21世纪高等学校本科系列教材

总主编　顾乐观

信号处理基础

(15)

余成波　张　兢　编著

重庆大学出版社

信号处理基础

余成波　张兢　编著

重庆大学出版社

内 容 简 介

本书是一本 21 世纪教学的有关信号处理基础的教材。全书共分 6 章，即信号与系统的基本概念、连续时间系统的时域分析、连续时间周期信号与系统的频域分析、离散时间信号与系统、拉普拉斯变换、Z 变换。

本书着重讲述了连续时间与离散时间信号与系统的表示与分析方法，两类信号与系统之间的相似关系，它们之间的内在联系或转换，建立了偏重于信号处理较完善的基本方法和基本理论。书中配有大量的例题和习题。

本书可作为高等工科院校电气工程、信号与信息处理学科本科生的教材，也可供夜大、自学考试及成人教育有关专业选用，还可供有关科技人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号处理基础/余成波，张兢编著．—重庆：重庆大学出版社，2001.8
电气工程本科系列教材
ISBN 7-5624-2450-0

Ⅰ.信… Ⅱ.①余…②张… Ⅲ.信号处理—高等学校—教材 Ⅳ.TN911·7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 031892 号

信号处理基础
余成波　张兢　编著
责任编辑　梁涛
*
重庆大学出版社出版发行
新 华 书 店 经 销
自 贡 新 华 印 刷 厂 印 刷
*
开本：787×1092　1/16　印张：15　字数：374 千
2001 年 8 月第 1 版　2001 年 8 月第 1 次印刷
印数：1—5000
ISBN 7-5624-2450-0/TN·55　定价：20.00 元

前言

信号处理基础是电气工程、信号与信息处理学科的一门重要的技术基础课程。它的应用领域非常广泛，几乎遍及电类及非电类的各个工程技术学科。随着科学的进步，特别是近年来高集成度与高速数字技术的飞跃发展，新材料、新工艺和新器件的不断出现，使各技术学科领域和现代化工业的面貌发生了深刻和巨大的变化。当今科技革命的特征是以信息技术为核心，促使社会由电气化时代进入信息时代，并以知识密集产业作为主体产业。

在人类面临21世纪的新问题、新技术和新机遇的挑战所进行的教育改革中，加强素质培养，淡化专业，拓宽基础，促进各学科与专业的交叉与渗透业已成为不可逆转的世界潮流。为了适应我国社会主义现代化建设和以信息技术为核心的高新技术迅猛发展的需要，贯彻适合当前形势的教学规律，依据我国当前电气工程学科课程设置与教学改革的实际情况，对传统的《信息与系统》课程的教学内容，经适当选择和裁剪组合《数字信号处理》课程的内容及体系，形成《信号处理基础》课程体系，突出了信号与系统课程最重要的概念与基本的理论和方法，可适应少学时的教学要求，为信号处理理论与技术日益广泛地应用于电气工程领域的发展奠定必备的基础理论知识，并直接与数字信号处理的基本理论和方法相衔接，使读者有可能在较短的时间内获得最大的信息量，培养能力，这样既有利教学，提高质量；又有利科技人员，学以致用。

全书共分6章。内容包括信号与系统的基本概念、连续时间系统的时域分析、连续时间周期信号与系统的频域分析、离散时间信号与系统、拉普拉斯变换、Z变换。建议课堂教学46学时，由于课时的原因，本书略去了系统的状态变量分析法，不同的读者可根据各自的实际情况要求进行补充。

本书由余成波教授主编。参加编写的有余成波（第1、2、3、5章、第4章4.5节），张兢（第4章第4.1、4.2、4.3、4.4节，第6章）。本书由许克民教授主审。

本书在编写过程中得到了有关领导的大力支持和帮助。许多兄弟

院校的同行们为本书的编写提出了许多宝贵意见和提供了帮助。在此，一并表示衷心的感谢。

本书作为高等工科院校电气工程、信号与信息处理学科的本科生教材，也可供夜大、自学考试及成人教育有关专业选用，还可供有关科技人员学习参考。

由于我们的水平有限，书中难免有错误和不当之处，敬请广大的国内同行与读者给予批评指正。

编　者

2000 年 2 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目录

第1章 信号与系统的基本概念

随着近代科学技术的进步与发展，特别是高集成度与高速数字技术的飞跃发展，信息高速公路的建设，新材料、新工艺和新器件的不断出现，各技术学科领域和现代化工业的面貌发生了深刻和巨大的变化。当今科技革命的特征是以信息技术为核心，促使社会进入信息时代，使信号与系统日益复杂，也促进了信号与系统理论研究的发展。

系统理论主要研究两类问题：分析与综合。系统分析是对给定的某具体系统，求出它对于给定激励的响应；系统综合则是在给定输入（激励）的条件下，为获得预期的输出（响应）去设计具体的系统。

本书讨论的范围仅限于信号与系统的分析。

1.1 信号的定义与分类

1.1.1 信号及其描述

人类在社会活动与日常生活中，时时刻刻都涉及到信息的获取、存储、传输与再现。可以说上至天文，下至地理；大到宇宙，小到粒子核子的研究乃至工农业生产、社会发展及家庭生活都离不开信息科学，故信息对每个人都赋予了特别重要的意义。何谓“信息”？信息是反映人们得到“消息”，即原来不知道的知识，信息是人类认识客观世界和改造客观世界的知识源泉。获取信息、传输信息和交换信息，自古至今一直是人类基本的社会活动。从公元前700余年，祖先利用烽火传递警报，到现代的电话、电报、传真、无线广播与电视，其目的都是要把某些“消息（message）”借一定形式的信号从一个地方传递到另一个地方，给对方以信息（information）。即信息要用某种物理方式表达出来，通常可以用语言、文字、图画、数据、符号等来表达。也就是说，信息通常隐含于一些按一定规则组织起来的约定的“符号”之中，这种用约定方式组成的“符号”统称为消息。因此，消息中通常包含有大量的信息。但是，信息一般都不能直接传送，它必须借助于一定形式的信号（光信号、声信号、电信号等），才能远距离快速传输和进行各种处理。因此可以说信号是消息的载体，是消息的一种表现形式。

那么，什么是“信号（signal）”？广义地说，信号是带有信息的随时间变化的物理量或物理现象。例如，机械振动产生力信号、位移信号及噪声信号；雷电过程产生的声、光信号；大脑、心脏运动分别产生脑电信号和心电信号；电气系统随参数变化产生电磁信号等。在通信技术中，信号是消息的表现形式，它是传送各种消息的工具，是通信传输的客观对象。本书将只讨论应用广泛的电信号，它通常是随时间变化的电压或电流。由于信号是随时间而变化的，在数学上

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

可以用时间 t 的函数 $f(t)$ 来表示。

信号的特性可以从时间特性和频率特性两方面来描述，由于信号的各自有不同的时间特性和频率特性，故信号的形式不同，但信号的时间特性和频率特性有着对应的关系，不同的时间特性将导致不同的频率特性的出现。

1.1.2 信号的分类

为了深入了解信号的物理实质，将其分类研究是非常必要的。对于各种信号，可以从不同的角度进行分类。下面讨论几种比较常见的分类方法。

(1)确定信号与随机信号

按时间函数的确定性划分，信号可分为确定信号与随机信号两类。

确定信号(determinate signal)是指一个可以用明确的数学关系式描述的信号，即可以表示为一个或几个自变量的确定的时间函数的信号。也就是预先可以知道它的变化规律，是时间的确定函数，即在给定的某一时刻，信号是有确定的值，如正弦信号、周期脉冲信号等。随机信号(random signal)则与之不同，不能预知它随时间变化的规律，不是时间的确定函数，即不能用数学关系式描述，其幅值、相位变化是不可预知的，通常只知道它取某一些数值的概率，如噪声信号、汽车奔驰时所产生的振动信号等，但是在一段时间内，由于它的变化规律比较确定，可以近似为确定信号。因此，为了分析方便，首先研究确定信号，在此基础上根据随机信号的统计规律再研究随机信号。本书只分析确定信号。

对于确定信号，它可以进一步分为周期信号、非周期信号与准周期信号。

周期信号(periodic signal)是指经过一定时间可以重复出现的信号，其表达式为：

$$f(t)=f(t+nT) \qquad (n=0,\pm1,\pm2,\cdots) \tag{1.1.1}$$

满足此关系式的最小 T 值称为信号的周期。这种信号，只要给出任一周期内的变化规律，即可确定它在所有其他时间内的规律性。

非周期信号(aperiodic signal)在时间上不具有周而复始的特性，往往具有瞬变性，也可以看做为一个周期 T 趋于无穷大时的周期信号。

准周期信号是周期与非周期的边缘情况，是由有限个周期信号合成，但各周期信号的频率相互间不是公倍数的关系，其合成信号不满足周期条件。这种信号往往出现在通信中，如信号：

$$f(t)=\cos t+\cos\sqrt{2} \tag{1.1.2}$$

(2)连续时间信号与离散时间信号

按照时间函数取值的连续性，可划分信号为连续时间信号与离散时间信号，简称连续信号与离散信号。

连续信号(continuous signal)是指在所讨论的时间间隔内，除若干个第一类间断点外，对于任意时刻值都可给出确定的函数值，此类信号称为连续信号或模拟信号。通常用 $f(t)$ 表示，如图 1.1.1 所示。

离散信号(discrete signal)是指在所讨论的时间区间，只在某些不连续规定的时刻给出函数值，而在其他时刻没有给出函数，通常用 $f(t_k)$ 或 $f(kT)$[简写 $f[k]$]表示，由于它是由一组按时间顺序的观测值所组成的，所以也称为时间序列或简称序列，如图 1.1.2 所示。离散信号又可分为 2 种情况：时间离散而幅值连续时，称为采样信号；时间离散而幅值量化时，则称为数

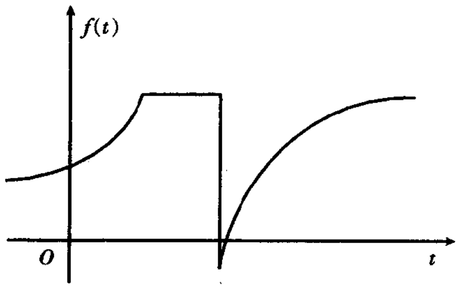

图 1.1.1 连续时间信号

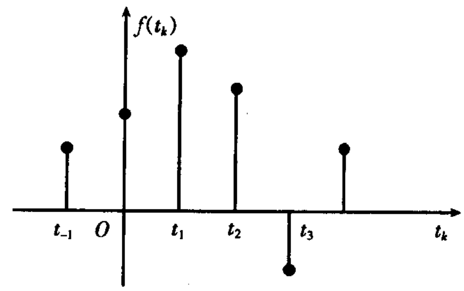

图 1.1.2 离散时间信号

字信号。

(3)能量信号与功率信号

信号按时间函数的可积性划分，可以分为能量信号、功率信号和非功率非能量信号。

信号可以看作是随时间变化的电压或电流，信号平方的无穷积分总表加到1欧姆电阻上的能量，简称为信号能量 E，即

$$E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1.1.3}$$

其平均功率定义为

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1.1.4}$$

若信号 $f(t)$的能量有界，即 $0<E<\infty$，此时 $P=0$，则称此信号为能量有限信号，简称能量信号(energy signal)。

若信号 $f(t)$的功率有界，即 $0<P<\infty$，此时 $E=\infty$，则称此信号为功率有限信号，简称功率信号(power signal)。

值得注意的是，一个信号不可能同时既是功率信号，又是能量信号；但可以是一个既非功率信号，又非能量信号，如单位斜坡信号就是一个例子。一般来说，周期信号都是功率信号；非周期信号则可能出现3种情况：能量信号、功率信号、非功率非能量信号。如持续时间有限的非周期信号为能量信号，如图 1.1.3(a)所示脉冲信号；持续时间无限、幅度有限的非周期信号

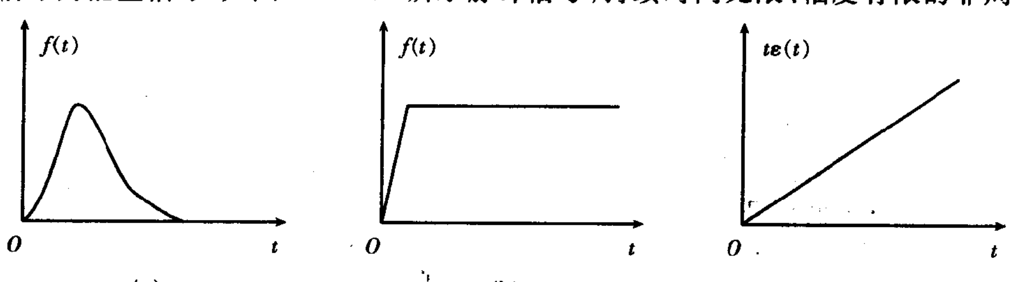

图 1.1.3 三种非周期信号

为功率信号，如图 1.1.3(b)所示；持续时间、幅度均无限的非周期信号为非功率非能量信号，如图 1.1.3(c)所示。

(4)时限与频限信号

时域有限信号是在有限区间(t_1,t_2)内定义，在此区间外恒等于零，如矩形脉冲、三角脉冲、余弦脉冲等为时域有限信号；周期信号、指数衰减信号、随机过程等称为时域无限信号。

频域有限信号是指信号经过傅里叶变换，在频域内占据一定带宽(f_1,f_2)，其外恒等于零，

如正弦信号、限带白噪声等为时域无限频域有限信号；函数、白噪声、理想采样信号等，则为频域无限信号。

时间有限信号的频谱，在频率轴上可以延伸至无限远。由时频域对称性可推论，一个具有有限带宽的信号，必然在时间轴上延伸至无限远处。显然，一个信号不能在时域和频域都是有限的。

(5)物理可实现信号

物理可实现信号是指满足条件：$t<0$ 时，$f(t)=0$，即在时刻小于零的一侧全为零，信号完全由时刻大于零的一侧确定，故又称为单边信号。在实际中出现的信号，大量的是物理可实现信号，因为这种信号反映了物理上的因果律。实际中所能测得的信号，许多都是由一个激发脉冲作用于一个物理系统之后所输出的信号。所谓物理系统是指当激发脉冲作用于系统之前，系统是不会有响应的。换句话说，在零时刻之前，没有输入脉冲，则输出为零。

【例 1.1.1】 如图 1.1.4 所示信号，判断其是否为能量信号与功率信号。

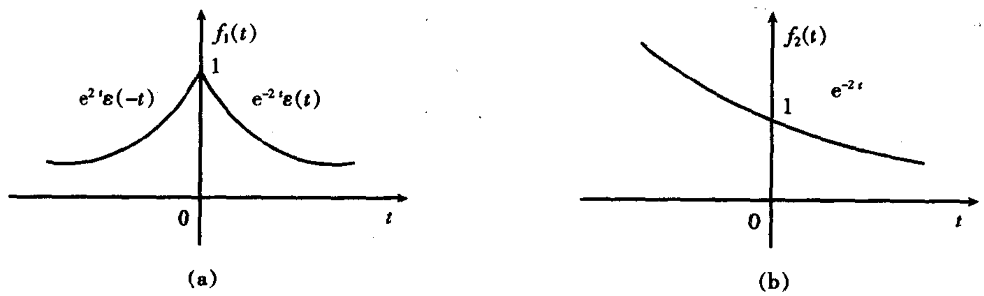

图 1.1.4　例图 1.1.1

解　图 1.1.4(a)的信号 $f_1(t)=e^{-2|t|}$

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}(e^{-2|t|})^2\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{0}e^{4t}\mathrm{d}t+\int_{0}^{\infty}e^{-4t}\mathrm{d}t=2\int_{0}^{\infty}e^{-4t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}$$

$$P=0$$

所以该信号为能量信号。对于图 1.1.4(b)所示信号 $f_2(t)=e^{-2t}$，则有

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}(e^{-2t})^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\left[-\frac{e^{-4T}-e^{4T}}{4}\right]=\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{E}{2T}=\lim_{T\to\infty}\frac{e^{4T}-e^{-4T}}{8T}=\lim_{T\to\infty}\frac{e^{4T}}{8T}=\lim_{T\to\infty}\frac{e^{4T}}{2}=\infty$$

所以该信号既非能量信号又非功率信号。由此可见，按能量信号与功率信号进行分类时，从理论上讲尚未包括所有的信号。

1.2　基本的连续时间和离散时间信号

本节介绍几种特别重要的连续时间和离散时间信号。主要原因：一是因为这些信号经常遇到，二是实际中复杂的信号可以由这些基本信号组合而成，并且这些信号对线性系统产生的响应，对分析系统和了解系统的性质起着主导作用，具有普遍意义。

1.2.1　单位阶跃信号(unit step function)与单位冲激信号(unit impulse function)

(1)连续时间单位阶跃信号和离散时间单位阶跃序列

连续时间单位阶跃信号和离散时间单位阶跃序列分别用 $\varepsilon(t)$，$\varepsilon[n]$表示，其定义为：

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1, & t>0\\0, & t<0\end{cases} \quad 和 \quad \varepsilon[n]=\begin{cases}1, & n\geqslant 0\\0, & n<0\end{cases} \tag{1.2.1}$$

其波形分别如图 1.2.1(a)，(b)所示。对于 $\varepsilon(t)$在 $t=0$ 处发生跃变，数值 1 为阶跃的幅度，若阶跃幅度为 A，则可记为 $A\varepsilon(t)$。若单位阶跃信号跃变点在 $t=t_0$ 处，则称为延迟单位阶跃信号，它可表示为：

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}1, & t>t_0\\0, & t<t_0\end{cases} \tag{1.2.2}$$

其波形如图 1.2.2(a)所示。

对于单位阶跃序列 $\varepsilon(n)$，且有：

$$\begin{gathered}\varepsilon[n-k]=\begin{cases}1, & n\geqslant k\\0, & n<k\end{cases}\\ f[n]\varepsilon[n-k]=\begin{cases}f[n], & n\geqslant k\\0, & n<k\end{cases}\end{gathered} \tag{1.2.3}$$

$\varepsilon[n-k]$的波形如图 1.2.2(b)所示，同时具有截取特性，这种特性常用来表示分段描述的序列。单位阶跃序列 $\varepsilon(n)$与连续信号 $\varepsilon(t)$的形状相似，但 $\varepsilon(t)$在 $t=0$ 发生跃变，其数值通常不予定义或定义为$[\varepsilon(0^-)+\varepsilon(0^+)]/2=1/2$；而 $\varepsilon[n]$在 $n=0$ 处的值明确定义为 1。

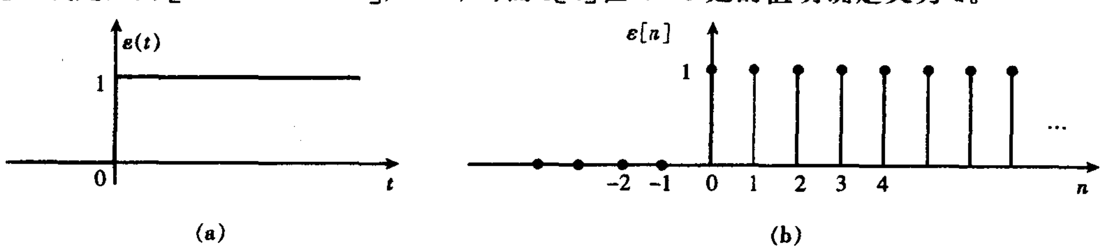

图 1.2.1　连续时间和离散时间单位阶跃信号的波形

(a)连续时间单位阶跃信号　(b)离散时间单位阶跃序列

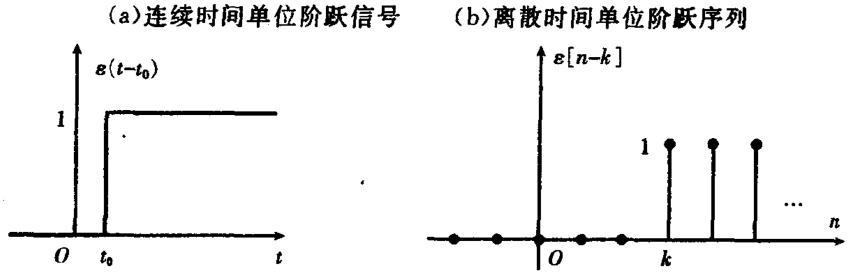

图 1.2.2　连续时间和离散时间延时单位阶跃信号的波形

(2)连续时间单位冲激信号和离散时间单位冲激序列

比单位阶跃信号或序列更为重要、基本的信号是单位冲激信号或序列，连续时间单位冲激信号和离散时间单位冲激序列分别用 $\delta(t)$和 $\delta[n]$表示。连续时间单位冲激信号 $\delta(t)$是 1930 年英国物理学家狄拉克(P. A. M. Dirac)首先提出，故又称狄拉克函数或 δ 函数，它不能用普通的函数来定义，其工程定义是：

$$\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases} \quad 和 \quad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,\mathrm{d}t=1 \tag{1.2.4}$$

上述定义表明，$\delta(t)$是在 $t=0$ 瞬间出现又立即消失的信号，且幅值为无限大；在 $t\neq 0$ 处，它始终为零，并且具有单位面积（常称为 $\delta(t)$的强度）。

直观地看，这一函数可以设想为一列窄脉冲的极限。图 1.2.3(a)是一矩形脉冲，宽度为 τ，高度为 $1/\tau$，面积为 1，若此脉冲宽度继续缩小至极限情况，即当 $\tau\to 0$，$1/\tau\to\infty$，这时高度无限增大，但面积始终保持为 1。单位冲激信号波形难以用普通方式表达，通常用一个带有箭头的单位长度线表示，如图 1.2.3(b)所示。若强度不为 1，而为 A 的冲激信号记为 $A\delta(t)$，在用

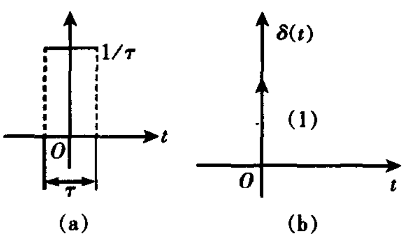

图 1.2.3　连续时间单位冲激信号

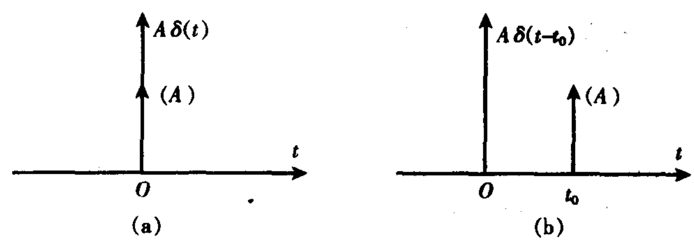

图 1.2.4　强度为 A 与延迟连续时间单位冲激信号

图形表示时，可将强度 A 标注在箭头旁（如图 1.2.4(a)）。延迟 t_0 出现的冲激信号，可记为 $\delta(t-t_0)$，其波形如图 1.2.4(b)所示，它的定义为

$$\begin{cases}\delta(t-t_0)=\begin{cases}0, & t\neq t_0\\ \infty, & t=t_0\end{cases}\\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\,\mathrm{d}t=1\end{cases} \tag{1.2.5}$$

相比起来，离散时间单位序列 $\delta[n]$（又称单位函数）其定义式为

$$\delta[n]=\begin{cases}1, & n=0\\ 0, & n\neq 0\end{cases} \tag{1.2.6}$$

且有

$$\begin{aligned}\delta[n-k]&=\begin{cases}1, & n=k\\ 0, & n\neq k\end{cases},\quad k>0\\ \delta[n+k]&=\begin{cases}1, & n=-k\\ 0, & n\neq -k\end{cases},\quad k>0\end{aligned} \tag{1.2.7}$$

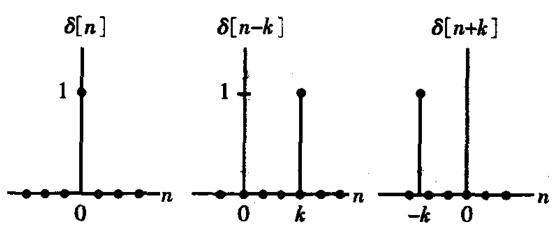

图 1.2.5　离散时间单位冲激序列

其波形如图 1.2.5 所示，该信号也称为单位脉冲序列或单位样本序列。值得注意的是，单位序列 $\delta[n]$与冲激函数 $\delta(t)$有本质的不同，$\delta[n]$在 $n=0$ 处有确定幅度值为 1，而不像 $\delta(t)$在 $t=0$时的幅度值为∞。

（3）单位冲激和单位阶跃之间的关系

首先看一下连续时间中 $\delta(t)$和 $\varepsilon(t)$的关系。由单位冲激信号 $\delta(t)$的定义可得

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{0^-}\delta(t)\,\mathrm{d}t+\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\,\mathrm{d}t+\int_{0^+}^{\infty}\delta(t)\,\mathrm{d}t=$$

$$\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\mathrm{d}t = 1$$

故有

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau = \begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

根据单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 的定义，可得

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1.2.8}$$

上式表明：单位冲激信号的积分为单位阶跃信号；反之，单位阶跃信号的导数应为单位冲激信号，即

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.2.9}$$

相比起来，在离散域 $\delta[n]$ 与 $\varepsilon[n]$ 之间存在类似的差分与累加的关系，即

$$\begin{aligned}&\delta[n]=\varepsilon[n]-\varepsilon[n-1]\\ &\varepsilon[n]=\delta[n]+\delta[n-1]+\cdots+\delta[n-m]+\cdots=\sum_{m=0}^{\infty}\delta[n-m]\end{aligned} \tag{1.2.10}$$

令 $k=n-m$，则

$$\varepsilon[n] = \sum_{k=-\infty}^{n}\delta[k] \tag{1.2.11}$$

式(1.2.11)的成立是很明显的，式(1.2.11)的正确性在于，$\delta[k]$ 仅在 $k=0$ 时为 1，其余 k 时取为 0，所以当 $n<0$ 时，求和式为零；而当 $n\geqslant 0$ 时，求和式为 1。

1.2.2　正弦型信号(sine signal)与正弦型序列(sine time sequence)

(1)连续时间正弦型信号

一个正弦信号可描述为

$$f(t)=A\sin(\omega_0 t+\varphi)=A\cos\left(\omega_0 t+\varphi-\frac{\pi}{2}\right) \tag{1.2.12}$$

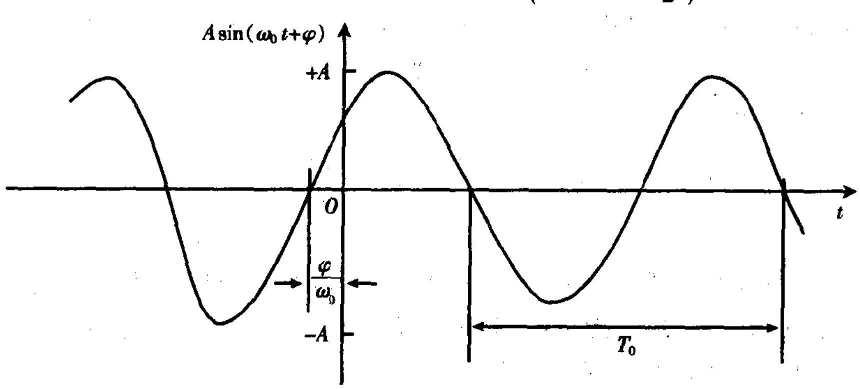

图 1.2.6　正弦信号波形图

式中 A 为振幅，ω_0 为角频率(rad/s)，φ 为初始角(弧度)，如图 1.2.6 所示。正弦信号是周期信号，周期为 $T(T=2\pi/\omega_0)$。由于余弦信号与正弦信号只是在相位上相差 $\pi/2$，所以将它们统称为正弦型信号。

正弦型信号具有非常实用的性质：

①两个频率相同的正弦信号相加，即使其振幅与相位各不相同，但相加后结果仍然是原频

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com