


大學用書

彈性穩定學

THEORY OF
ELASTIC STABILITY

JAMES M. GERE 著 唐山譯

 正文書局


O 343.9

G 37

彈性穩定學

THEORY OF ELASTIC STABILITY

JAMES M. GERE 著 唐山譯

 正文書局

133

本書圖、文呈內政部註冊不得
翻印複印仿製或以其他方法侵
害著作權追究到底決不寬待。

七十二年一月出版

彈性穩定學

每冊定價四九〇元

版權所有·翻印必究

出版者：正文書局

台北市重慶南路一段五十九號

譯者：唐山

發行人：黃開禮

印刷所：正文書局

發行所：正文書局

台北市和平東路二段三五—號

電話：(02)7081406

門市部：正文書局

台北市重慶南路一段五十九號

電話：(02)3813712

(02)3813713

(02)3813714

郵局劃撥帳號：5961

分銷處：各地各大書局

出版登記證：局版台業字六一八號

第一版序

近代在工程結構、特別是橋梁、船艦和飛機方面使用鋼和強力合金 (high-strength alloys), 使彈性不穩定 (彈性不穩定度 elastic instability) 成爲重要問題。廣泛研究與調查, 成爲近年來的迫切要求, 期支配這種結構元素如桿、板和殼的穩定條件能作實驗的和理論的研究。關於這類工作, 由於在不同地方進行而用不同的文字記錄, 因此使需要此類資料作爲設計指南的工程師們難以接觸, 故亟需將它們彙集成書。

彈性不穩定的第一個問題是壓縮桿件的側向 (面) 屈曲, 這個問題已由 I. Euler 氏 (尤拉氏) 在二百年前解決*。那時候主要的構材是木和石。這些材料的強度相當低, 因此需要結實的構件, 其中彈性穩度問題並不是最重要。故尤拉氏的理論解法, 是爲細長桿 (slender bars) 而發展, 有一段長時期未曾實際應用。十九世紀後半, 鋼的鐵路橋梁開始廣泛構築時, 壓縮桿件屈曲問題才顯得重要起來。使用鋼, 很自然地在種種結構型式中加入細長壓縮桿件、薄板和薄殼。實驗顯示許多這種結構之所以失抗並非因高度應力超過材料強度引起, 主要原因是細長桿件或薄壁桿件彈性穩定性不充分所致。

在實際需要迫切要求下, 原由尤拉氏研究的柱側向屈曲問題已經就理論及實驗作廣泛研究, 理論公式可以應用的極限亦已確定。不過, 壓縮桿件側向屈曲僅爲彈性不穩定的實例而已。現代橋梁、船艦及飛機的設計受

* Leonard Euler 氏的 [Elastic Curves] (彈性曲線) 由 W. A. Oldather, C. H. Ellis 及 D. M. Brown 等人於 1933 年翻譯並加註解。

1933年10月

2 彈性穩定學

種種穩度問題所支配。我們所遭遇的不僅是實心支桿（實心撐條、實心短支柱 solid struts）組合（build-up）或格條細工（lattice-work）柱、管形桿件（tubular members），其間可能發生局部屈曲，亦可能整個屈曲。在使用薄板材料方面，例如在板梁（plate girders）和飛機結構中所用者，必須牢記可能在力作用在它們自己的平面上而呈不穩定，和側向屈曲而失抗。薄圓筒殼，例如真空容器，它應能抵抗均勻外壓力，如殼的厚度與直徑比較係極小時，便極可能在相當低的應力時呈不穩定和崩裂。薄圓筒殼亦可能在軸向壓縮、彎曲、扭轉或這些的合併作用下屈曲。這些問題在現代單體構造式（monocoque type）的飛機設計上全都是最重要的。

在討論這些問題和它們的解法時，無須把一般（普通）的彈性穩定理論的說明包括進去，我們可以在許多有關彈性理論（彈性學）的書本中找到它們。這本書直接處理特殊問題，直接解決在何種條件下需要考慮的每一例中的穩定問題。本書針對問題性質提供最適合的種種解法。在大部狀況中，許多解法已用表和圖補充，這些表和圖為每一特殊場合提供臨界載重和應力的值。與前述問題有關的全部可以變化的知識亦已列入，但未對實際設計以外者作進一步努力，因為這方面除了合理的理論與試驗以外還有別的顧慮。

數學和材料力學的初步知識當然已經由工程院校講授過了。如有額外數學知識的必要時，將在書內作適當解析。為簡化本書的研讀，問題雖然很重要，但對初讀的人來說實在可以省略。讀者可以在讀畢本書基本部分之後再回頭研究這種問題。

本書內列有許多關於穩定問題可供參考的論文及專著。這些參考文獻對於希望就某一特殊問題作更詳細研究的工程師實在很重要。它們亦為彈性穩定學的現代發展勾出圖形，可供計劃從事這方面研究的研究所研究生們利用。

在準備本書時，以前出版的書*，其中有關處理穩定問題，以及作者

* [Theory of Elasticity], Vol. II. St. Petersburg, Russia, 1916.

早年在若干工程院校編寫的薄板與薄殼理論的講義，亦曾採用一部分。

作者非常感謝密歇根大學從研究基金作財務上的支持，使本書所用數表及圖得充分準備。同時藉此機會對核閱全部手稿並提供許多寶貴建議與訂正的楊格博士 (Dr. D. H. Young)，閱讀部分手稿的 G. H. MacCullough 教授，H. R. Lloyd 教授、驗算方程式與數表的 S. H. Fillion 先生，閱讀證明的 Wojtaszak 博士，手稿打字的 Reta Morden 小姐，作圖的 L. S. Veenstra 先生等深致謝忱。

史坦福大學

S. Timoshenko

第二版序

自從本書第一版出版以來，結構穩度（穩定）問題的重要性已與日俱增，尤其在金屬結構設計方面。因此，許多工程院校現在已開出這門課程，而作為應用力學（*applied mechanics*）課程的一部分。本書目的主要在為這門課開始的學生提供必要的知識，着重在基本理論而非特殊應用。

在第二版裡，作者致力於提供最新教材但同時却保持第一版的特色。本書用梁柱（*beam-columns*，第一章）的分析開始，接着處理桿條（*bars*）的彈性屈曲（彈性屈曲 *elastic buckling*，第二章），第二章已擴充內容以包括非守恆力（*nonconservative forces*）、周期性變動力及衝擊的作用。此外，並用逐次求近法（*successive approximations*）決定柱的臨界載重。桿條無彈性屈曲的教材亦因在新的一章（第三章）裡採用切線模數（*tangent modulus*）而益見充實。第四章說明桿條的屈曲實驗，和前一版一樣，因為原來的材料留在新版內，仍有其價值。

本書加上新的一章專討論扭轉屈曲（*torsional buckling*，第五章），但討論梁的側向屈曲（*lateral buckling*）的第六章，已經廣泛修訂。第七章討論環、曲桿和拱的屈曲問題，內容亦有增損。第八及第十章研究板（*plates*）和殼（*shells*）的彎曲（*bending*），大致未變，且為第九及第十一章對板和殼的屈曲提供預備知識。第九章（板的屈曲）考慮若干新的屈曲狀況，而且加上一些計算臨界應力用的表。在本章內凡第一版重要的內容均已保留，第十一章（殼的屈曲）所加的內容有受壓圓筒殼屈曲後性質的討論，而且還加了曲鑲版、加勁圓筒殼及球殼等的屈曲教材。

本書儘量在附註內開列參考資料，可供有志於進一步研究的學生知道何處可以找到必要的資料。

2 彈性穩定學

作者藉此機會對協助處理本書手稿、閱讀第二版校樣的 Thor H. Sjöstrand 夫人與 Richard E. Platt 夫人深致感謝之忱。

史坦福大學

Stephen P. Timoshenko

James M. Gere

譯者序

從原書第一、二版作者的序文，讀者不難獲知「彈性穩定學」對於負責橋梁、船隻和飛機設計的工程師，是何等重要。近年來，由於板和殼已廣泛應用，因此其重要性更與日俱增。也由於這個原因，國內大專院校有關科系及研究所也開了這門課。唯坊間這類中文的圖書甚少，這是觸發譯者選擇這本書的原因。

譯者遂譯鐵氏 (S.P. Timoshenko) 的著作，這是第三本。第一本為「材料力學原理」(Elements of Strength of Materials, 第五版)，由台北市東華書局出版；第二本為「結構學」(Theory of Structures 第二版)，由台北市正文書局出版。這兩本書是他和史坦福大學同事楊格教授 (D. H. Young) 合著。「彈性穩定學」則是他和吉爾 (M. Gere) 合著，吉爾也是他史坦福大學的同事。

鐵氏為世界上最負盛名的工程教師之一，對美國工程教育尤有卓越貢獻，更由於他的著作而具有國際聲望。美國每一所工程院校，沒有不用他的書。他的學生已遍布各工程機構，繼續發揚鐵氏在工程力學方面的實驗和教學。

1910年，鐵氏的油印講義「材料力學」(Strength of Materials) 以書的型式出版，成為他一系列卓越的教科書和參考書的第一本書。迄他八十二歲高齡那年，仍從事旅行演講和著述工作。在他從事職業生涯的那段時間，他得到榮譽極多，諸如：美國國家科學院院士；Zurch Technische Hochschule 頒授的榮譽學位等。

譯者有幸譯了他三本大著，唯因學識淺薄，欠缺之處在所難免，敬祈海內外先進海涵、指正，幸甚。

唐山

符 號

- a, b, c, d 數字係數, 距離
 A 斷面面積
 c 中和軸與梁最外纖維距離
 C 抗扭剛度 ($C = GJ$)
 C_1 翹曲剛度 ($C_1 = EC_w$)
 C_w 翹曲常數
 D 板或殼抗撓剛度 [$D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$]
 e 偏心距, 形心至剪心距離
 E, E_r, E_t 彈性模數, 已減模數, 切線模數
 F 應力函數
 g 重力加速度
 G 剪力彈性模數
 h 板或殼厚度、高、距離
 I_c, I_o 平面面積對形心及剪心之慣性極矩
 I_x, I_y, I_z 平面對 x, y, z 軸的慣性矩
 I_{xy} 平面面積對 x 及 y 軸的慣性積
 J 扭轉常數
 k 梁柱軸向載重因數 ($k^2 = P/EI$), 彈性基座模數, 數字因數
 l 長度, 跨度
 L 已減長度
 m, n 整數, 數字因數
 m_x 沿 x 軸單位距離的扭矩強度

2 彈性穩定學

- M 彎矩, 力偶
- M_t 扭轉力偶, 或扭矩
- M_x, M_y, M_{xy} 板或殼單位距離彎曲及扭轉力矩
- n 安全因數
- N 梁中剪力, 正交力
- N_x, N_y, N_{xy} 板或殼中央表面單位距離的正交力和剪力
- p, q 分布載重強度, 壓力
- P 集中力, 梁柱中軸向力
- P_c 臨界皺曲載重
- Q 梁中剪力, 集中力
- Q_x, Q_y 板或殼中單位長的剪力
- r 迴轉半徑, 殼的曲度(率)半徑, 半徑
- R 半徑, 反力
- s 核半徑, 距離
- S 軸向力
- t 厚度, 時間, 溫度
- T 功, 拉力
- u 梁柱軸向載重因數
- u, v, w x, y 及 z 方向的位移
- U 應變能
- v, w 切線及軸向的位移
- V 梁中剪力
- w 梁中翹曲位移
- x, y, z 矩形坐標
- Z 斷面模數 ($Z = I/c$)
- α, β 角、數字因數、比、彈簧常數, 端約束係數
- γ 剪力應變、單位體積重、彈簧常數、數字因數

δ	撓度、撓曲
ϵ	單位正交應變，熱膨脹係數
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	x, y, z 方向單位正交應變
$\eta, \lambda, \phi, \alpha, \psi$	梁柱放大因數
θ	角，角座標，單位長扭角
λ	距離，數字因數
ν	波速比
ξ, η, ζ	矩形坐標
ρ	曲率半徑
σ	單位正交應力
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	x, y 及 z 方向單位正交應力
σ_c	柱的平均壓縮單位應力
σ_{cr}	臨界載重的壓縮單位應力
σ_{ult}	極限載重的單位應力
σ_w	工作單位應力
σ_{YF}	屈服點應力
τ	單位剪應力
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	垂直於 x, y 及 z 與平行於 y, z 及 x 的平面上單位剪應力
ϕ	角，角坐標，桿的扭角
κ	殼曲率的變化
ω	徑向震動頻率
ω_i	翹曲函數

彈性穩定學

目 錄

第二版序

第一版序

譯者序

第一章	梁柱	1
1-1	前言	1
1-2	梁柱的微分方程式	1
1-3	有集中側載之梁柱	4
1-4	幾個集中載重	8
1-5	連續側向載重	9
1-6	因力偶引起梁柱之彎曲	13
1-7	撓曲的近似公式	15
1-8	固定端之梁柱	16
1-9	有彈性約束之梁柱	18
1-10	有軸向載重之連續梁	20
1-11	三角級數之應用	26
1-12	起始曲率對撓度的影響	33
1-13	許可（容許）應力之決定	40

第二章 桿條及構架之彈性屈曲 49

2-1 尤拉氏柱公式 49

2-2 決定臨界載重的微分方程式另一形式 55

2-3 計算臨界載重時梁柱理論之用途 65

2-4 構架之屈曲 68

2-5 連續梁的屈曲 73

2-6 彈性支承上連續梁之屈曲 77

2-7 屈曲桿條的大撓度 (彈力線) 86

2-8 能量法 92

2-9 用能量法對臨界載重作近似計算 100

2-10 彈性基座上桿的屈曲 106

2-11 有中間壓縮力的桿條之屈曲 110

2-12 桿在分布軸向載重作用下的屈曲 114

2-13 彈性基座上的桿受分布軸載作用下的屈曲 122

2-14 具變動斷面的桿之屈曲 129

2-15 用逐次求近法決定臨界載重 133

2-16 連續變動斷面的桿條 145

2-17 剪力對臨界載重的影響 151

2-18 組合柱的屈曲 155

2-19 螺旋彈簧的屈曲 162

2-20 桿系的穩定 165

2-21 非守恒力狀況 176

2-22 在變動軸向力作用下定形桿的穩定 183

第三章 桿的無彈性屈曲 189

3-1 無彈性彎曲 189

3-2 聯合軸向載重的無彈性彎曲 194

3-3	桿的無彈性屈曲（基本狀況）	202
3-4	有其他端條件的桿之無彈性屈曲	210
第四章	實驗和設計公式	213
4-1	柱試驗	213
4-2	作為柱設計根據的理想柱公式	220
4-3	設計柱的經驗公式	223
4-4	假設不正確為柱設計之根據	225
4-5	各種端條件	231
4-6	組合柱的設計	234
第五章	扭轉屈曲（扭屈）	241
5-1	前言	241
5-2	開側斷面薄壁桿的單純扭轉	241
5-3	開側斷面薄壁桿的不均勻扭轉	247
5-4	扭轉屈曲	255
5-5	由扭轉及撓曲引起的屈曲	260
5-6	有連續彈性支承桿的合併扭轉與撓曲	268
5-7	在推力及端力矩作用下的扭轉屈曲	279
第六章	梁的側向屈曲	289
6-1	求側向屈曲微分方程式	289
6-2	單純彎曲梁的側向屈曲	292
6-3	伸（懸）臂梁的側向屈曲	296
6-4	簡支 I 字梁的側向屈曲	302
6-5	狹矩形斷簡支梁的側向屈曲	308
6-6	其他側向屈曲狀況	310
6-7	I 字梁的無彈性側向屈曲	313

第七章 環、曲桿與拱的屈曲321

- 7-1 具圓軸的薄曲桿之屈曲.....321
- 7-2 薄圓環分析中三角級數的應用.....325
- 7-3 均勻壓力對圓環彎曲的效應.....330
- 7-4 圓環及圓管在均布外壓力作用下之屈曲.....333
- 7-5 在不正確假設均布外壓力作用下管之設計.....338
- 7-6 均勻壓縮圓拱的屈曲.....341
- 7-7 其他形狀的拱.....348
- 7-8 極扁曲桿的屈曲.....351
- 7-9 雙金屬組合條的屈曲.....357
- 7-10 有圓軸曲桿的側向屈曲.....360

第八章 薄板之彎曲.....369

- 8-1 板的單純彎曲.....369
- 8-2 分布側載引起的板彎曲.....376
- 8-3 板的併合彎曲與拉伸或壓縮.....383
- 8-4 板彎曲的應變能.....386
- 8-5 有簡支邊的矩形板之撓曲.....392
- 8-6 有小最初曲率的板之彎曲.....398
- 8-7 板的大撓曲.....398

第九章 薄板的屈曲.....403

- 9-1 臨界較重計算法.....403
- 9-2 簡支矩形平板在一方向上受均勻壓縮時的屈曲.....406
- 9-3 簡支矩形板在兩垂直方向受壓縮的屈曲.....412
- 9-4 沿垂直於壓縮方向兩對邊簡支且沿其他兩邊有不同的邊條件的均勻受壓矩形板的屈曲.....417
- 9-5 沿兩對邊簡支承且在平行於此兩方向受均勻壓縮的矩形板的屈曲.....431
- 9-6 簡支承矩形板在彎曲與壓縮合併作用下的屈曲.....433

9-7	在剪應力作用下矩形板的屈曲	439
9-8	矩形板屈曲的其他狀況	446
9-9	圓板的屈曲	451
9-10	其他形狀的板之屈曲	455
9-11	用助肋加強板之穩定	457
9-12	超過比例極限的板之屈曲	474
9-13	屈曲板的大撓曲	477
9-14	屈曲板的極限強度	487
9-15	板屈曲的試驗	493
9-16	板屈曲理論的實際應用	499
第十章 薄殼的屈曲		511
10-1	薄殼元素的變形	511
10-2	圓筒殼的對稱變形	515
10-3	圓筒殼的不能伸長變形	517
10-4	圓筒殼變形的一般狀況	521
10-5	球殼的對稱變形	526
第十一章 殼的屈曲		531
11-1	柱形在均勻軸向壓縮作用下的對稱屈曲	531
11-2	柱形殼因不穩定引起彎曲的不能伸長形狀	535
11-3	圓筒薄殼在均勻軸向壓力作用下的屈曲	537
11-4	用圓筒薄殼作軸向壓縮試驗	544
11-5	圓筒薄殼在均勻外側壓力作用下的屈曲	550
11-6	彎曲或偏心壓縮的圓筒薄殼	559
11-7	曲形薄鑲板的軸向壓縮	562
11-8	在剪力或剪力與軸向應力合併作用下的曲鑲板	566
11-9	在軸向壓縮作用下加勁圓筒薄殼的屈曲	568