

# 高中立体几何

## 练习册



北京市教育局教学研究部  
北京教育出版社

# 高中立体几何练习册

北京市教育局教学研究部 编

北京教育出版社

高中立体几何练习册  
Gaozhong litijihe lianxice  
北京市教育局教研室 编

\*

北京教育出版社出版  
(北京北三环中路6号)  
北京市新华书店发行  
中国青年出版社印刷厂印刷

\*

787×1092毫米 32开本 4.75印张 102000字  
1991年7月第1版 1991年7月第1次印刷  
印数 1—41000  
ISBN 7-5303-0236-1/G·214  
定 价：1.60元

## 编写说明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，我们遵照国家教委等有关部门通知的精神，组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中练习册。练习册包括：语文、英语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习册是依据现行的教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，既体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际学习水平，数学、化学、物理、学科的练习题分为A、B两组。A组题为基础题，B组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

本册由马国璋、朱国华、陈杏菊编写。我部中学数学教研室负责统编、审定。

编写全市统一的高中练习册，我部还是初次，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

北京市教育局教研室

1990年12月

## 目 录

<b>第一章 直线和平面</b> .....	<b>(1)</b>
<b>一 平面</b> .....	<b>(1)</b>
习题一 (A组) .....	(1)
习题一 (B组) .....	(5)
<b>二 空间两条直线</b> .....	<b>(8)</b>
习题二 (A组) .....	(8)
习题二 (B组) .....	(12)
<b>三 空间直线和平面</b> .....	<b>(16)</b>
习题三 (A组) .....	(16)
习题三 (B组) .....	(18)
习题四 (A组) .....	(20)
习题四 (B组) .....	(24)
习题五 (A组) .....	(28)
习题五 (B组) .....	(30)
<b>四 空间两个平面</b> .....	<b>(33)</b>
习题六 (A组) .....	(33)
习题六 (B组) .....	(36)
复习题一 (A组) .....	(42)
复习题一 (B组) .....	(49)
<b>第二章 多面体和旋转体</b> .....	<b>(52)</b>
<b>一 多面体</b> .....	<b>(52)</b>

习题七 (A组) .....	(52)
习题七 (B组) .....	(55)
习题八 (A组) .....	(61)
习题八 (B组) .....	(63)
习题九 (A组) .....	(68)
习题九 (B组) .....	(71)
<b>二 旋转体 .....</b>	<b>(75)</b>
习题十 (A组) .....	(75)
习题十 (B组) .....	(78)
习题十一 (A组) .....	(82)
习题十一 (B组) .....	(85)
<b>三 多面体和旋转体的体积 .....</b>	<b>(88)</b>
习题十二 (A组) .....	(88)
习题十二 (B组) .....	(92)
习题十三 (A组) .....	(98)
习题十三 (B组) .....	(101)
习题十四 (A组) .....	(105)
习题十四 (B组) .....	(108)
习题十五 (A组) .....	(112)
习题十五 (B组) .....	(115)
复习题二 (A组) .....	(117)
复习题二 (B组) .....	(123)
<b>第三章 多面角和正多面体 .....</b>	<b>(125)</b>
<b>一 多面角 .....</b>	<b>(125)</b>
习题十六 (A组) .....	(125)
习题十六 (B组) .....	(127)
<b>二 正多面体、多面体变形 .....</b>	<b>(128)</b>

习题十七（A组）	.....	(128)
* 习题十七（B组）	.....	(130)
复习题三（A组）	.....	(131)
复习题三（B组）	.....	(132)
总复习题（A组）	.....	(134)
总复习题（B组）	.....	(137)

# 第一章 直线和平面

## 一 平 面

### 习题一 (A组)

1. 根据下列条件判断直线和平面的位置关系。
  - (1) 如果直线上的一段在平面内；
  - (2) 如果直线上的两个点在平面内；
  - (3) 如果直线上仅有一个点在平面内。
2. 如图 1-1 所示，把一本书的一个角接触桌面，并使书直立。说明这个演示中，书所在的平面和桌面所在的平面有没有公共部分？公共部分是什么图形？
3. 过空间一点和一条直线有没有平面？有多少个平面？
4. 四个点能确定几个平面？就各种情况进行讨论，并把所确定的平面用模型演示出来。
5. 一个正方体模型，按下列要求画出它的直观图，分清虚实轮廓线：
  - (1) 能直接看到这个正方体的前面、顶面和右侧面；
  - (2) 能直接看到这个正方体的前面、顶面和左侧面；
  - (3) 能直接看到这个正方体的前面、底面和右侧面；

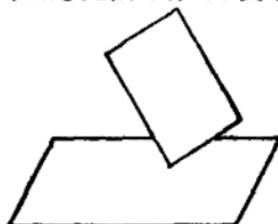


图 1-1

(4) 能直接看到这个正方体的前面、底面和左侧面。

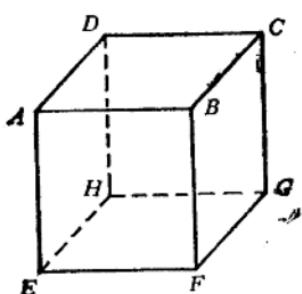


图 1-2

6. 图 1-2 所表示的是一个薄铁片制作的一个没有盖的盒子，盒口是  $ABCD$ ，盒底是  $EFGH$ 。试画出，

(1) 盒口向右，能看到盒口和两个相邻侧面的直观图；

(2) 盒口向左，能看到盒口和两个相邻侧面的直观图；

(3) 盒口向着画图者，能看到盒口和两个相邻侧面的直观图。

7. 依次作出下列各多边形水平放置的直观图（如图 1-3 至图 1-8）：

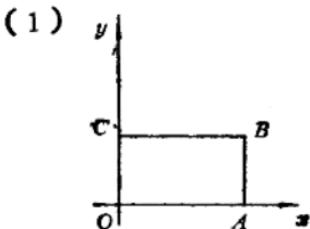


图 1-3

(2)

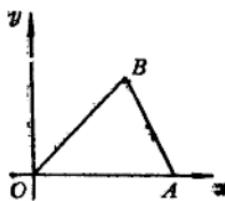


图 1-4

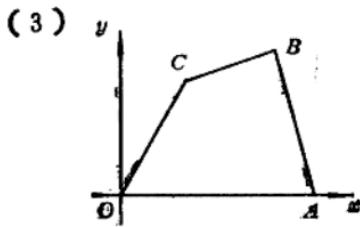


图 1-5

(4)

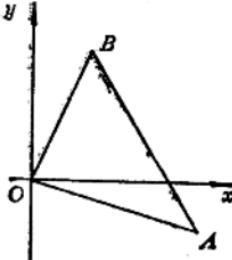


图 1-6

(5)

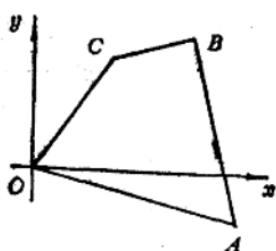


图 1-7

(6)

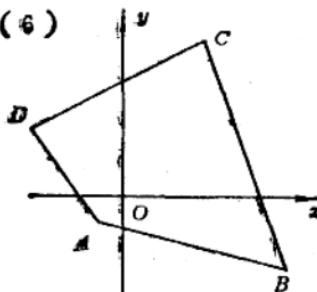


图 1-8

8. 用符号表出图1-9至图1-12中点、直线、平面之间的关系。

(1)

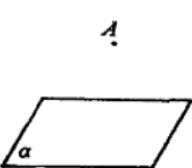


图 1-9

(2)

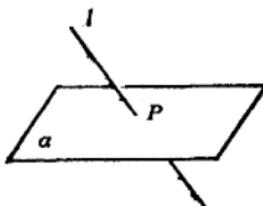


图 1-10

(3)

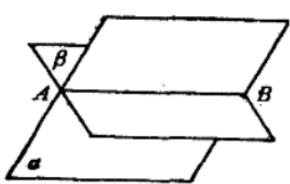


图 1-11

(4)

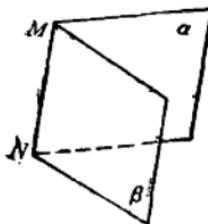


图 1-12

9. 说出下列符号所示的几何图形的位置关系，并画图说明。

(1)  $A \in \alpha$ ,  $B \in \alpha$ ,  $MN \subset \alpha$ ;

(2)  $C \in \alpha$ ,  $D \in \alpha$ ,  $CD \subset \alpha$ ;

(3)  $AB \subset \beta$ ,  $AC \cap \beta = A$ ;

(4)  $l \cap \alpha = P$ ,  $BC \subset \alpha$ ,  $P \in BC$ .

10. 用符号表示下列关系，并作出图形。

(1) 直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 外，它们有公共点 $A$ ；

(2) 直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 内，但在平面 $\beta$ 外，直线 $b$ 在平面 $\alpha$ 内，又在平面 $\beta$ 内。

11. 先画出图1-13至图1-18各图，再用虚线表示被平面遮住的线段，并用字母表示各平面。

(1)

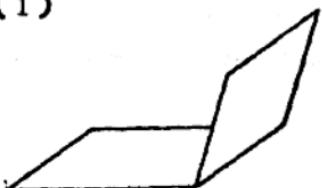


图 1-13

(2)

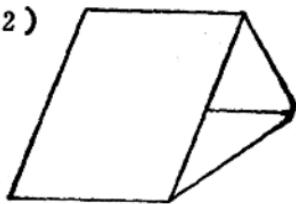


图 1-14

(3)

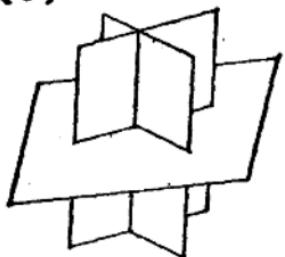


图 1-15

(4)

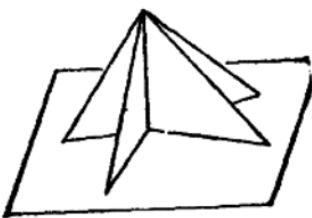


图 1-16

(5)

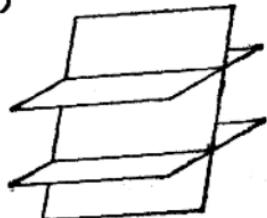


图 1-17

(6)

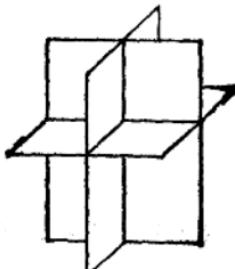


图 1-18

12. 已知四个点不在一个平面内，证明其中任何五点都不在同一条直线上。
13. 求证：如果四边形的两条对角线相交于一点，那么这个四边形一定是平面图形。
14. 已知直线 $a$ 和平面 $\alpha$ 相交于一点 $A$ ，求证经过直线 $a$ 的任何平面一定和平面 $\alpha$ 相交于一条直线。
15. 命题：菱形的四条边相等。试回答下列各问：
- (1) 在平面几何范围内，和在立体几何范围内，这个命题成立不成立？
  - (2) 这个命题的逆命题怎样叙述？
  - (3) 在平面几何范围内，和在立体几何范围内，这个逆命题成立不成立？

### 习题一 (B组)

1. 如果一条线段在一个平面内，那么它的中点在不在这个平面内？如果一条线段的中点在一个平面内，那么它的两个端点在不在这个平面内？
2. 在空间下列命题是否成立，成立的在括号内画(√)，不成立的在括号内画(×)：
  - (1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形；  
( )
  - (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形；  
( )
  - (3) 一组对边平行并且相等的四边形是平行四边形；  
( )
  - (4) 对角线互相平分的四边形是平行四边形。  
( )

3. 图1-19中, 正方形 $ABCD$ , 对角线相交于 $O$ ,  $MN$ 、 $PQ$

为过 $O$ 点分别和正方形一组对边垂直的直线. 试作出正方形水平放置的直观图. 但需

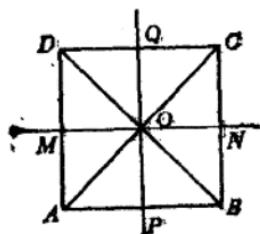


图 1-19

(1) 以 $MN$ 、 $PQ$ 分别为 $x$ 轴和 $y$ 轴;

(2) 以 $AC$ 、 $BD$ 分别为 $x$ 轴和 $y$ 轴.

4. 空间四个不同的点, 过其中任何一个点可以确定多少个平面? 过其中两点、三点, 以及过这四个点可以确定多少个平面? 把讨论的结果作出图形来? (有任意多个平面时, 至少要画出三个来)

5. 判断下列命题的正误, 不正确的加以改正:

(1) 不同的两条直线确定一个平面;

(2) 点 $A$ 在平面 $\alpha$ 外, 点 $A$ 和平面 $\alpha$ 内的任意一条直线都不共面;

(3) 平面 $\alpha$ 和平面 $\beta$ 相交于不同在一条直线上的三个点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ ;

(4) 三条直线两两相交, 则这三条直线共面.

6. 选择题: ① 下列命题中, 正确的是 ( )

(A) 直线 $a$ 、 $b$ 相交于 $P$ ,  $A$ 是直线 $a$ 的线外一点, 那么点 $P$ 、 $A$ 和直线 $a$ 可确定一个平面, 直线 $b$ 必在这个平面内.

① 本书中的选择题都有代号为 (A)、(B)、(C)、(D) 的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 选出这个正确结论, 并把代号填入题目中给出的括号内. 下同. 不另注.

- (B) 平面 $\alpha$ 和 $\beta$ 有一条公共直线 $l$ , 和一个公共点 $P$ , 那么 $P$ 点在直线 $l$ 上。
- (C) 两个平面 $\alpha$ 、 $\beta$ 相交于 $m$ , 点 $A \in \alpha$ , 点 $B \in \beta$ , 那么点 $A$ 、 $B$ 和直线 $m$ 可确定一个平面。
- (D) 平面 $\alpha$ 内有两个不同的点 $A$ 、 $B$ , 过 $A$ 、 $B$ 的直线为 $l$ , 那么点 $A$ 、 $B$ 和 $l$ 所确定的平面 $\beta$ , 和 $\alpha$ 是两个不同的平面。

7. 选择题: 过一个已知点的三条直线可能确定( )

- (A) 1个平面。 (B) 3个平面。  
 (C) 4个平面。 (D) 5个平面。

8. 画出图1-20至图1-22中过 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三点的平面, 和已知的其他平面的交线。

(1)

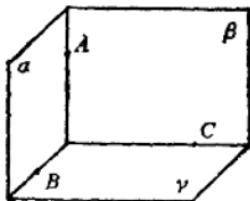


图 1-20

(2)

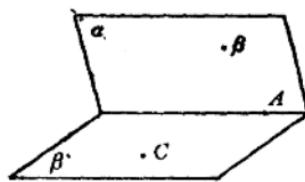


图 1-21

(3)

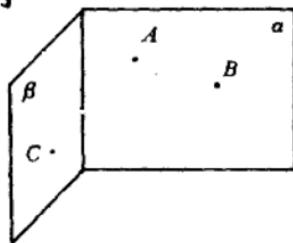


图 1-22

9. 已知直线 $a \parallel b$ , 直线 $c$ 和 $a$ 、 $b$ 都相交, 直线 $d$ 也和 $a$ 、 $b$ 都相交, 求证:  $c$ 、 $d$ 可确定一个平面。

10. 证明：梯形的中位线在梯形所确定的平面内。
11. 空间六个点  $A, B, C, D, E, F$ , 已知  $AB \parallel DE, BC \parallel EF, CD \parallel AF$ , 这六个点共面吗? 若共面说明理由; 若不共面举出反例, 并作图表示。
12. 已知: 两平面  $\alpha$  和  $\beta$ , 有两个公共点  $A, B$ , 求证:  $\alpha$  和  $\beta$  的其他公共点必在直线  $AB$  上。

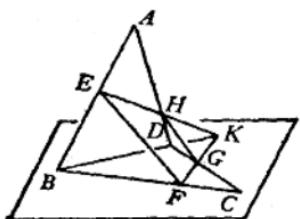


图 1-23

13. 求证三条互相平行的直线和一条直线都相交, 这四条直线必在同一平面内。
14. 证明两两相交的而不过一点的四条直线 在同一平面内。
15. 如图1-23所示, 空间四边形  $ABCD$ , 点  $E, F, G, H$  分别在  $AB, BC, CD, DA$  边上, 且  $E, F, G, H$  共面,  $EH$  与  $FG$  不平行, 求证:  $EH$  和  $FG$  的交点在直线  $BD$  上。

## 二 空间两条直线

### 习题二 (A组)

1. 下列的四个命题中, 哪一个指的是异面直线, 为什么?  
其它命题为什么都不是?
- 在空间不相交的两条直线;
  - 分别在两个不同平面内的两条直线;
  - 某一个平面内的直线和这个平面外的一条直线;

(4) 不同在任何一个平面内的两条直线。

2. 填空：

两条不同的直线的位置关系有①\_\_\_\_\_、②\_\_\_\_\_、  
③\_\_\_\_\_三种，它们是根据是不是④\_\_\_\_\_和是不是⑤\_\_\_\_\_来区分的。

3. 选择题：下列命题中，正确的是（ ）

- (A) 一条直线和两条平行直线中的一条直线相交，必与另一条直线也相交。  
(B) 一条直线和两条平行直线中的一条直线能确定一个平面，必与另一条直线也能确定一个平面。  
(C) 一条直线和两条平行直线中的任何一条都没有公共点，那么这三条直线互相平行。  
(D) 一条直线和两条平行直线中的一条直线是异面直线，当与另一条直线没有公共点时，必与另一条直线也是异面直线。

4. 下列命题中，正确的在括号内画√，不正确的在括号内画×。

- (1) 直线c同垂直于两条异面直线a、b，则c是a、b的公垂线；（ ）  
(2) 直线a上若有两个不同的点到直线b的距离相等，则a//b；（ ）  
(3) 相异的两条直线a、b和直线c成相同的角，则a//b.（ ）

5. 直线a和两条异面直线b和c都相交，且所成的角都是90°，画出每两条相交直线所确定的平面，并注上字母。

6. 如图2-1，两平面α、β相交于直线a，直线b在平面α内，和直线a相交于A点，直线c在平面β内，和直线a平行。求

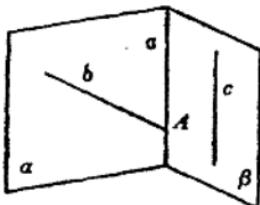


图 2-1

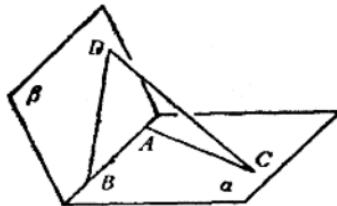


图 2-2

证：直线 $b$ 和 $c$ 是异面直线。

7. 如图2-2,  $\alpha \cap \beta = AB$ ,  $AC \subset \alpha$ ,  $BD \subset \beta$ ,  $A$ 不同于 $B$ , 求证:  $AC$ 和 $BD$ 是异面直线。
8. 有三条直线, 其中每两条都是异面直线. 试用图形表示出来。
9. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  (如图2-3), 说明下列各组线段所在直线的位置关系:

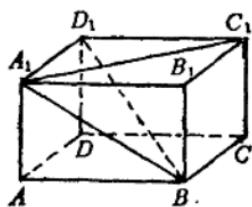


图 2-3

- (1)  $B_1C_1$ 和 $DD_1$ ,
- (2)  $A_1C_1$ 和 $BD_1$ ,
- (3)  $A_1C_1$ 和 $A_1B_1$ ,
- (4)  $AA_1$ 和 $BB_1$ ,
- (5)  $AA_1$ 和 $CC_1$ ,
- (6)  $AB$ 和 $D_1C_1$ .

10. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$

中, 证明:

- (1)  $BD \parallel B_1D_1$ , (2)  $\angle ADB = \angle A_1D_1B_1$ .
11. 如图2-4, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求下列两直线所成的角的度数:
  - (1)  $A_1A$ 和 $B_1C_1$ ,
  - (2)  $A_1C_1$ 和 $AB_1$ ,