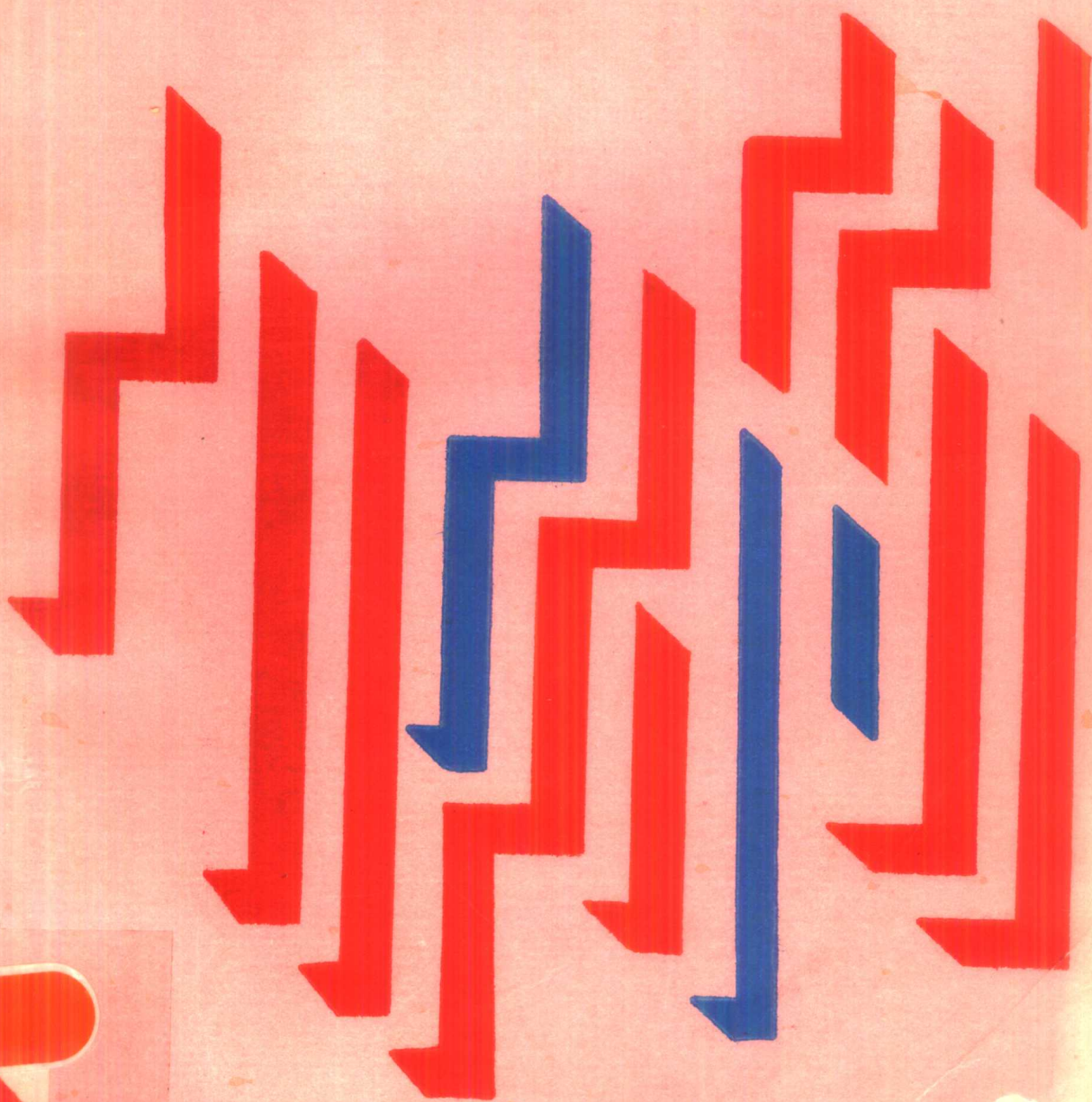


电·子·与·信·息·学·科

研究生入学考试指南

唐曼卿 主编



华中理工大学出版社

电子与信息学科

研究生入学考试指南

唐曼卿 主编

华中理工大学出版社

内 容 提 要

本书共分三篇。第一篇为信号与线性系统（含《数字信号处理》中的“快速傅里叶变换”）、《高频电子线路》三门课程的主要内容、基本概念、主要公式、基本计算方法和设计方法。各篇均附有大量例题和习题，供读者参考。第二篇为高频电子线路，第三篇为脉冲与数字电路。它既可作为研究生入学考试的复习指导书，也可供学习有关课程的学生参考。

电子与信息学科

研究生入学考试指南

唐曼卿 主编

责任编辑 朱洪

华中理工大学出版社出版发行

（武昌雄楚大街）

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/16 印张：24.75 字数：462 000

1988年9月第1版 1988年9月第1次印刷

印数：1-3 500

ISBN 7-5609-0168-9/TN·6

定价：4.15元

前 言

《信号与线性系统》(含《数字信号处理》中的“快速傅里叶变换”)、《高频电子线路》和《脉冲与数字电路》三门课程是电子类有关专业的技术基础课,在教学计划中占有重要地位,并列为硕士学位研究生入学考试的必考科目。为此,我们在教学实践的基础上编写了本书,它可供有关学科硕士研究生考生作为复习指导书,也可供有关专业的大学生作为学习三门课程的参考书。

本书共分三篇。第一篇信号与线性系统共分六章:第一章至第三章为连续时间信号与系统分析,第四章为离散时间信号与系统分析,第五章为状态变量分析,第六章为快速傅里叶变换。第二篇高频电子线路共分七章:第一章为串并联回路和线性放大器,第二章至第六章分析各种非线性电路,第七章为噪声。第三篇脉冲与数字电路共分五章:第一章为脉冲电路,第二章至第五章为数字电路。每篇内容以突出本门课程基本理论、基本概念和基本计算方法为重点,结合典型例题讨论了解题方法和技巧,并指出了某些易于出现的错误,部分例题给出了几种解法。

本书由华中理工大学电子与信息工程系编写,唐曼卿同志任主编,各篇具体分工如下:第一篇:1~3章由唐曼卿编写,4、5章由刘振兰编写,第6章由姚天任编写;第二篇:1~3章由张惠敏编写,4~7章由严国萍编写;第三篇:第1章由屈万里编写,2、4章由曹汎房编写,3、5章由李凤英编写。

由于我们的水平有限,难免有错误和不妥之处,有些例题的分析方法不一定是最佳的,读者采用的可能比本书提供的更简捷,热忱希望读者提出宝贵意见。

编 者

1987年8月

目 录

第一篇 信号与线性系统

第一章 连续时间系统的时域分析	(1)
§ 1-1-1 连续时间系统分析的基本概念.....	(3)
§ 1-1-2 连续时间系统的时域分析.....	(4)
习题.....	(12)
参考答案.....	(14)
第二章 连续时间系统的频域分析	(17)
§ 1-2-1 周期信号的频谱分析.....	(20)
§ 1-2-2 非周期信号的频谱分析.....	(26)
§ 1-2-3 系统的频域分析法.....	(39)
习题.....	(47)
参考答案.....	(51)
第三章 连续时间系统的复频域分析	(54)
§ 1-3-1 拉氏正变换及其反变换的计算.....	(57)
§ 1-3-2 应用拉氏变换法求系统响应.....	(65)
§ 1-3-3 系统函数 $H(s)$	(65)
习题.....	(82)
参考答案.....	(84)
第四章 离散时间系统分析	(85)
§ 1-4-1 抽样信号.....	(87)
§ 1-4-2 离散时间系统的时域分析.....	(90)
§ 1-4-3 离散时间系统的 z 域分析.....	(110)
习题.....	(110)
参考答案.....	(113)
第五章 线性系统的状态变量分析	(115)
§ 1-5-1 状态方程和输出方程的建立及其求解.....	(117)
§ 1-5-2 运用系统的状态方程和响应求描述系统的参数.....	(127)
习题.....	(137)
参考答案.....	(140)
第六章 快速傅里叶变换	(143)
§ 1-6-1 傅里叶变换的各种形式.....	(144)
§ 1-6-2 离散傅里叶变换及其性质.....	(147)
§ 1-6-3 快速傅里叶变换 (FFT)	(152)
§ 1-6-4 用DFT计算线性卷积.....	(156)
习题.....	(158)
参考答案.....	(159)

第二篇 高频电子线路

第一章 回路和小信号谐振放大器	(161)
§ 2-1-1 串并联谐振回路.....	(162)
§ 2-1-2 耦合回路.....	(166)
§ 2-1-3 单调谐小信号谐振放大器.....	(170)
习 题.....	(174)
参 考 答 案.....	(177)
第二章 高频功率放大器	(178)
§ 2-2-1 高频谐振功率放大器的工作原理.....	(178)
§ 2-2-2 折线法与负载特性.....	(179)
§ 2-2-3 各级电压对工作状态的影响.....	(182)
§ 2-2-4 放大器的馈电线路和输出回路.....	(184)
§ 2-2-5 谐振式功率放大器的调谐与调整以及功率合成器.....	(189)
习 题.....	(190)
参 考 答 案.....	(191)
第三章 正弦波振荡器	(192)
§ 2-3-1 振荡器基本工作原理.....	(192)
§ 2-3-2 相位平衡条件的判断法则.....	(193)
§ 2-3-3 高稳定度振荡电路的几种形式.....	(196)
习 题.....	(203)
参 考 答 案.....	(206)
第四章 振幅调制与解调	(208)
§ 2-4-1 调幅波的性质.....	(209)
§ 2-4-2 振幅调制的基本原理与方法.....	(213)
§ 2-4-3 解调的基本原理、分类及其质量指标.....	(218)
习 题.....	(225)
参 考 答 案.....	(229)
第五章 变频	(230)
§ 2-5-1 变频的作用、工作原理及质量指标.....	(230)
§ 2-5-2 混频的方法.....	(233)
§ 2-5-3 混频器的干扰.....	(239)
习 题.....	(241)
参 考 答 案.....	(243)
第六章 角度调制与频率解调	(244)
§ 2-6-1 调角波的性质.....	(244)
§ 2-6-2 调频的方法.....	(248)
§ 2-6-3 调角信号的解调.....	(253)
习 题.....	(256)
参 考 答 案.....	(261)
第七章 放大电路的噪声	(262)
§ 2-7-1 起伏噪声.....	(262)
§ 2-7-2 噪声系数及其测量.....	(265)

习题	(268)
参考 答 案	(270)

第三篇 脉冲与数字电路

第一章 脉冲电路	(271)
§ 3-1-1 晶体管开关	(271)
§ 3-1-2 R 、 L 、 C 电路的过渡过程	(278)
§ 3-1-3 波形变换	(281)
§ 3-1-4 脉冲波形产生器	(288)
习题	(300)
参考 答 案	(303)
第二章 逻辑函数	(304)
§ 3-2-1 逻辑函数的基本定理和常用规则	(304)
§ 3-2-2 代数法简化逻辑函数	(305)
§ 3-2-3 卡诺图法简化逻辑函数	(307)
§ 3-2-4 Q - M 法简化逻辑函数	(310)
习题	(313)
参考 答 案	(314)
第三章 组合逻辑电路	(315)
§ 3-3-1 常用的集成逻辑门及使用中应注意的问题	(315)
§ 3-3-2 组合逻辑电路分析	(318)
§ 3-3-3 组合逻辑电路设计	(320)
§ 3-3-4 用中规模集成组件构成组合电路	(331)
§ 3-3-5 组合电路设计综合举例	(335)
习题	(337)
参考 答 案	(340)
第四章 时序电路	(341)
§ 3-4-1 集成触发器	(341)
§ 3-4-2 时序电路分析	(344)
§ 3-4-3 时序电路的设计方法	(346)
§ 3-4-4 中规模时序组件的应用	(366)
习题	(370)
参考 答 案	(372)
第五章 大规模集成电路与模-数(数-模)转换	(373)
§ 3-5-1 半导体存储器	(373)
§ 3-5-2 只读存储器 (ROM)	(377)
§ 3-5-3 可编程逻辑阵列 (PLA)	(381)
§ 3-5-4 模-数和数-模转换	(383)
习题	(386)
案	(387)

第一篇 信号与线性系统

第一章 连续时间系统的时域分析

【本章要点】

本章介绍了信号的时域分解, 以及卷积积分和卷积性质。讨论了线性非时变系统的时域求解方法, 重点讨论了通过零输入响应和零状态响应求系统全响应的方法。此外还介绍了求解一阶动态电路的三要素法、经典法。

【公式摘要】

一、冲激函数 $\delta(t)$ 的基本性质

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0) \quad (1-1-1)$$

$$\delta[-(t-t_0)]=\delta(t-t_0) \quad (1-1-2)$$

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t) \quad (1-1-3)$$

$$\frac{dU(t)}{dt}=\delta(t) \quad (1-1-4)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = U(t) \quad (1-1-5)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1-1-6)$$

二、冲激偶 $\delta'(t)$ 的基本性质

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \quad (1-1-7)$$

$$\delta'[-(t-t_0)]=-\delta'(t-t_0) \quad (1-1-8)$$

$$\delta'(at)=\frac{1}{|a|}\delta'(t) \quad (1-1-9)$$

$$\frac{d\delta(t)}{dt}=\delta'(t) \quad (1-1-10)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau = \delta(t) \quad (1-1-11)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0 \quad (1-1-12)$$

三、任意函数 $f(t)$ 可分解为奇分量 $f_o(t)$ 和偶分量 $f_e(t)$ 之和

$$f(t)=f_e(t)+f_o(t) \quad (1-1-13a)$$

$$f_e(t)=\frac{f(t)+f(-t)}{2} \quad (1-1-13b)$$

$$f_o(t)=\frac{f(t)-f(-t)}{2} \quad (1-1-13c)$$

四、线性非时变因果系统的特性

设激励信号为 $e(t)$ ，响应为 $y(t)$ ，则系统具有以下特性：

叠加性与齐次性

$$a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t) \longleftrightarrow a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t) \quad (1-1-14a)$$

非时变性

$$e(t-t_0) \longleftrightarrow y(t-t_0) \quad (1-1-14b)$$

微分特性

$$\frac{de(t)}{dt} \longleftrightarrow \frac{dy(t)}{dt} \quad (1-1-14c)$$

积分特性

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \longleftrightarrow \int_0^t y(\tau) d\tau \quad (1-1-14d)$$

因果性

$$\text{当 } t < t_0 \text{ 时 } e(t) = 0$$

$$(1-1-14e)$$

$$\text{则 } t < t_0 \text{ 时 } y(t) = 0$$

五、连续系统的转移算子 $H(p)$ 和系统的单位冲激响应 $h(t)$ 的对应关系

$$H(p) = \frac{1}{p} \longleftrightarrow h(t) = U(t) \quad (1-1-15)$$

$$H(p) = \frac{A}{p-\lambda} \longleftrightarrow h(t) = Ae^{\lambda t} U(t) \quad (1-1-16)$$

$$H(p) = \frac{C_1 + jC_2}{p - (\alpha + j\beta)} + \frac{C_1 - jC_2}{p + (\alpha + j\beta)} \longleftrightarrow h(t) = 2e^{-\alpha t} (C_1 \cos \beta t - C_2 \sin \beta t) \cdot U(t) \quad (1-1-17)$$

$$H(p) = \frac{re^{j\theta}}{p - (\alpha + j\beta)} - \frac{re^{-j\theta}}{p + (\alpha + j\beta)} \longleftrightarrow h(t) = 2re^{-\alpha t} \cos(\omega t + \theta) \cdot U(t) \quad (1-1-18)$$

六、基本卷积公式

$$f(t) * \delta(t) = f(t) \quad (1-1-19)$$

$$f(t) * \delta'(t) = \frac{df(t)}{dt} \quad (1-1-20)$$

$$f(t) * \delta^{(n)}(t) = f^{(n)}(t) \quad (1-1-21)$$

$$f(t) * \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = f(t) * U(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \quad (1-1-22)$$

$$\frac{df(t)}{dt} * \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau = f(t) * g(t) \quad (1-1-23)$$

$$e^{\lambda_1 t} U(t) * e^{\lambda_2 t} U(t) = te^{\lambda_1 t} U(t) \quad (1-1-24)$$

$$\bar{U}(t) * U(t) = tU(t) \quad (1-1-25)$$

$$e^{\lambda_1 t} U(t) * e^{\lambda_2 t} U(t) = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{\lambda_2 t} - e^{\lambda_1 t}) U(t) \quad (1-1-26)$$

七、卷积的性质

$$\text{若 } f_1(t) * f_2(t) = f(t)$$

$$\text{则 } f_1(t-t_1) * f_2(t-t_2) = f(t-t_1-t_2) \quad (1-1-27)$$

$$\text{互换律: } f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t) \quad (1-1-28)$$

$$\text{分配律: } f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t). \quad (1-1-29)$$

$$\text{结合律: } f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)] = [f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t). \quad (1-1-30)$$

$$\begin{aligned} \text{函数相卷积后微分: } \frac{d}{dt}[f_1(t) * f_2(t)] &= f_1(t) * \frac{df_2(t)}{dt} \\ &= \frac{df_1(t)}{dt} * f_2(t). \end{aligned} \quad (1-1-31)$$

函数相卷积后的积分:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^t [f_1(\tau) * f_2(\tau)] d\tau &= f_1(t) * \left[\int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau \right] \\ &= f_2(t) * \left[\int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (1-1-32)$$

§ 1-1-1 连续时间系统分析的基本概念

一、信号的时域分解

信号的时域分解,就是把信号用若干个奇异函数(如冲激函数和阶跃函数)之和来表示。

1. 有始周期信号 $f(t)$ 可以表示为阶跃函数之和

设 $f(t)$ 的第一个周期用 $f_1(t)$ 表示,则

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_1(t - nT) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_1(t) [U(t - nT) - U(t - nT - T)] \end{aligned}$$

2. 任意有始信号可表示为阶跃函数的积分

$$f(t) = f(0)U(t) + \int_0^t f'(\tau)U(t - \tau) d\tau$$

3. 任意有始信号可表示为冲激函数的积分

$$f(t) = \int_0^t f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

二、连续时间系统的数学模型

1. 连续时间系统的数学模型为输入-输出微分方程,设激励为 $e(t)$,响应为 $y(t)$,则输入-输出方程具有以下形式

$$\begin{aligned} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ = b_n \frac{d^n e(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} e(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_0 e(t) \end{aligned}$$

2. 输入-输出微分方程的算子形式(称算子方程)和转移算子 $H(p)$ 。

为了简化微分方程的形式和计算的方便,将微分方程用算子符号 $p \left(= \frac{d}{dt} \right)$ 表示为算子形式,并引出转移算子的概念。

算子方程为

$$\left(\sum_{i=0}^n a_i p^i\right) y(t) = \left(\sum_{j=0}^m b_j p^j\right) e(t).$$

或 $D(p)y(t) = N(p)e(t)$, ($D(p)$ 是系统特征多项式)

由此可得

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{N(p)}{D(p)} e(t) \\ &= H(p)e(t). \end{aligned}$$

其中 $H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{y(t)}{e(t)}$ 称为系统的转移算子。

转移算子表示出时域中激励与响应的关系,在求取零状态响应中起着重要作用。

应用算子方程进行分析运算时必须注意,代数方程中的运算规则对算子方程一般适用,

但有例外,先乘后除 p 一般不能消去 $\left(\frac{1}{p} p x(t) = X(t) X(-\infty)\right)$ 。

§1-1-2 连续时间系统的时域分析

线性、非时变连续时间系统通常有以下分析方法:

(1) 分别求零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和零状态响应 $y_{zs}(t)$ 的方法:此法为常用的一般方法。

(2) 三要素法:为求解动态一阶电路的简便方法。

(3) 经典法:该法求解较复杂电路比较困难,一般仅用于一阶电路和某些简单二阶电路。

现将前两种方法介绍如下:

一、分别求零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和零状态响应 $y_{zs}(t)$ 的方法

求 $y_{zs}(t)$ 时需先求出系统的单位冲激响应 $h(t)$,现将求 $y_{zi}(t)$ 、 $h(t)$ 和 $y_{zs}(t)$ 的方法介绍如下。

1. 零输入响应 $y_{zi}(t)$ 的求取

$y_{zi}(t)$ 是满足齐次微分方程 $D(p)y_{zi}(t) = 0$ 并由初始状态决定的解。求解时只需由系统的特征根(即 $D(p) = 0$ 的根)写出相应解的形式,并利用初始状态确定解中待定系数。求解步骤如下:

(1) 求系统的特征根

系统的特征根是转移算子 $H(p)$ 的极点,可由 $H(p)$ 求得,在求 $H(p)$ 的极点时必须注意,当 $H(p)$ 的分子和分母有公因式时不能约去,否则会漏掉某些特征根, $y_{zi}(t)$ 将丧失应有的自然模式。也就是说,在计算 $y_{zi}(t)$ 时, $H(p)$ 的分子和分母的公因式不能约去。

(2) 根据特征根写出解的形式

当特征根为单根时,有

$$y_{zi}(t) = \sum_{j=1}^n C_j e^{\lambda_j t} U(t)$$

式中 λ_j 为特征方程 $D(p) = 0$ 的 n 个根中第 j 个根。

当特征根有一个 m 重根为 λ_1 , 其余 $n-n$ 个单根为 $\lambda_{m+1}, \lambda_{m+2}, \dots, \lambda_n$ 时,有

$$y_{zi}(t) = \sum_{i=1}^m C_i t^{i-1} e^{\lambda_1 t} + \sum_{j=m+1}^n C_j e^{\lambda_j t} \quad t \geq 0$$

(重根项) (单根项)

(3) 由零输入初始条件 $y_{zi}(0)$ 、 $y'_{zi}(0)$ 、 $\dots$ 、 $y^{(n-1)}_{zi}(0)$ 决定待定系数。

2. 系统单位冲激响应 $h(t)$ 的求取

(1) 将 $h(t)$ 看作特定初始条件下的零输入响应 ($t > 0$ 时)，用求零输入响应的方法来求取，故 $h(t)$ 与 $y_{zi}(t)$ 具有相同的模式。

(2) 通过系统的转移算子 $H(p)$ 求取

该法为常用的、一般的方法。其求解步骤是：首先求出 $H(p)$ ，一般 $N(p)$ 幂次低于 $D(p)$ 幂次；然后将 $H(p)$ 分解为部分分式之和，即

$H(p) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{p - \lambda_i}$ ，最后用 $H(p)$ 与 $h(t)$ 的关系（见公式摘要五）求得 $h(t)$ 。注意在求 $h(t)$ 时， $H(p)$ 式中分子和分母有公因式不能约掉。

(3) 通过系统的拉氏变换 $H(s)$ 求 $h(t)$

因为 $H(s)$ 和 $h(t)$ 是一对拉氏变换，即

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)] \quad \text{而} \quad H(s) = H(p)|_{p=s}$$

注意在利用 $H(s)$ 求 $h(t)$ 时， $H(s)$ 式中分子和分母的公因式不能约掉。

3. 零状态响应 $y_{zs}(t)$ 的求取

$$y_{zs}(t) = e(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau) h(t - \tau) d\tau = \dot{h}(t) * e(t)$$

求解系统的零状态响应就是计算系统的单位冲激响应 $h(t)$ 与输入 $e(t)$ 的卷积。有以下几种方法。

(1) 由卷积定义式求取

该法是基本方法。一般简单的低阶电路，或当 $e(t)$ 、 $h(t)$ 中有一为奇异函数，特别是冲激函数组合时，求取就比较简便。但当 $e(t)$ 、 $h(t)$ 都不是奇异函数组合时，积分运算比较困难。

(2) 根据常用的卷积公式（见本章公式摘要六），结合卷积性质求取。该法的优点是避免了积分运算。

(3) 图解法。

二、三要素法

该法适用于一阶动态电路，且电源在 $t > 0$ 时为直流时求响应 $y(t)$ 。求解公式为

$$y(t) = y(\infty) + [y(0^+) - y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

例1-1-1 设经过图1-1-1(a)和(b)所示的纯电感 L 和纯电容 C 两条支路的电流波形均如

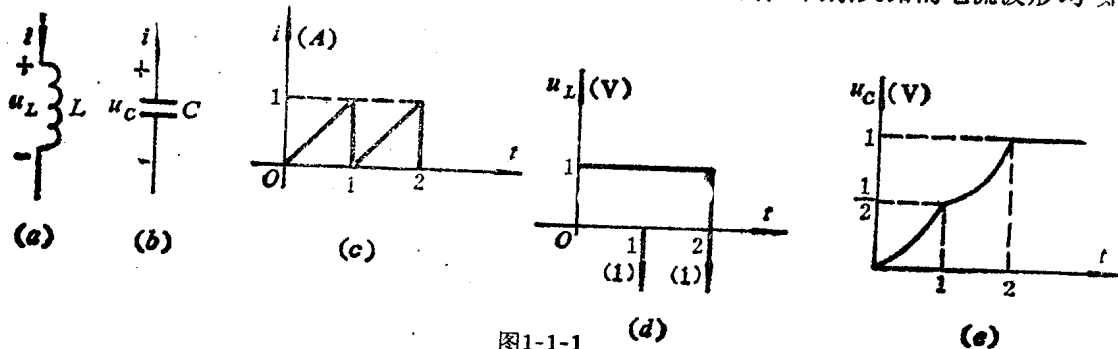


图1-1-1

图1-1-1(c)所示. 求 $i(t)$ 、 $u_L(t)$ 、和 $u_o(t)$ 的数学表达式,并绘出 $u_L(t)$ 及 $u_o(t)$ 的波形图. 已知 $u_o(0) = 0$, $L = 1H$, $C = 1F$.

(华中工学院1981年试题)

解 (1) 求 $i(t)$

由给定的波形图1-1-1(c)可直接得出

$$\begin{aligned} i(t) &= t[U(t) - U(t-1)] + (t-1)[U(t-1)U(t-2)] \\ &= tU(t) - tU(t-2) - U(t-1) + U(t-2). \end{aligned}$$

(2) 求 $u_L(t)$ 及其波形图

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d}{dt} tU(t) &= U(t) + t\delta(t) \\ &= U(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} tU(t-2) &= \frac{d}{dt} [(t-2)U(t-2) + 2U(t-2)] \\ &= U(t-2) + 2\delta(t-2) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} U(t-1) = \delta(t-1)$$

$$\frac{d}{dt} U(t-2) = \delta(t-2)$$

$$\therefore u_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$= L \frac{d}{dt} [tU(t) - tU(t-2) - U(t-1) + U(t-2)]$$

$$= L[U(t) - U(t-2) - 2\delta(t-2) - \delta(t-1) + \delta(t-2)]$$

$$= L[U(t) - U(t-2) - \delta(t-1) - \delta(t-2)]$$

$$= U(t) - U(t-2) - \delta(t-1) - \delta(t-2).$$

$u_L(t)$ 波形图如图1-1-1(d)所示.

本题亦可以由给定的 $i(t)$ 波形图作出 $u_L(t)$ 的波形图,再由 $u_L(t)$ 的波形图很快写出 $u_o(t)$ 的数学表达式.

(3) 求 $u_o(t)$ 及其波形图

$$u_o(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

由于 $i(t)$ 在不同时间由表示式不相同, $u_o(t)$ 通过分段积分求得如下.

当 $t \leq 0$ 时, $i(t) = 0$

$$u_o(t) = 0$$

当 $0 \leq t \leq 1$ 时, $i(t) = t$

$$u_o(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$$

$$= \frac{1}{C} \int_0^t \tau d\tau$$

$$= \frac{t^2}{2C} = \frac{t^2}{C}$$

$$u_c(1) = \frac{1}{2C} = \frac{1}{2}V.$$

当 $1 \leq t \leq 2$ 时, $i(t) = t - 1$

$$\begin{aligned} u_c(t) &= u_c(1) + \frac{1}{C} \int_1^t i(\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{2C} + \frac{1}{C} \int_1^t (\tau - 1) d\tau \\ &= \frac{1}{C} \left(\frac{t^2}{2} - t + 1 \right) \\ &= \frac{t^2}{2} - t + 1 \end{aligned}$$

$$u_c(2) = \frac{1}{C} = 1V.$$

当 $t \geq 2$ 时, $i(t) = 0$

$$\begin{aligned} u_c(t) &= u_c(2) + \frac{1}{C} \int_2^t i(\tau) d\tau \\ &= u_c(2) \\ &= \frac{1}{C} = 1V. \end{aligned}$$

根据以上求得的结果可作 $u_c(t)$ 波形图如图 1-1-1(e) 所示

例 1-1-2 由两个独立的阶跃电源 $e(t)$ 和 $i(t)$ 和一个初始电压 $u(0_-) = v_0$ 的电路如图 1-1-2(a) 所示, 已知 $e(t) = v_s U(t)$, $i(t) = I_s U(t)$

(1) 求电阻 R_2 上的电压 $u_2(t)$ 的表示式。

(2) 求当 $V_s = 2V$, $I_s = 2A$, $v_0 = 3V$, $R_1 = R_2 = 1\Omega$, $C = 1F$ 时 $u_2(t)$ 的波形图。

(华中工学院 1985 年试题)

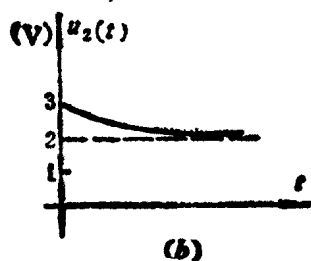
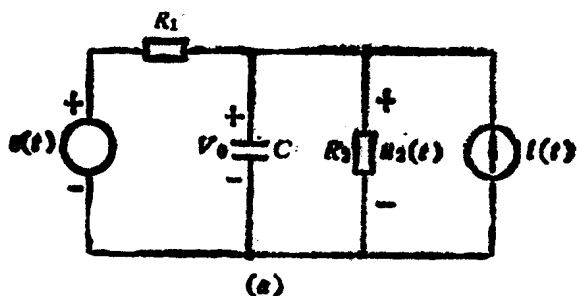


图 1-1-2

解 本题求解方法有多种。由于电路为一阶动态电路, $t > 0$ 时 $e_0(t)$ 、 $i_0(t)$ 相当于直流电源, 故可用三要素法简便求得。

$$u_2(t) = u_2(\infty) + [u_2(0^+) - u_2(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(1) 求时间常数 τ

$$\tau = RC = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$$

(2) 求稳态值 $u_2(\infty)$

由叠加原理可得

$$u_2(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{00} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{00} R_2$$

(3) 求初始值 $u_2(0^+)$

$$u_2(0^+) = u_2(0^-) = V_0$$

(4) 求 $u_2(t)$ 的表示式

$$\begin{aligned} u_2(t) &= u_2(\infty) + [u_2(0^+) - u_2(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{00} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_{00} \\ &\quad + \left[V_0 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{00} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_{00} \right] e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

(5) 求在给定条件下 $u_2(t)$ 的波形图

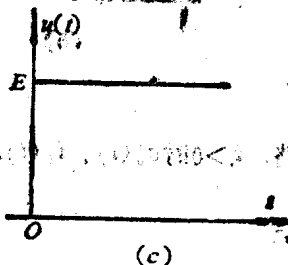
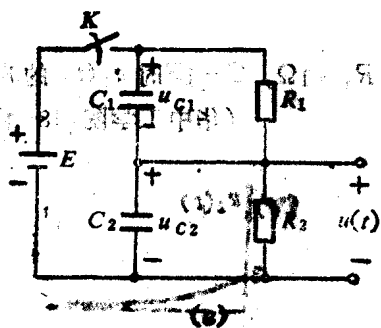
在给定条件下 $u_2(t)$ 的表示式为

$$\begin{aligned} u_2(t) &= \frac{1}{2} V_{00} + \frac{1}{2} I_{00} + \left(V_0 - \frac{1}{2} V_{00} - \frac{1}{2} I_{00} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= 1 + 1 + (3 - 1 - 1) e^{-2t} \\ &= (2 + e^{-2t}) u(t) \end{aligned}$$

由 $u_2(t)$ 表示式可作出其波形图如图1-1-2(b)所示。

例1-1-3 一电路如图1-1-3(d)所示，设电容初始储能为零，应用三要素法求开关K闭合后的电压 $u(t)$ ，并画出波形图。问欲使 $u(t)$ 没有过渡过程，电路应具备什么条件。

(北方交通大学1931年试题)



(a) (b) $C_1 R_1 > C_2 R_2$

(c) $C_1 R_1 = C_2 R_2$

(d) $C_1 R_1 < C_2 R_2$

图1-1-3

解 本题是假二阶电路，虽有两个储能元件，但由于电路中只有一由电容 C_1 、 C_2 与电源 E 组成的闭合回路（称纯电容回路），电压 u_1 和 u_2 中只有一个是独立的，电路要降阶一

次, 所以实际上是一阶电路, 又电源在 $t > 0$ 时相当直流电源, 因此可用三要素法求解 $u(t) = u_{c2}(t)$ 。

(1) 求 τ

$$\tau = RC = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2)$$

(2) 求 $u_{c2}(\infty)$

$$u_{c2}(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

(3) 求 $u_{c2}(0^+)$

本题有一纯电容回路, 为电容电压强迫突变电路, $u_{c2}(0^+) \neq u_{c2}(0^-) = 0$, 故要求出 $u_{c2}(0^+)$ 值, 这是解本题的关键, $u_{c2}(0^+)$ 可通过电荷守恒定理求得, 计算如下。

$$\because q = C_1 u_{c1}(0^+) = C_2 u_{c2}(0^+) \quad u_{c1}(0^+) + u_{c2}(0^+) = E \quad (4) \quad (2)$$

式(1)、(2)联立即可得

$$u_{c2}(0^+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} E$$

(4) 求 $u(t)$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{c2}(t) = u_{c2}(\infty) + [u_{c2}(0^+) - u_{c2}(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} + \left[\frac{C_1}{C_1 + C_2} E - \frac{R_2}{R_1 + R_2} E \right] e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t > 0 \end{aligned}$$

式中 $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

$$\begin{aligned} \text{当 } \frac{C_1}{C_1 + C_2} > \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ 时, 亦即 } C_1 R_1 > C_2 R_2 \text{ 时} \\ &= \\ &< \end{aligned}$$

输出电压 $u_2(t)$ 波形图如图 1-1-3(b)、(c) 和 (d) 所示。

由求得的 $u_2(t)$ 表示式看出, 当 $\frac{C_1}{C_1 + C_2} E - \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = 0$, 即 $\frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ 时, 亦即 $C_1 R_1 = C_2 R_2$ 时, 电路没有过渡过程。

例 1-1-4 一电路如图 1-1-4 所示, 设电容 C_1 和 C_2 的初始电压 $u_{c1}(0) = 0$, $u_{c2}(0) = 5V$, 在 $t = 0$ 时开关 K 闭合, 求 $i(0^+)$ 、 $u_{c2}(t)$ 和在 $t = 1s$ 时电阻两端的电压 $u_R(t)$ 。

(上海铁道学院 1985 年试题)

解 (1) 求 $i(0^+)$: $\because u_{c2}(0^+) = u_{c2}(0) = 5V$

$$i(0^+) = \frac{E - u_{c2}(0^+)}{R} = 2.5A$$

(2) 求 $u_{c2}(t)$: 电路为一阶电路, 故可用三要素法求之。

$$\tau = RC = R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

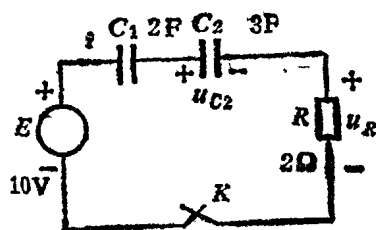


图 1-1-4

$$= \frac{12}{5} \text{ s}$$

$$u_{s2}(\infty) = \frac{C_{u_2} E}{C_1 + C_2}$$

$$= 4 \text{ V}$$

$$u_{s2}(0^+) = 5 \text{ V}$$

$$\therefore u_{s2}(t) = u_{s2}(\infty) + [u_{s2}(0^+) - u_{s2}(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 4 + (5 - 4) e^{-\frac{5}{12} t}$$

$$= (4 + e^{-\frac{5}{12} t}) U(t).$$

(3) 求 $u_s(t)$ 和 $u_s(1)$, 用三要素法求解。

$$u_s(\infty) = 0$$

$$u_s(0^+) = i(0^+) R$$

$$= 2.5 \times 2$$

$$= 5 \text{ V}$$

$$u_s(t) = u_s(0^+) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 5 e^{-\frac{5}{12} t}$$

$$u_s(1) = 3.3 \text{ V} \quad t > 0$$

例1-1-5 已知 $f_1(t) = U(t-1) - U(t-3)$, $f_2(t) = e^{-t} U(t)$ 利用卷积的性质和熟知的公式求 $f_1(t) * f_2(t)$ (不要直接按卷积定义式解)。

(浙江大学1983年试题)

解 利用卷积的性质和卷积的基本公式可简单的求得。

利用卷积的分配律

$$f_1(t) * f_2(t) = [U(t-1) - U(t-3)] * e^{-t} U(t)$$

$$= e^{-t} U(t) * U(t-1) - e^{-t} U(t) * U(t-3).$$

由卷积基本公式(1-1-26), 令 $\lambda_2 = 0$, $\lambda_1 = \lambda$ 得到公式 $e^{-t} U(t) * U(t) = \frac{-1}{\lambda} (1 - e^{-t}) U(t)$, 由此式求得

$$e^{-t} U(t) * U(t) = (1 - e^{-t}) U(t)$$

再由卷积基本公式(1-1-27), 得

$$e^{-t} U(t) * U(t-1) = [1 - e^{-(t-1)}] U(t-1)$$

$$e^{-t} U(t) * U(t-3) = [1 - e^{-(t-3)}] U(t-3).$$

最后得到

$$f_1(t) * f_2(t) = [1 - e^{-(t-1)}] U(t-1) - [1 - e^{-(t-3)}] U(t-3).$$

例1-1-6 试求卷积 $f(t)$.

$$f(t) = e^{-2t} U(t) * t^2 U(t) * [\delta''(t) + 3\delta'(t) + 2\delta(t)] * e^{-t} U(t)$$

(成都电讯工程学院1983年试题)

解 利用卷积的性质和卷积基本公式可求得如下: