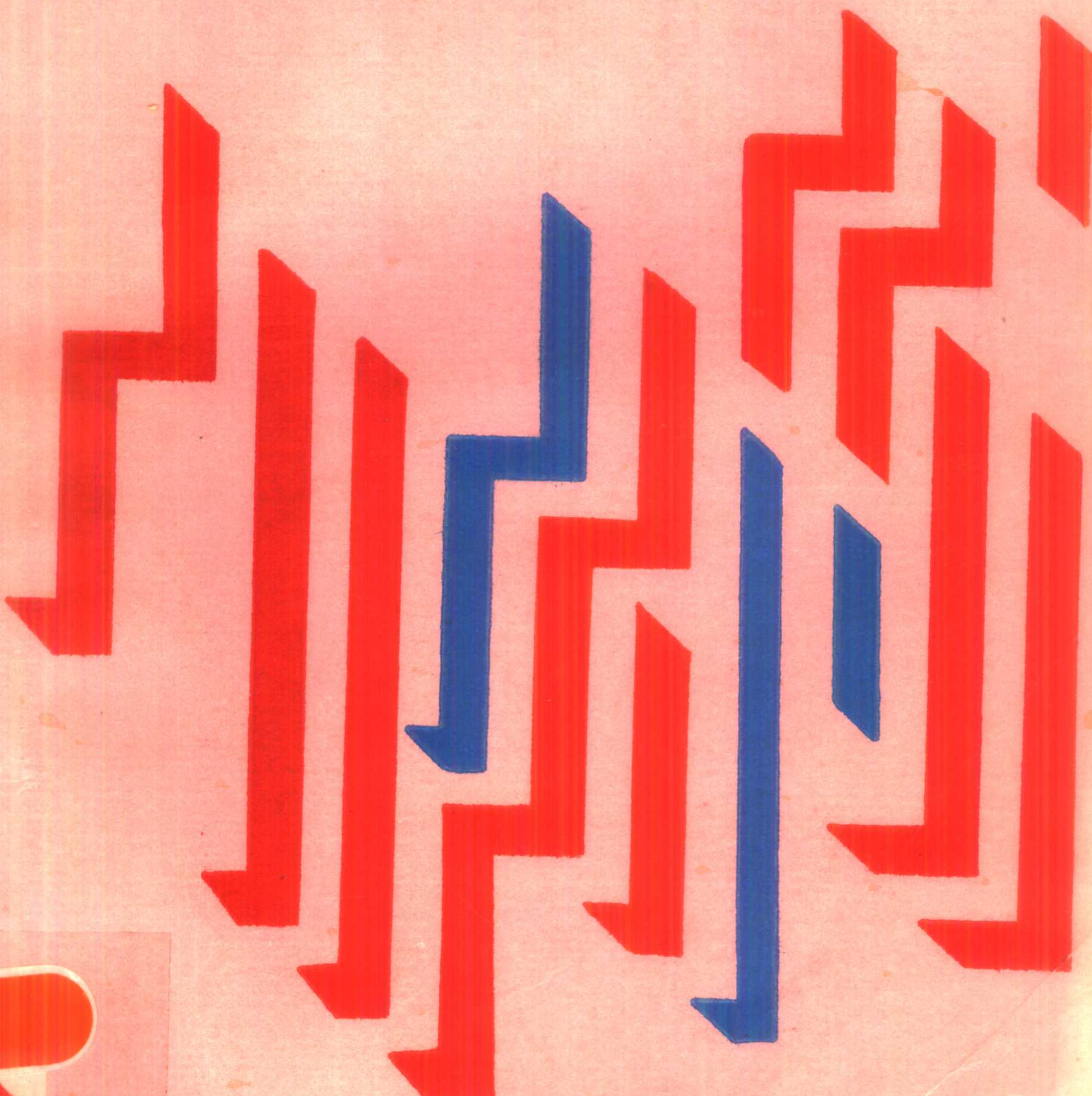
电·子·与·信·息·学·科

研究生入学考试指南

唐曼卿 主编



华中理工大学出版社

电子与信息学科

研究生入学考试指南

唐曼卿　主编

华中理工大学出版社

内容提要

[illegible]

[illegible]号与线性系统》（含《数字信号处理》中的“快速傅里叶变换”）、《高频电子线[illegible]路》三门课程的主要内容、基本概念、主要公式、基本计算方法和设计方法．各[illegible]分[illegible]不[illegible]习[illegible]参考[illegible]，另[illegible]绝大[illegible]例[illegible]习[illegible]各兄弟院校硕[illegible]

[illegible]一篇为信号与线性系统、第二篇为高频电子线路、第三篇为脉冲与数字电路．它既[illegible]研究生考生复习的指导书，也可供学习有关课程的学生参考．

电子与信息学科

研究生入学考试指南

唐曼卿　主编

责任编辑　朱洪

华中理工大学出版社出版发行

（武昌喻家山）

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社河阳印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/16　印张：24.75　字数：462 00

1988年9月第1版　1988年9月第1次印刷

印数：1-3 500

ISBN 7-5609-0168-9/TN·6

定价：4.15元

前　言

《信号与线性系统》（含《数字信号处理》中的“快速傅里叶变换”）、《高频电子线路》和《脉冲与数字电路》三门课程是电子类有关专业的技术基础课，在教学计划中占有重要地位，并列为硕士学位研究生入学考试的必考科目。为此，我们在教学实践的基础上编写了本书，它可供有关学科硕士研究生考生作为复习指导书，也可供有关专业的大学生作为学习三门课程的参考书。

本书共分三篇。第一篇信号与线性系统共分六章：第一章至第三章为连续时间信号与系统分析，第四章为离散时间信号与系统分析，第五章为状态变量分析，第六章为快速傅里叶变换。第二篇高频电子线路共分七章：第一章为串并联回路和线性放大器，第二章至第六章分析各种非线性电路，第七章为噪声。第三篇脉冲与数字电路共分五章：第一章为脉冲电路，第二章至第五章为数字电路。每篇内容以突出本门课程基本理论、基本概念和基本计算方法为重点，结合典型例题讨论了解题方法和技巧，并指出了某些易于出现的错误，部分例题给出了几种解法。

本书由华中理工大学电子与信息工程系编写，唐曼卿同志任主编，各篇具体分工如下：第一篇：1～3章由唐曼卿编写，4、5章由刘振兰编写，第6章由姚天任编写；第二篇：1～3章由张惠敏编写，4～7章由严国萍编写；第三篇：第1章由屈万里编写，2、4章由曹汉房编写，3、5章由李凤英编写。

由于我们的水平有限，难免有错误和不妥之处，有些例题的分析方法不一定是最佳的，读者采用的可能比本书提供的更简捷，热忱希望读者提出宝贵意见。

编　者

1987年8月

目　录

第一篇　信号与线性系统

第二篇 高频电子线路

第三篇　脉冲与数字电路

第一篇　信号与线性系统

第一章　连续时间系统的时域分析

【本章要点】

本章介绍了信号的时域分解，以及卷积积分和卷积性质。讨论了线性非时变系统的时域求解方法，重点讨论了通过零输入响应和零状态响应求系统全响应的方法。此外还介绍了求解一阶动态电路的三要素法、经典法。

【公式摘要】

一、冲激函数$\delta(t)$的基本性质

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1-1-1}$$

$$\delta[-(t-t_0)]=\delta(t-t_0) \tag{1-1-2}$$

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1-1-3}$$

$$\frac{dU(t)}{dt}=\delta(t) \tag{1-1-4}$$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=U(t) \tag{1-1-5}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1 \tag{1-1-6}$$

二、冲激偶$\delta'(t)$的基本性质

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \tag{1-1-7}$$

$$\delta'[-(t-t_0)]=-\delta'(t-t_0) \tag{1-1-8}$$

$$\delta'(at)=\frac{1}{a|a|}\delta'(t) \tag{1-1-9}$$

$$\frac{d\delta(t)}{dt}=\delta'(t) \tag{1-1-10}$$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)d\tau=\delta(t) \tag{1-1-11}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)dt=0 \tag{1-1-12}$$

三、任意函数$f(t)$可分解为奇分量$f_o(t)$和偶分量$f_e(t)$之和

$$f(t)=f_o(t)+f_e(t) \tag{1-1-13a}$$

$$f_o(t)=\frac{f(t)-f(-t)}{2} \tag{1-1-13b}$$

$$f_e(t)=\frac{f(t)+f(-t)}{2} \tag{1-1-13c}$$

四、线性非时变因果系统的特性

设激励信号为$e(t)$，响应为$y(t)$，则系统具有以下特性：

叠加性与齐次性

$$a_1e_1(t)+a_2e_2(t)\longleftrightarrow a_1y_1(t)+a_2y_2(t) \tag{1-1-14a}$$

非时变性

$$e(t-t_0)\longleftrightarrow y(t-t_0) \tag{1-1-14b}$$

微分特性

$$\frac{de(t)}{dt}\longleftrightarrow\frac{dy(t)}{dt} \tag{1-1-14c}$$

积分特性

$$\int_0^t e(\tau)d\tau\longleftrightarrow\int_0^t y(\tau)d\tau \tag{1-1-14d}$$

因果性

$$\begin{aligned}&\text{当}t<t_0\text{时}\quad e(t)=0\\&\text{则}t<t_0\text{时}\quad y(t)=0\end{aligned} \tag{1-1-14e}$$

五、连续系统的转移算子$H(p)$和系统的单位冲激响应$h(t)$的对应关系

$$H(p)=\frac{1}{p}\longleftrightarrow h(t)=U(t) \tag{1-1-15}$$

$$H(p)=\frac{A}{p-\lambda}\longleftrightarrow h(t)=Ae^{\lambda t}U(t) \tag{1-1-16}$$

$$H(p)=\frac{C_1+jC_2}{p-(\alpha+j\beta)}+\frac{C_1-jC_2}{p+(\alpha+j\beta)}\longleftrightarrow h(t)=2e^{\alpha t}(C_1\cos\beta t-C_2\sin\beta t)\cdot U(t) \tag{1-1-17}$$

$$H(p)=\frac{re^{j\theta}}{p-(\alpha+j\beta)}-\frac{re^{-j\theta}}{p+(\alpha+j\beta)}\longleftrightarrow h(t)=2re^{\alpha t}\cos(\omega t+\theta)\cdot U(t) \tag{1-1-18}$$

六、基本卷积公式

$$f(t)*\delta(t)=f(t) \tag{1-1-19}$$

$$f(t)*\delta'(t)=\frac{df(t)}{dt} \tag{1-1-20}$$

$$f(t)*\delta^{(k)}(t)=f^{(k)}(t) \tag{1-1-21}$$

$$f(t)*\int_{-\infty}^t\delta(\tau)d\tau=f(t)*U(t)=\int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau \tag{1-1-22}$$

$$\frac{df(t)}{dt}*\int_{-\infty}^t g(\tau)d\tau=f(t)*g(t) \tag{1-1-23}$$

$$e^{\lambda t}U(t)*e^{\lambda t}U(t)=te^{\lambda t}U(t) \tag{1-1-24}$$

$$U(t)*U(t)=tU(t) \tag{1-1-25}$$

$$e^{\lambda_1 t}U(t)*e^{\lambda_2 t}U(t)=\frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}(e^{\lambda_2 t}-e^{\lambda_1 t})U(t) \tag{1-1-26}$$

七、卷积的性质

若　　$f_1(t)*f_2(t)=f(t)$

则　　$f_1(t-t_1)*f_2(t-t_2)=f(t-t_1-t_2)$　　(1-1-27)

互换律：$f_1(t)*f_2(t)=f_2(t)*f_1(t)$。　　(1-1-28)

分配律：$f_1(t)*[f_2(t)+f_3(t)]=f_1(t)*f_2(t)+f_1(t)*f_3(t)$. (1-1-29)

结合律：$f_1(t)*[f_2(t)*f_3(t)]=[f_1(t)*f_2(t)]*f_3(t)$. (1-1-30)

函数相卷积后微分：
$$\frac{d}{dt}[f_1(t)*f_2(t)]=f_1(t)*\frac{df_2(t)}{dt}$$
$$=\frac{df_1(t)}{dt}*f_2(t). \tag{1-1-31}$$

函数相卷积后的积分：
$$\int_{-\infty}^{t}\left[f_1(\tau)*f_2(\tau)\right]d\tau=f_1(t)*\left[\int_{-\infty}^{t}f_2(\tau)d\tau\right]$$
$$=f_2(t)*\left[\int_{-\infty}^{t}f_1(\tau)d\tau\right] \tag{1-1-32}$$

§1-1-1 连续时间系统分析的基本概念

一、信号的时域分解

信号的时域分解，就是把信号用若干个奇异函数（如冲激函数和阶跃函数）之和来表示。

1．有始周期信号$f(t)$可以表示为阶跃函数之和

设$f(t)$的第一个周期用$f_1(t)$表示，则
$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}f_1(t-nT)$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}f_1(t)[U(t-nT)-U(t-nT-T)]$$

2．任意有始信号可表示为阶跃函数的积分
$$f(t)=f(0)U(t)+\int_0^t f'(\tau)U(t-\tau)d\tau$$

3．任意有始信号可表示为冲激函数的积分
$$f(t)=\int_0^t f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$

二、连续时间系统的数学模型

1．连续时间系统的数学模型为输入-输出微分方程，设激励为$e(t)$，响应为$y(t)$，则输入-输出方程具有以下形式
$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\cdots+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0y(t)$$
$$=b_m\frac{d^m e(t)}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}e(t)}{dt^{m-1}}+\cdots+b_1\frac{de(t)}{dt}+b_0e(t)$$

2．输入-输出微分方程的算子形式（称算子方程）和转移算子$H(p)$。

为了简化微分方程的形式和计算的方便，将微分方程用算子符号$p\left(=\frac{d}{dt}\right)$表示为算子形式，并引出转移算子的概念。

算子方程为

$$\left(\sum_{i=0}^{n} a_i p^i\right)y(t)=\left(\sum_{j=0}^{m} b_j p^j\right)e(t).$$

或 $D(p)y(t)=N(p)e(t)$， （$D(p)$是系统特征多项式）

由此可得

$$y(t)=\frac{N(p)}{D(p)}e(t)$$
$$=H(p)e(t).$$

其中 $H(p)=\dfrac{N(p)}{D(p)}=\dfrac{y(t)}{e(t)}$称为系统的转移算子。

转移算子表示出时域中激励与响应的关系，在求取零状态响应中起着重要作用。

应用算子方程进行分析运算时必须注意，代数方程中的运算规则对算子方程一般适用，但有例外，先乘后除p一般不能消去$\left(\frac{1}{p}px(t)=X(t)X(-\infty)\right)$。

§1-1-2 连续时间系统的时域分析

线性、非时变连续时间系统通常有以下分析方法：

（1）分别求零输入响应$y_{zi}(t)$和零状态响应$y_{zs}(t)$的方法：此法为常用的一般方法。

（2）三要素法：为求解动态一阶电路的简便方法。

（3）经典法：该法求解较复杂电路比较困难，一般仅用于一阶电路和某些简单二阶电路。

现将前两种方法介绍如下：

一、分别求零输入响应$y_{zi}(t)$和零状态响应$y_{zs}(t)$的方法

求$y_{zs}(t)$时需先求出系统的单位冲激响应$h(t)$，现将求$y_{zi}(t)$、$h(t)$和$y_{zs}(t)$的方法介绍如下。

1．零输入响应$y_{zi}(t)$的求取

$y_{zi}(t)$是满足齐次微分方程$D(p)y_{zi}(t)=0$并由初始状态决定的解。求解时只需由系统的特征根（即$D(p)=0$的根）写出相应解的形式，并利用初始状态确定解中待定系数。求解步骤如下：

（1）求系统的特征根

系统的特征根是转移算子$H(p)$的极点，可由$H(p)$求得，在求$H(p)$的极点时必须注意，当$H(p)$的分子和分母有公因式时不能约去，否则会漏掉某些特征根，$y_{zi}(t)$将丧失应有的自然模式。也就是说，在计算$y_{zi}(t)$时，$H(p)$的分子和分母的公因式不能约去。

（2）根据特征根写出解的形式

当特征根为单根时，有

$$y_{zi}(t)=\sum_{j=1}^{n} C_j e^{\lambda_j t}U(t)$$

式中λ_j为特征方程$D(p)=0$的n个根中第j个根。

当特征根有一个m重根为λ_1，其余$n-m$个单根为λ_{m+1}，λ_{m+2}，…，λ_n时，有

$$y_{zi}(t)=\underbrace{\sum_{i=1}^{m} C_i t^{i-1}e^{\lambda_1 t}}_{\text{(重根项)}}+\underbrace{\sum_{j=m+1}^{n} C_j e^{\lambda_j t}}_{\text{(单根项)}}\qquad t\geqslant 0$$

（3）由零输入初始条件$y_{zi}(0)$、$y'_{zi}(0)$、…、$y_{zi}^{(n-1)}(0)$决定待定系数。

2．系统单位冲激响应$h(t)$的求取

（1）将$h(t)$看作特定初始条件下的零输入响应（$t>0$时），用求零输入响应的方法来求取，故$h(t)$与$y_{zi}(t)$具有相同的模式。

（2）通过系统的转移算子$H(p)$求取

该法为常用的、一般的方法。其求解步骤是：首先求出$H(p)$，一般$N(p)$幂次低于$D(p)$幂次；然后将$H(p)$分解为部分分式之和，即

$H(p)=\sum_{i=1}^{n}\frac{A_i}{p-\lambda_i}$，最后用$H(p)$与$h(t)$的关系（见公式摘要五）求得$h(t)$。注意在求$h(t)$时，$H(p)$式中分子和分母有公因式不能约掉。

（3）通过系统的拉氏变换$H(s)$求$h(t)$

因为$H(s)$和$h(t)$是一对拉氏变换，即

$$h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]，\quad 而H(s)=H(p)|_{p=s}$$

注意在利用$H(s)$求$h(t)$时，$H(s)$式中分子和分母的公因式不能约掉。

3．零状态响应$y_{zs}(t)$的求取

$$y_{zs}(t)=e(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}e(\tau)h(t-\tau)d\tau，\quad =h(t)*e(t)$$

求解系统的零状态响应就是计算系统的单位冲激响应$h(t)$与输入$e(t)$的卷积。有以下几种方法。

（1）由卷积定义式求取

该法是基本方法。一般简单的低阶电路，或当$e(t)$、$h(t)$中有一为奇异函数，特别是冲激函数组合时，求取就比较简便。但当$e(t)$、$h(t)$都不是奇异函数组合时，积分运算比较困难。

（2）根据常用的卷积公式（见本章公式摘要六），结合卷积性质求取。该法的优点是避免了积分运算。

（3）图解法。

二、三要素法

该法适用于一阶动态电路，且电源在$t>0$时为直流时求响应$y(t)$。求解公式为

$$y(t)=y(\infty)+[y(0^+)-y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

例1-1-1　设经过图1-1-1(a)和(b)所示的纯电感L和纯电容C两条支路的电流波形均如

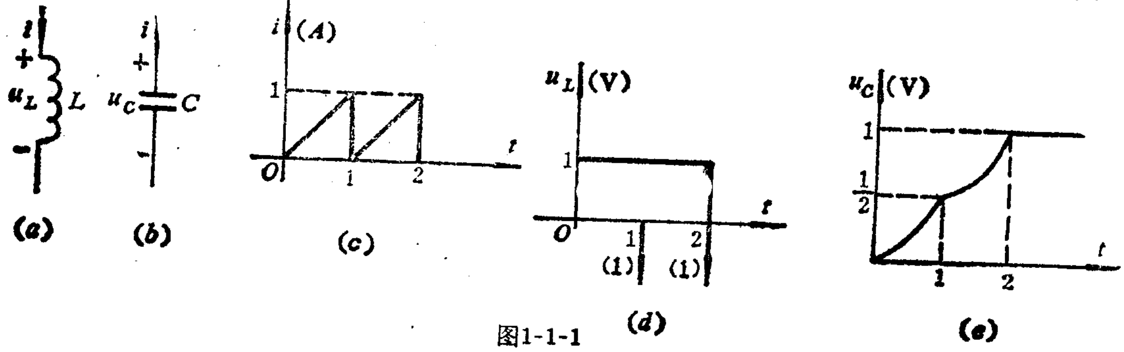


图1-1-1

图1-1-1(c)所示. 求$i(t)$、$u_L(t)$、和$u_c(t)$的数学表达式,并绘出$u_L(t)$及$u_c(t)$的波形图. 已知$u_c(0)=0$, $L=1H$, $C=1F$.

(华中工学院1981年试题)

解 (1) 求$i(t)$

由给定的波形图1-1-1(c)可直接得出

$$i(t)=t[U(t)-U(t-1)]+(t-1)[U(t-1)U(t-2)]$$
$$=tU(t)-tU(t-2)-U(t-1)+U(t-2).$$

(2) 求$u_L(t)$及其波形图

$$u_L(t)=L\frac{di}{dt}$$

$$\because \frac{d}{dt}tU(t)=U(t)+t\delta(t)$$
$$=U(t)$$

$$\frac{d}{dt}tU(t-2)=\frac{d}{dt}\Big[(t-2)U(t-2)+2U(t-2)\Big]$$
$$=U(t-2)+2\delta(t-2)$$

$$\frac{d}{dt}U(t-1)=\delta(t-1)$$

$$\frac{d}{dt}U(t-2)=\delta(t-2)$$

$$\therefore\ u_L(t)=L\frac{di}{dt}$$
$$=L\frac{d}{dt}[tU(t)-tU(t-2)-U(t-1)+U(t-2)]$$
$$=L[U(t)-U(t-2)-2\delta(t-2)-\delta(t-1)+\delta(t-2)]$$
$$=L[U(t)-U(t-2)-\delta(t-1)-\delta(t-2)]$$
$$=U(t)-U(t-2)-\delta(t-1)-\delta(t-2).$$

$u_L(t)$波形图如图1-1-1(d)所示。

本题亦可以由给定的$i(t)$波形图作出$u_L(t)$的波形图, 再由$u_L(t)$的波形图很快写出$u_L(t)$的数学表达式。

(3) 求$u_C(t)$及其波形图

$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\tau)d\tau$$

由于$i(t)$在不同时间内表示式不相同, $u_c(t)$通过分段积分求得如下。

当$t\leqslant 0$时, $i(t)=0$

$u_c(t)=0$

当$0\leqslant t\leqslant 1$时, $i(t)=t$

$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau$$
$$=\frac{1}{C}\int_0^t \tau d\tau$$
$$=\frac{t^2}{2C}=\frac{t^2}{C}$$

$$u_c(1)=\frac{1}{2C}=\frac{1}{2}\text{V}.$$

当 $1\leqslant t\leqslant 2$ 时，$i(t)=t-1$

$$\begin{aligned}u_c(t)&=u_c(1)+\frac{1}{C}\int_1^t i(\tau)d\tau\\&=\frac{1}{2C}+\frac{1}{C}\int_1^t(\tau-1)d\tau\\&=\frac{1}{C}\left(\frac{t^2}{2}-t+1\right)\\&=\frac{t^2}{2}-t+1\end{aligned}$$

$$u_c(2)=\frac{1}{C}=1\text{V}.$$

当$t\geqslant 2$时，$i(t)=0$

$$\begin{aligned}u_c(t)&=u_c(2)+\frac{1}{C}\int_2^t i(\tau)d\tau\\&=u_c(2)\\&=\frac{1}{C}=1\text{V}.\end{aligned}$$

根据以上求得的结果可作$u_c(t)$波形图如图1-1-1(e)所示

例1-1-2 由两个独立的阶跃电源$e(t)$和$i(t)$和一个初始电压$u\ (0_-)=v_0$的电路如图1-1-2(a)所示，已知$e(t)=v_d\ U(t)\ \ i(t)=I_d\ U(t)$

（1）求电阻R_2上的电压$u_2(t)$的表示式。

（2）求当$V_{d\bullet}=2\text{V}$，$I_{d\bullet}=2\text{A}$，$v_0=3\text{V}$，$R_1=R_2=1\Omega$，$C=1\text{F}$时$u_2(t)$的波形图。

（华中工学院1985年试题）

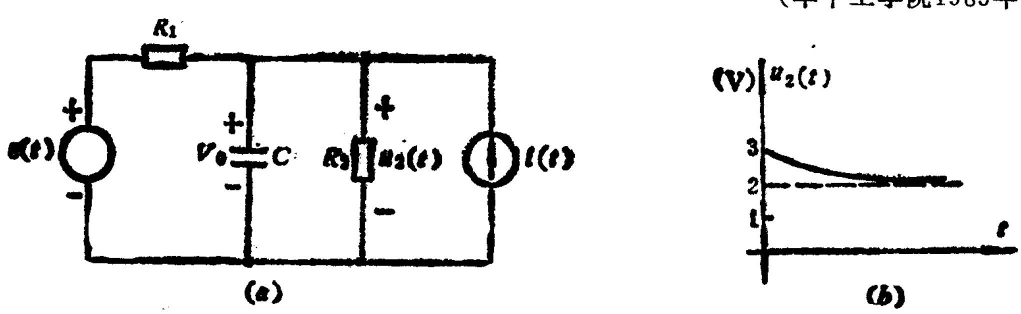


图1-1-2

解 本题求解方法有多种。由于电路为一阶动态电路，$t>0$时$e_0(t)$、$i_0(t)$相当于直流电源，故可用三要素法简便求得。

$$u_2(t)=u_2(\infty)+\left[u_2(0^+)-u_2(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

（1）求时间常数τ

$$\tau=RC=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C$$

（2）求稳态值$u_2(\infty)$

由叠加原理可得

$$u_2(\infty)=\frac{R_2}{R_1+R_2}V_s+\frac{R_1}{R_1+R_2}I_sR_2$$

（3）求初始值$u_2(0^+)$

$$u_2(0^+)=u_2(0^-)=V_0$$

（4）求$u_2(t)$的表示式

$$u_2(t)=u_2(\infty)+\left[u_2(0^+)-u_2(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=\frac{R_2}{R_1+R_2}V_s+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I_s$$

$$+\left[V_0-\frac{R_2}{R_1+R_2}V_s-\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I_s\right]e^{-\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}t}$$

（5）求在给定条件下$u_2(t)$的波形图

在给定条件下$u_2(t)$的表示式为

$$u_2(t)=\frac{1}{2}V_s+\frac{1}{2}I_s+\left(V_0-\frac{1}{2}V_s-\frac{1}{2}I_s\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

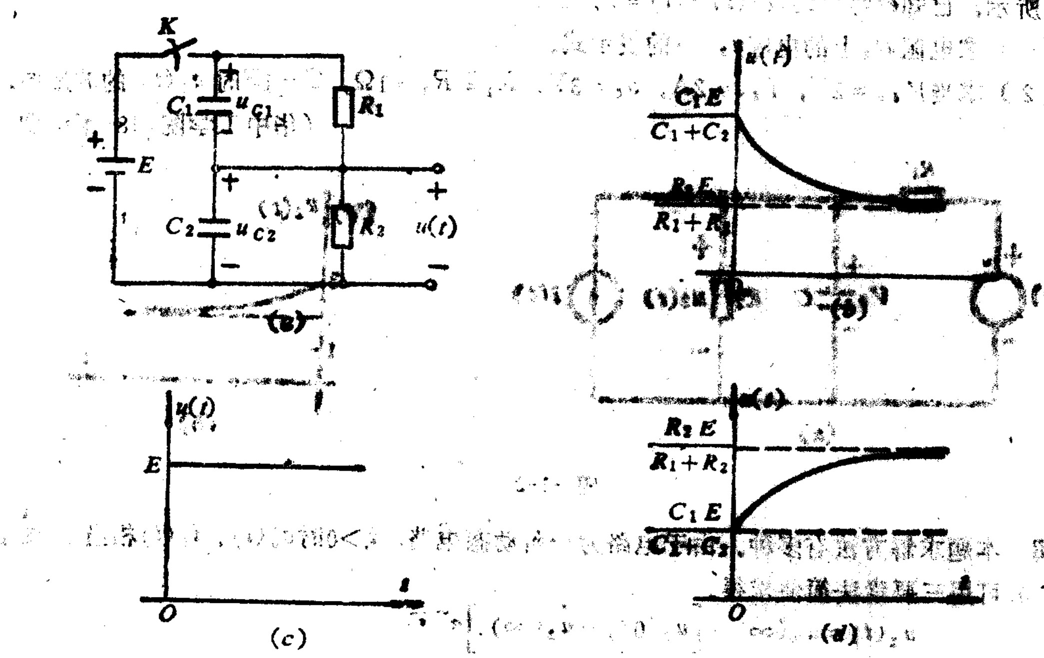
$$=1+1+(3-1-1)e^{-2t}$$

$$=(2+e^{-2t})u(t)$$

由$u_2(t)$表示式可作出其波形图如图1-1-2(b)所示。

例1-1-3 一电路如图1-1-3(a)所示，设电容初始储能为零，应用三要素法求开关K闭合后的电压$u(t)$。并画出波形图。问欲使$u(t)$没有过渡过程，电路应具备什么条件。

（北方交通大学1981年试题）



(a)　(b) $C_1R_1>C_2R_2$　(c) $C_1R_1=C_2R_2$　(d) $C_1R_1>C_2R_2$

图1-1-3

解 本题是假二阶电路，虽有两个储能元件，但由于电路中只有一由电容C_1、C_2与电源E组成的闭合回路（称纯电容回路），电压u_{C1}和u_{C2}中只有一个是独立的，电路要降阶一

次，所以实际上是一阶电路，又电源在$t>0$时相当直流电源，因此可用三要素法求解$u(t)=u_{c2}(t)$。

（1）求τ

$$\tau=RC=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}(C_1+C_2)$$

（2）求$u_{c2}(\infty)$

$$u_{c2}(\infty)=\frac{R_2}{R_1+R_2}E$$

（3）求$u_{c2}(0^+)$

本题有一纯电容回路，为电容电压强迫突变电路，$u_{c2}(0^+)\neq u_{c2}(0^-)=0$，故要求出$u_{c2}(0^+)$值，这是解本题的关键，$u_{c2}(0^+)$可通过电荷守恒定理求得，计算如下。

$\because q=C_1u_c(0^+)=C_2u_{c2}(0^+)\quad u_{c1}(0^+)+u_{c2}(0^+)=E$ （1）（2）

式(1)、(2)联立即可得

$$u_{c2}(0^+)=\frac{C_1}{C_1+C_2}E$$

（4）求$u(t)$

$$u(t)=u_{c2}(t)=u_{c2}(\infty)+[u_{c2}(0^+)-u_{c2}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=\frac{R_2E}{R_1+R_2}+\left[\frac{C_1}{C_1+C_2}E-\frac{R_2}{R_1+R_2}E\right]e^{-\frac{t}{RC}}\qquad t>0$$

式中$R=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

当$\dfrac{C_1}{C_1+C_2}\gtreqless\dfrac{R_2}{R_1+R}$时，亦即$C_1R_1\gtreqless C_2R_2$时

输出电压$u_{c2}(t)$波形图如图1-1-3(b)、(c)和(d)所示。

由求得的$u_2(t)$表示式看出，当$\dfrac{C_1}{C_1+C_2}E-\dfrac{R_2}{R_1+R_2}E=0$，即$\dfrac{C_1}{C_1+C_2}=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$时，亦即$C_1R_1=C_2R_2$时，电路没有过渡过程。

例1-1-4 一电路如图1-1-4所示，设电容C_1和C_2的初始电压$u_{c1}(0)=0$，$u_{c2}(0)=5\text{V}$，在$t=0$时开关K闭合，求$i(0^+)$、$u_{c2}(t)$和在$t=1\text{s}$时电阻两端的电压$u_R(t)$。

（上海铁道学院1985年试题）

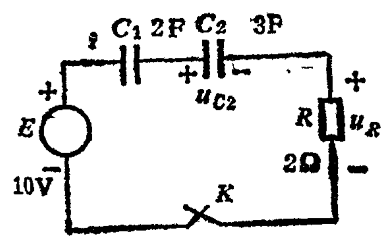


图1-1-4

解 （1）求$i(0^+)$：　$\because u_{c2}(0^+)=u_{c2}(0)=5\text{V}$

$$i(0^+)=\frac{E-u_{c2}(0^+)}{R}=2.5\text{A}$$

（2）求$u_{c2}(t)$：电路为一阶电路，故可用三要素法求之。

$$\tau=RC=R\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

$=\frac{12}{5}s$

$u_{c2}(\infty)=\frac{C_1}{C_1+C_2}E$

$=4V$

$u_{c2}(0^+)=5V$

$\therefore u_{c2}(t)=u_{c2}(\infty)+[u_{c2}(0^+)-u_{c2}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

$=4+(5-4)e^{-\frac{5}{12}t}$

$=(4+e^{-\frac{5}{12}t})U(t).$

（3）求$u_2(t)$和$u_2(1)$，用三要素法求解。

$u_2(\infty)=0$

$u_2(0^+)=i(0^+)R$

$=2.5\times2$

$=5V$

$u_2(t)=u_2(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$=5e^{-\frac{5}{12}t}$

$u_2(1)=3.3V\qquad t>0$

例1-1-5 已知$f_1(t)=U(t-1)-U(t-3)$，$f_2(t)=e^{-t}U(t)$利用卷积的性质和熟知的公式求$f_1(t)*f_2(t)$（不要直接按卷积定义式解）。

（浙江大学1983年试题）

解 利用卷积的性质和卷积的基本公式可简单的求得。

利用卷积的分配律

$$f_1(t)*f_2(t)=[U(t-1)-U(t-3)]*e^{-t}U(t)$$
$$=e^{-t}U(t)*U(t-1)-e^{-t}U(t)*U(t-3).$$

由卷积基本公式（1-1-26），令$\lambda_2=0$，$\lambda_1=\lambda$得到公式$e^{\lambda t}U(t)*U(t)=\frac{-1}{\lambda}(1-e^{\lambda t})U(t)$，由此式求得

$$e^{-t}U(t)*U(t)=(1-e^{-t})U(t)$$

再由卷积基本公式(1-1-27)，得

$$e^{-t}U(t)*U(t-1)=[1-e^{-(t-1)}]U(t-1)$$
$$e^{-t}U(t)*U(t-3)=[1-e^{-(t-3)}]U(t-3).$$

最后得到

$$f_1(t)*f_2(t)=[1-e^{-(t-1)}]U(t-1)-[1-e^{-(t-3)}]U(t-3).$$

例1-1-6 试求卷积$f(t)$。

$$f(t)=e^{-2t}U(t)*t^{\circ}U(t)*[\delta''(t)+3\delta'(t)+2\delta(t)]*e^{-t}U(t)$$

（成都电讯工程学院1983年试题）

解 利用卷积的性质和卷积基本公式可求得如下：