

影 响 线

—用于超静定平面结构

中国建筑工程工业出版社

影 响 线

——用于超静定平面结构

[英] W.J.拉恩纳克 著
张 德 礼 金 矢 译

中国建筑工程出版社

本书主要系统地介绍了各种超静定平面结构影响线的计算和绘制方法。

全书共分八章，第一章绪论外，其余七章分别对常截面连续梁、变截面连续梁、具有整体支承的连续梁、超静定枢接构架、超静定弹性拱、加劲吊桥等结构的影响线以及应用结构模型作影响线的作法，均较为详尽地予以论述，各章中还附有繁简程度不同的若干例题。

本书可供从事桥梁、吊车梁工程设计技术人员及大专院校有关专业师生参考。

**INFLUENCE LINES
FOR STATICALLY INDETERMINATE
PLANE STRUCTURES**

W.J.LARNACH

M Sc AMICE AMI Struct E

MACMILLAN & CO LTD

Incorporating Cleaver-Hume Press

LONDON-1964

*

*

*

影 响 线

——用于超静定平面结构

张 德 礼 金 矢 译

*

中国建筑工业出版社出版（北京西郊百万庄）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷

*

开本：850×1168毫米 1/32 印张：8 3/4 字数：232千字

1976年10月第一版 1976年10月第一次印刷

印数：1—15,360册 定价：0.77元

统一书号：15040·3279

译 者 的 话

影响线的用途很广，举凡设计各种桥梁、吊车梁等一切有活荷载作用的结构都要应用到它。目前国内外关于影响线的论述，大多散见于各结构力学的书籍中，一般由于篇幅所限，又多不能作系统地而且详尽的论述。

本书译自W.J.拉恩纳克著《Influence Lines for Statically Indeterminate Plane Structures》（超静定平面结构的影响线）一书，该书系统地阐述了各种超静定平面结构影响线的计算和绘制方法，各章中还分别引入许多不同程度的繁简例题，颇便于读者自学。但各例题中的计量单位均系英制，为了适应我国采用的公制，特在本书前页附上有关的单位换算表。

书中有的地方对国外某些“学者”的论述，有过誉之处，遇此，即予删去。

限于译者的水平，难免有错译或漏译的地方，希望读者批评指正。

翻译本书时，承杭州市南星桥设计组及杭州市勘测设计处市政组、绘图组等有关同志大力协助，特此致谢。

符号一览表及有关计量单位换算表

I 符号一览表

书中各符号初次出现时，均给以定义，为了便于使用，在此先汇集成表。

在许多情况下，有的符号在右下角还需要标明注脚，例如， M_{32} 。

A 部分或全部影响线图的面积；吊桥缆索断面积。

A_0 拱顶断面积。

a 线尺度。

$B(r)$ 表示吊桥缆索中拉力水平分力的系数。

b 线尺度；系数。

C 系数；一构件若干传递系数之积。

c 远端具有完整的约束时，传递系数；线尺度。

c^0 远端具有实际约束时，传递系数。

D 定点图上的截距；常数；节间长度；任意侧向位移。

d 固端拱由拱顶到弹性中心的距离；分配因数。

E 弹性模量。

e 常数；拱肋中推力作用线的偏心距。

F'' 应力合力（即弯矩，剪力，反力）。

f 表示固端梁支承处弯矩的可变系数；应力。

G 弹性重量；可变系数 γ 的积分。

H 可变系数 η 的积分；拱座的水平反力；吊桥缆索中拉力的水平分力。

H_0 固端拱弹性中心处的水平反力。

h 拱高；吊缆的垂度；枢接构架内的杠杆臂距。

I 断面惯性矩。

- I_x x 座标处拱肋的断面惯性矩。
- I_c 拱顶处拱肋的断面惯性矩。
- I_s 起拱点拱座处拱肋的断面惯性矩。
- I_0 变截面构件中最小断面惯性矩。
- i 影响系数 (影响线的纵座标); 常数。
- K 常数; 远端具有完整约束时的构件转动刚度。
- K^0 构件的实际转动刚度 (亦即远端具有实际弹性约束)。
- K^0 节点处实际转动刚度总和, 但不包括考虑中构件的转动刚度。
- k 常数; 用于固端拱的埃里克森氏 (Eriksen) 方法中的可变系数。
- L 拱轴长度。
- l 构件长度; 跨长。
- M 弯矩。
- M' 简支梁的弯矩。
- M'' 由于结构的连续性而引起的弯矩。
- M_a 构件 AB 内 A 处的弯矩。
- M_{ab} 施加于构件 AB 的 A 处的端力偶。
- M_0 固端拱弹性中心处的弯矩。
- m 用于固端拱的埃里克森氏方法中的可变系数; 吊桥加劲梁内塔架位置处的弯矩; 由于单位集中荷载而引起的弯矩。
- m_0 由于单位力偶而引起的弯矩。
- N 量纲分析中, 基本量的数目。
- n 模型分析中, 线性比例因数; 变截面构件中, 最小断面惯性矩和最大断面惯性矩之比。
- P 集中荷载; 枢接构架构件中的荷载。
- P' 简支枢接构架构件中的荷载。
- P'' 由于一赘余构件中荷载而在构件中引起的荷载。
- p x 座标的特定值; 表达式 $K^0 = p \cdot K$ 中的因数。

- Q 集中荷载；用于变截面构件的常数。
- q 常数； x 坐标的特定值。
- R 反力。
- R' 简支梁或构架的反力。
- R'' 由于结构的连续性而引起的反力。
- r 回转半径；常数。
- S 剪力。
- S' 简支梁的剪力。
- S'' 由结构的连续性引起的剪力。
- S^H 由悬吊荷载引起的吊桥连续加劲梁中的剪力。
- $S = \Sigma s$ （见以下）。
- $S_s = \Sigma s_s$ （见以下）。
- s x 坐标的特定值；无侧移构件中不平衡的剪力。
- s_s 由于一任意侧移而在构件中引起的不平衡剪力。
- T 由于结构上实际荷载引起的推力。
- t 由于单位荷载引起的推力；转角传递系数。
- U 应变能。
- u 枢接构架中，由单位荷载引起的构件力。
- V 拱座的垂直反力。
- V_0 固端拱弹性中心处的垂直反力。
- v 常数；指数。
- W 集中荷载；虚荷载。
- w 均布荷载。
- w_x 吊桥的垂直荷载强度。
- X x 坐标的特定值。
- x 坐标距离。
- y 坐标距离。
- $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ 一组线尺度。
- $\mathcal{S}$ 吊桥加劲连续梁的剪力。
- α 系数；角度；用于变截面构件的常数。

- β 系数；角度；用于变截面构件的常数。
 γ 可变系数。
 δ 柔度系数；用于变截面构件的常数；变位或位移。
 Δ 变位或位移；柔度系数。
 ε 转角。
 η 可变系数。
 θ 转角；柔度系数；角度。
 θ' 简支梁的转角。
 θ'' 由于结构的连续性而引起的转角修正。
 θ_c 由于侧移作用而引起的转角修正。
 Θ 系数 f 的积分；有侧移的构架中修正后的节点转角。
 λ 加腋部分与构件长度的比。
 μ 用于固端拱的埃里克森氏方法中的可变系数。
 π 数值。
 ρ 在轴向荷载作用下构件的延伸率。
 σ 应力。
 ϕ' 由于任意侧移而引起的初始节点转角。
 ϕ 由于任意侧移而引起的整个节点转角；角度；端转角。
 ψ 由于构件中相对端位移而引起的刚体转角。
 φ 用于变截面构件的常数。

II 有关计量单位换算表

长度换算

米	英 尺 (呎)	厘 米	英 寸 (吋)
1	3.2808	1	0.3937
0.3333	1.0936	3.3333	1.3123
0.9144	3	2.5400	1
0.3048	1	3.0303	1.1930

面积换算

米 ²	呎 ²	厘米 ²	吋 ²
1	10.7643	1	0.1550
0.0929	1	6.4516	1
0.8361	9.0000		

重量换算

公 吨	英 吨	公 斤	磅
1	0.9842	1	2.2046
1.0161	1	0.4536	1

单位长度的重量换算

克/厘米	呖/吋	公斤/米	磅/呎
1	0.0897	0.1000	0.0672
11.1483	1	1.1148	0.7492
10.0000	0.8966	1	0.6720
14.8820	1.3348	1.4882	1

功的换算

公斤-厘米	磅-吋	公斤-米	磅-呎	吨-米	英吨-呎
1	0.8679	0.01	0.0723	0.00001	0.00003
1.1521	1	0.0115	0.0833	0.00001	0.00004
100	86.797	1	7.2334	0.001	0.0032
13.8257	12	0.1383	1	0.00014	0.0004
100000	86797.2	1000	7233.4	1	3.2291

目 录

第一章 绪论	1
第一节 影响线及其应用	1
第二节 超静定量	3
第三节 结构分析	4
第四节 静定结构的影响线	12
第二章 常截面连续梁	19
第一节 概述	19
第二节 常截面两跨连续梁	19
第三节 有支承悬臂梁	24
第四节 每跨中具有不同断面的两跨连续梁	26
第五节 单跨固端梁	29
第六节 多跨连续梁	32
第七节 已知支点力矩影响线, 求跨内弯矩的影响线	44
第八节 已知支点力矩影响线, 求剪力及反力的影响线	48
第九节 求跨内弯矩、剪力及反力影响线的直接法	51
第十节 分布荷载的作用	56
第十一节 确定弯矩影响线的图解法	60
第三章 变截面连续梁	64
第一节 概述	64
第二节 修正的角变位移方程	65
第三节 加腋梁的约束刚度及传递系数	67
第四节 确定实际刚度及转角传递系数	68
第五节 已知端转角, 求变截面构件的变位曲线 及影响系数	70
第六节 确定支承弯矩影响线	72
第七节 中间点处弯矩及剪力影响线, 反力影响线	79

第八节	分布荷载的作用	81
第四章	具有整体支承的连续梁	83
第一节	概述	83
第二节	常截面构架	84
第三节	变截面构架	97
第四节	构架的立柱力矩影响线	104
第五节	对于其它构架的应用	107
第五章	超静定枢接构架	108
第一节	概述	108
第二节	两跨连续构架	108
第三节	荷载作用在上弦节点处的构架	116
第四节	上下弦平行的构架	117
第五节	两跨以上的连续构架(将反力作为赘余力)	120
第六节	两跨以上的连续构架 (将支承力矩作为赘余力的方法)	122
第七节	转角传递法在多跨连续构架的应用	130
第八节	特殊类型的桥梁构架	135
第九节	内赘余力构架	139
第六章	超静定弹性拱	145
第一节	概述	145
第二节	实肋拱	145
第三节	两铰及固端实肋空腹式拱	182
第四节	桁拱	183
第七章	加劲吊桥	196
第一节	吊桥	196
第二节	弹性分析中的几项假设	196
第三节	超静定量	197
第四节	吊缆的特性	198
第五节	两枢加劲大梁	201
第六节	连续加劲大梁	211
第八章	应用结构模型作影响线	219
第一节	间接模型分析	219

第二节	模型和原型间应具备的相似条件	221
第三节	间接法的作法	226
第四节	间接模型分析作法举例	231
附录 I	附表	236
附录 II	关于变截面构件 α, β, c 及 f 各量的计算	261

第一章 绪 论

第一节 影响线及其应用

作用有已知荷载的超静定结构，可以运用多数教科书中关于这一课题所阐明的某一种方法来进行分析。当结构需要经受各种各样的荷载，而这些荷载或是单独地作用，或是共同作用，或是某一特定荷载可能要在结构上占据不同的位置时，如果仍沿用同样的分析方法，则必须就每一不同荷载情况，重复进行这种分析。这样的程序是冗长的，为了减少计算工作量，同时还要求得结构各重要断面在不同荷载下的作用力（弯矩，剪力等）的计算值，就需要一个更为完善的方法。这种方法就是利用影响线图（通常简称影响线），它表明在各已知断面的作用力，如何随着单位荷载在结构上移动时的影响而变化。因为本书中所讨论的全是在弹性范围内加荷载的线性弹性结构，因而可以利用叠加原理以求出其它荷载的影响线。

图1-1是一次超静定的两跨常截面梁，通过这个简单的例子，可以充分的理解影响线的概念。确定在一切荷载（特别是在最大荷载）条件下，中间支点2处的正弯矩 M_2 ，乃是该梁结构分析的重要部分。所以就选取这一弯矩作为超静定量，同时研究当单位荷载位于该梁的不同位置时，其值的变化。现利用传统的分析方法，确定当荷载在各个位置时，其相对应的弯矩图。如荷载位于A时，2处的弯矩为 $(M_2)_A$ ；当荷载位于B时，则为 $(M_2)_B$ 。假定如图1-1(d)所示，将 $(M_2)_A$ ， $(M_2)_B$ 等各值提出来，并在一个等于该梁长度的基线上，在对应于A、B等的位置处点画出来，于是就得到了一个新图。这个图就是 M_2 的影响线；它

表示当单位影响荷载位于该梁的任意位置时，所出现 M_2 各值。本书中，将该图的纵坐标称做“影响系数” i 。用同样方法也可确定其它作用力的影响线；例如，图1-1 (e) 表示右边支点处反力的影响线。

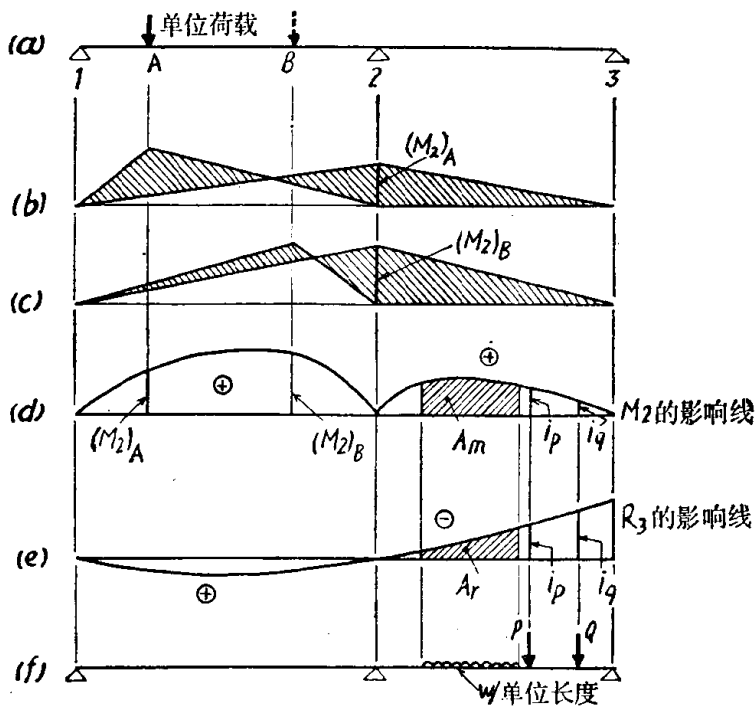


图 1-1

有了这样一些影响线后，就可利用叠加原理来确定该梁在任意荷载条件下， M_2 、 R_3 等的值；这样，对往下的计算就能一般化了。例如，图1-1 (f) 的荷载条件下，就可以利用图1-1 (d) 而得到：

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= P i_p + Q i_q + w A_m \\ R_3 &= P i_p + Q i_q + w A_r \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中 A_m 及 A_r 是沿着均布荷载分布的长度，在各自影响线下的面积。

某种作用力的影响线，能使在已知荷载条件下，易于选定产

生该种作用力最大值的临界位置。在上述的简单例子中，很明显，如果处理的是均布荷载，则整个两跨都必须布满，才能产生最大力矩 M_2 ；同样， R_3 的影响线表明，为了要产生最大向上的值，只要在右跨上布置荷载就行了，不过这些结果都略欠明显。

如果每个图都必须烦琐地重复上述计算才能制得，那将无人愿意采用这种影响线，因为设计人员想要避免的正是这种重复计算。为此，本书目的就是要介绍一种在线性超静定平面结构中，能更直接地确定出各种作用力影响线的作法。

超静定结构的应力分配，取决于构件尺寸及刚度，因此，在开始分析前，必须对它们先作出某些估计，然后才能进行。同时，以后如果发现某些构件的应力值过大或过低，就需要修改最初的估计。这种试算和调整的过程也就是结构的设计；同分析已知结构相比，前者是一项更为细致的工作。本书中，则只注意在局限于分析已知结构比较简化的问题上。

第二节 超 静 定 量

超静定量（赘余力）的次数很重要，在研究的问题中需要弄清。对很多结构来说，通过检查，亦即通过考虑为使结构成为静定条件，需要移去的反力分量（力或力矩）或内力的数目——即是，需要进行“放松”的数目——这样来确定有多少超静定量。对这种静定条件下的结构，把它当作“基本结构”（在本书很多例题中，都有超静定的基本结构，但这种结构并没有处在象这里所说的充分放松的情况）。在较复杂的结构中，要定出超静定量的正确数目比较困难，则需要采用特殊方法。当知道了超静定量，其分析方法，首先就是当单位荷载滚过结构时，建立赘余力的一般表达式，从而据以确定赘余力的影响线。在已知这些影响线后，利用平面结构（所研究的对象）静力学的三个方程，即可求得结构中其它作用力的影响线。

一般说来，以哪一个作用力看待为超静定量，乃是个选择问

题。例如，在图1-1中，可以选择1、2、3各处的反力或2处（或实际上于该梁任何点）的弯矩作为单独的赘余力。

第三节 结 构 分 析

现假定读者对超静定结构的一般分析方法已经很熟悉，因而本节就只把某些常用的基本“工具”提出（不加证明）来。以便于在阐述以下几章各种论证时的需要。

§ 1-3-1 惯用的正、负符号

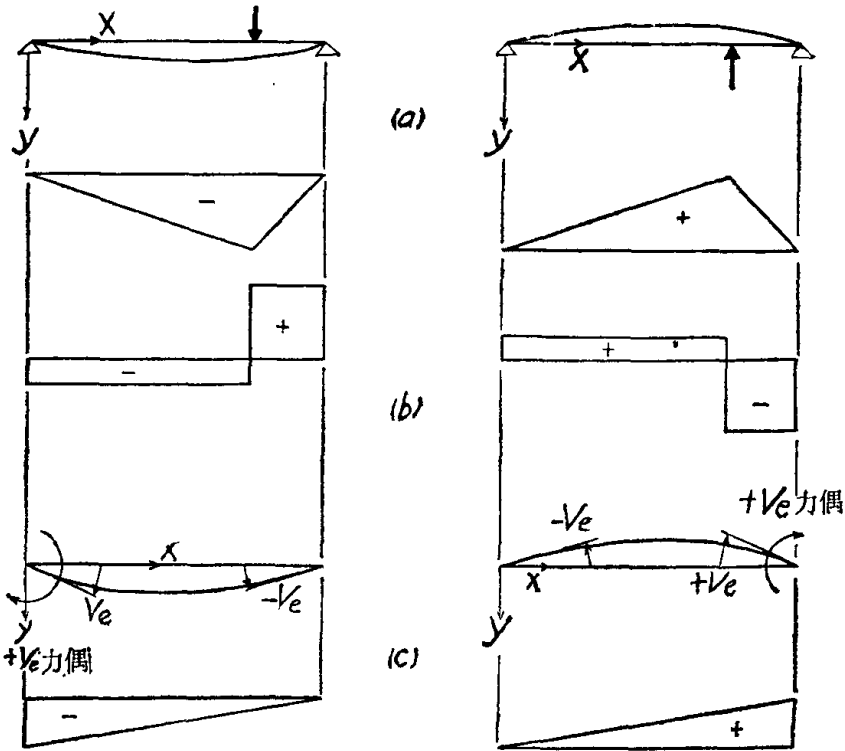


图 1-2

(a) 荷载及变位图；(b) 弯矩图及剪力图；(c) 荷载及变位图和弯矩图

图 1-2 中，以一简支梁来说明惯用的正、负符号。

(a) 产生“向上拱起”（曲率凸面向上）的弯矩为正；而产生“向下垂落”（曲率凹面向上）的弯矩则为负。这一惯例是直

接沿用正坐标方向而来。弯矩图多画在构件受拉的一侧。

(注：当若干个图进行叠加时，一般这一惯例即不适用。)

(b)横力作用在正坐标方向的为正；由此，剪力的正负号决定于作用在该截面包含坐标原点的一边的诸力的代数和。剪力图按指明的方式来画，负剪力画在基线以下。

(注：同前述，当若干个图进行叠加时，这一惯例一般也不适用。)

(c)端力偶及转角向顺时针方向转时为正。必须指出，当施加一端力偶于一构件而产生弯矩时，端力偶及弯矩二者可能异号(见图1-2(c))。

(d)枢接构架中，拉力构件的力规定为正。

在求得结构中赘余力的影响线后，其它函数的影响线即可利用静力学方法而得出。在写出适当的平衡方程时，如果假设其中所有的力，力矩及剪力都是作用在正值方向，则在确定由这些力导出的影响线的纵坐标的正负号时，不会产生多大的困难。对已知量给与适当符号并经过代数上或图解上的叠加，就可以得到以已知量为函数的所需要的影响线。

本书所采用的单位为：

荷载：吨 长度：呎 力矩：吨呎 面积：呎²或呎²。

§ 1-3-2 谐调方程

在不论复杂程度如何的任一超静定结构中，由任意荷载引起的变形，必须与支承条件相适应。例如，在连续梁中，刚性支承处的垂直变位必须为零；在固端拱中，如果不发生沉陷时，拱座处的角变位，垂直变位及水平变位也必须为零。这样一些谐调的条件可以表现为一组线性联立方程式。

以图1-3(a)有刚性支承的三跨梁为例，假定选择约束力偶 M_1 （数量上与固端1处的弯矩相等）及反力 R_2 和 R_3 作为赘余力，然后将它们移去以“放松”结构，即得到了如图1-3(b)的基本结构。基本结构中，按赘余力的正方向发生的变位于是为 θ'_1 ， Δ'_2 及 Δ'_3 。如在图1-3(c)中，设施加一正值方向的荷载 $R_2=1$ 吨，此时，1，2及3的变位乃为 θ_{12} ， δ_{22} 及 δ_{32} 。写在变位（直线的或