

桥梁钢筋混凝土结构偏心 受压构件实用计算方法及图表

张树仁 编著

人民交通出版社

Qiaoliang Gangjinhunningtu Jiegou Pianxin Shouya Goujian

桥梁钢筋混凝土结构偏心受压构件

Shiyong Jisuan Fangfa Ji Tubiao

实用计算方法及图表

张 树 仁 编

人 民 交 通 出 版 社

内 容 提 要

本书是按新修订的《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范 JTJ023.85》编写的,书中对桥梁工程中常用的矩形、工字形(箱形)和圆形截面(钻孔灌注桩)偏心受压构件的设计原理做了较为详尽的论述,给出了实用计算方法,绘制了强度计算诺谟图。

本书是从事桥梁设计、施工、科研和管理人员,学习新规范的重要参考书,是进行桥梁设计的工具书,是普通高等院校路、桥专业《结构设计原理》课程的教学参考教材。

桥梁钢筋混凝土结构偏心受压构件

实用计算方法及图表

张 树 仁 编

插图设计:高静芳 正文设计:周 元 责任编辑:杨 杰

人民交通出版社出版发行
(100013北京和平里东街10号)

各地新华书店经销

人民交通出版社印刷厂印刷

开本:787×1092 $\frac{1}{4}$ 印张:13 字数:86千

1991年10月 第1版

1991年10月 第1版 第1次印刷

印数:0001—3500册 定价:12.00元

ISBN 7-114-00942-9

U·00605

前 言

钢筋混凝土偏心受压构件是桥梁工程中大量采用的基本构件。在新修订的交通部部标准《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范JTJ023-85》中，这部分内容变动较大，原有的一些计算图表已不能再用。

本书对桥梁工程中常用的矩形、工字形（箱形）和圆形截面（钻孔灌注桩）偏心受压构件设计计算原理做了较为详尽的论述，从实用角度出发，对规范作了必要的解释和说明，给出了实用计算方法，绘制了强度计算诺谟图。计算结果表明，采用本书给出的强度计算诺谟图，可以大大地提高设计工作效率，其计算误差一般不超过2~3%，完全可以满足实际设计工作的需要。

本书在编写过程中得到了哈尔滨建筑工程学院桥梁教研室同志的大力支持，黄桥、方路宽同志参加了部分诺谟图的计算和绘制工作，这里一并表示感谢。由于笔者水平有限，对新规范学习不够，理解不深，书中谬误再所难免，敬请读者批评指正。

编 者

1987年10月于哈尔滨

目 录

1 概述.....	1
2 矩形截面偏心受压构件强度计算.....	3
3 工字形（或箱形）截面偏心受压构件强度计算.....	12
4 圆形截面偏心受压构件强度计算.....	16
5 特殊形状截面偏心受压构件强度计算.....	21
附录一 非对称配筋矩形截面偏心受压构件强度计算诺谟图.....	24
附录二 对称配筋矩形截面偏心受压构件强度计算诺谟图.....	49

1 概述

在钢筋混凝土结构中，偏心受压构件应用很广。例如钢筋混凝土拱桥的主拱圈、刚架桥的支柱、桥墩柱以及厂房结构中支承吊车梁的立柱等。

1.1 构造要点

偏心受压构件一般采用矩形、工字形和箱形截面，长边布置在弯矩作用方向，长短边的比值一般为1.5~3.0。

偏心受压构件的纵向受力钢筋的直径不宜小于14mm，每侧纵向受力钢筋的配筋率不宜小于0.2%。在桥梁工程中，常由于活载作用位置不同，在截面中产生方向相反的弯矩，如果其绝对值接近，则纵向受力钢筋大多按对称布置。

图1所示的受压柱除配置纵向受力钢筋外，在横向往着纵向钢筋还配置有箍筋。箍筋直径一般不小于6mm，箍筋的间距应不大于纵向受力钢筋直径的15倍或构件横截面的较小尺寸，并不大于40cm。当柱的最小尺寸大于40cm或每侧纵向钢筋多于4根时，除放置上述基本箍筋外，还需放置附加箍筋，以防止中间钢筋向外弯曲。

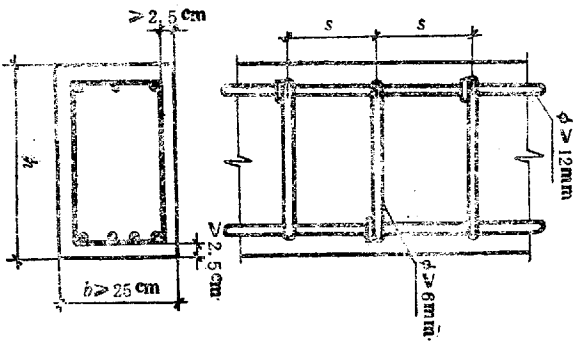


图1 偏心受压柱

1.2 偏心受压柱的破坏状态

大量的试验研究表明^{〔2〕}，钢筋混凝土偏心受压构件的破坏，在保证钢筋和混凝土之间握裹力的条件下，都是由混凝土受压区压碎造成的。但是，荷载相对偏心距和配筋情况不同时，混凝土压碎情况是不一样的。

当相对偏心距较大，且受拉钢筋配置不多时，构件的破坏情况如图2a)所示。这种破坏的特点是受拉区横向裂缝出现较早，随着荷载的增加，裂缝不断伸展，并逐渐形成一条明显的主裂缝。这时，构件的挠曲明显增加，受压区混凝土出现纵向裂缝，随即混凝土局部压碎，导致构件破坏。这种破坏是由受拉区钢筋的应力先达到屈服强度，钢筋变形急剧增加，

受拉区裂缝的扩展，受压区高度减少，从而使混凝土的压应力增高而压碎的。通常将这种破坏称为“拉破坏”，即所谓大偏心受压构件。

当相对偏心距较小，或者虽然相对偏心距较大，但配置了较多的受拉钢筋时，构件的破坏情况如图2b)所示。其特点是受拉区横向裂缝出现较晚，裂缝开展宽度不大，并无明显的主裂缝，当发现受压区混凝土局部“起皮脱落”或出现微小的网状裂缝时，随即引起混凝土的大面积压碎脱落，某些受压钢筋屈服，构件在某一横裂缝处折断。在这种情况下，混凝土本身承担的压力较大，由于压应力增大引起混凝土压碎破坏。构件破坏时，受拉边（或受压较小边）钢筋的应力尚小于屈服强度。通常将这种破坏称为“压破坏”，即所谓小偏心受压构件。

从理论上讲，在大、小偏心受压构件之间一定存在一个“分界线”，这种构件的破坏特点是受拉钢筋应力达到屈服强度的同时，受压区混凝土边缘纤维的应变也恰好达到混凝土的极限压应变值，通常将这种破坏称为“界限破坏”。

表1 混凝土受压区高度界限系数 ξ_{1g}

钢筋种类	ξ_{1g}
I级钢筋	0.65
II、III级钢筋	0.55
5号钢筋	0.6

编者注：严格按II级钢筋 $\phi \geq 28\text{mm}$ 时，应取 $\xi_{1g} = 0.572$ ， $\phi < 28\text{mm}$ 时，应取 $\xi_{1g} = 0.587$ ；5号钢筋应取 $\xi_{1g} = 0.613$ 。

件，其正截面强度主要取决于受压区混凝土强度。

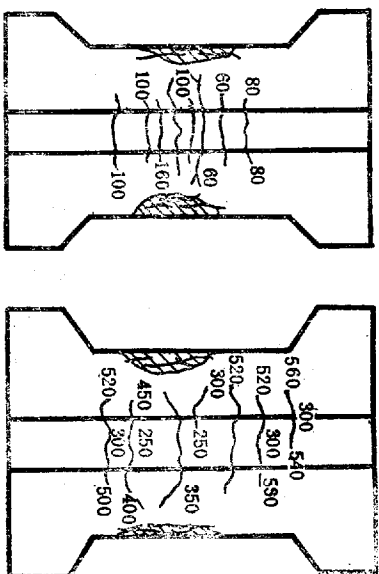


图2 偏心受压构件的破坏情况

在理论情况下，混凝土本身承担的压力较大，由于压应力增大引起混凝土压碎破坏。构件破坏时，受拉边（或受压较小边）钢筋的应力尚小于屈服强度。通常将这种破坏称为“压破坏”，即所谓小偏心受压构件。

从理论上讲，在大、小偏心受压构件之间一定存在一个“分界线”，这种构件的破坏特点是受拉钢筋应力达到屈服强度的同时，受压区混凝土边缘纤维的应变也恰好达到混凝土的极限压应变值，通常将这种破坏称为“界限破坏”。

界限破坏时的混凝土受压区高度，一般以

$x_{1g} = \xi_{1g} h_0$ 表示，式中 ξ_{1g} 称为混凝土受压区高度界限系数，其数值主要与钢筋种类有关，可利用截面变形平截面假设求得（见表1）。

这样，即可根据构件破坏时混凝土受压区高度判断偏心受压构件的类型：若 $x \leq \xi_{1g} h_0$ ，属于大偏心受压构件，其正截面强度主要由受拉钢筋控制；若 $x > \xi_{1g} h_0$ ，属于小偏心受压构件，其正截面强度主要取决于受压区混凝土强度。

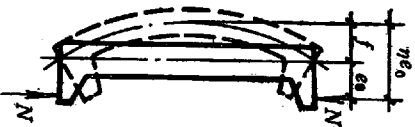
1.3 偏心受压构件的纵向弯曲影响

试验表明，长细比较大的钢筋混凝土柱，在偏心荷载作用下，构件在弯矩作用平面内发生纵向弯曲（见图3），从而导致初始偏心距增加，使柱的承载能力降低。柱的长细比愈

大, 承载力降低愈多。

《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范 JTJ023-85》〔以下简称《桥规》〕J11规定, 计算偏心受压构件时, 对矩形截面 $L_0/h > 8$ 时 (L_0 为构件计算长度, h 为弯矩作用平面内的截面高度), 对圆形截面 $L_0/d > 7$ 时 d 为圆形截面的直径), 应考虑构件在弯矩作用平面的挠度对纵向力偏心距的影响。此时, 应将纵向力对截面重心轴的原始偏心距 e_0 乘以偏心增大系数 η 。

$$e'_0 = e_0 + f = \left(1 + \frac{f}{e_0}\right) e_0 = \eta e_0 \quad (1)$$



式中: e'_0 ——相对于截面重心轴的计算偏心距;

图3 偏心受压构件的纵向弯曲影响

e_0 ——相对于截面重心轴的原始偏心距;

f ——由偏心距为 e_0 的偏心荷载引起的, 构件在弯矩作用平面内产生的挠度;

η ——偏心距增大系数。

考虑到钢筋混凝土材料的特点, 《桥规》中计算偏心距增大系数采用了半经验半理论公式:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{\gamma_0 N_j L_0^2}{10 \alpha_0 E_h I_h \gamma_b}} \quad (2)$$

式中: N_j ——按《桥规》第4.1.2条计算的纵向力;

γ_0 ——混凝土安全系数, 取 $\gamma_0 = 1.25$;

γ_b ——构件工作条件系数, 取 $\gamma_b = 0.95$;

E_h ——混凝土弹性模量;

I_h ——混凝土截面绕弯矩作用平面的惯性矩;

L_0 ——构件的计算长度;

α_0 ——刚度修正系数, 按下式计算:

$$\alpha_0 = \frac{0.1}{0.3 + \frac{e_0}{h}} + 0.143 \quad (3)$$

当 $e_0/h \geq 1$ 时, 取 $\alpha_0 = 0.22$

当为圆形截面时, 公式(3)中的 e_0/h 用 e_0/d 代替 (d 为截面直径)。

试验表明, 在偏心受压构件内配置的纵向钢筋数量对柱的刚度也有一定影响, 因而《桥规》规定, 当全部纵向钢筋的配筋率大于3%时, 公式(2)中的 I_h 应乘以系数1.2。

如果构件的长细比很大, 则由公式(2)计算所得的 η 值有可能大于3, 甚至出现负值, 这说明所选的截面尺寸过小, 应修改设计, 适当加大截面尺寸。

还须指出, 偏心受压构件除应计算弯矩作用平面的强度时, 须考虑偏心距增大系数 η 的影响外, 尚应按轴心受压构件验算垂直于弯矩作用平面的强度。此时应考虑纵向弯曲系数 φ 的影响, 纵向弯曲系数 φ 与构件的长细比有关, 其数值可按表2采用。

表2 钢筋混凝土构件的纵向弯曲系数 φ 表

L_0/b	≤ 8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
L_0/d	≤ 7	8.5	10.5	12	14	15.5	17	19	21	22.5	24
L_0/r_w	≤ 28	35	42	48	55	62	68	76	83	90	97
φ	1.0	0.98	0.95	0.92	0.87	0.81	0.75	0.70	0.65	0.60	0.56
L_0/b	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
L_0/d	26	28	29.5	31	33	34.5	36.5	38	40	41.5	43
L_0/r_w	104	111	118	125	132	139	146	153	160	167	174
φ	0.52	0.48	0.44	0.40	0.36	0.32	0.29	0.26	0.23	0.21	0.19

表中: L_0 ——构件计算长度;

b ——矩形截面短边尺寸;

d ——圆形截面直径;

$$r_w = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad r_w = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

I ——截面惯性矩;

A ——截面积。

受压构件的计算长度 L_0 与其两端的约束情况有关, 可按表3取用。

表3 受压构件的计算长度 L_0

杆件	两端约束情况	L_0
直杆	两端固定	0.5L
	一端固定, 一端铰接	0.7L
	两端铰接	L
	一端固定, 一端自由	2L
拱	三铰拱	0.58S
	两铰拱	0.54S
	无铰拱	0.36S

表中: L ——构件支点间长度;

S ——拱轴线长度

2 矩形截面偏心受压构件强度计算

2.1 强度计算基本方程

钢筋混凝土偏心受压构件正截面强度计算公式, 可通过构件破坏时的内力平衡条件求得。在试验研究的基础上, 引入下列假设作为计算的基础:

1. 构件截面变形符合平截面假设;
2. 构件达到极限破坏时, 受压边缘处混凝土的极限应变值取 $\epsilon_{h \cdot \max} = 0.003$;
3. 在极限状态下, 受压区混凝土的应力达到混凝土抗压设计强度 R_g , 并取矩形应力图计算, 受压边钢筋的应力取钢筋抗压设计强度 R'_g ;
4. 不考虑受拉区混凝土参加工作, 拉力全部由钢筋承担;
5. 受拉边 (或受压较小边) 钢筋的应力, 原则上根据其应变确定:
当 $x \leq \xi_{1g} h_0$ 时, 取 $\sigma_g = R_g$
当 $x > \xi_{1g} h_0$ 时, 取 $\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right) \geq -R_g$

(式中以拉应力为+, 压应力为-)
矩形截面偏心受压构件正截面强度计算公式, 可由内力平衡条件求得 (见图4):

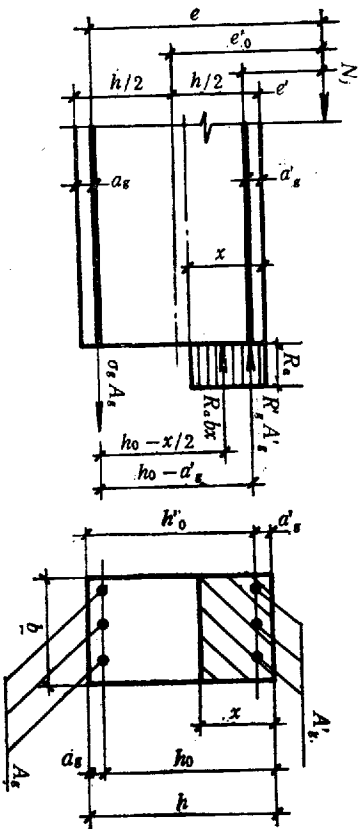


图4 矩形截面偏心受压构件正截面强度计算图式

由纵向力平衡条件即 $\sum V = 0$ 得

$$N_1 \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_g b x + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} (R'_g A'_g - \sigma_g A_g) \quad (5)$$

由所有的力对受拉钢筋合力作用点取矩的平衡条件, 即 $\sum M_{A_g} = 0$ 得

$$N_1 e \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_g b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} R'_g A'_g (h_0 - a'_g) \quad (6)$$

由所有的力对受压钢筋合力作用点取矩的平衡条件, 即 $\sum M_{A'_g} = 0$ 得

$$N_1 e' \leq -\frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_g b x \left(\frac{x}{2} - a'_g \right) + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} \sigma_g A_g (h_0 - a_g) \quad (7)$$

由所有的力对纵向力作用点取矩的平衡条件, 即 $\sum M_N = 0$ 得

$$R_g b x \left(e - h_0 + \frac{x}{2} \right) = \sigma_g A_g e - R'_g A'_g e' \quad (8)$$

对于大偏心受压构件, 为了保证受压钢筋的应力达到抗压设计强度, 混凝土受压区高度尚应符合下列条件:

$$x \geq 2a'_g \quad (9)$$

如不符合公式(9)的要求, 则构件正截面强度可按下列近似公式求得

$$N_1 e' \leq \frac{\gamma_c}{\gamma_s} R_g A_g (h_0 - a'_g) \quad (10)$$

如果按公式(10)求得的构件强度比不考虑受压钢筋还小, 则在计算中不应考虑受压钢筋。

对于小偏心受压构件, 为了避免纵向力较远一侧的混凝土先被压碎, 还应满足下列限制条件:

$$N_1 e' \leq 0.5 \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_g b h_0^2 + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} R'_g A'_g (h'_0 - a_g) \quad (11)$$

在公式(5)~(10)中除图中标明的常用符号外, 应着重说明的有:

N_1, M_1 ——按《桥规》第4.1.2条计算的考虑荷载安全系数后的计算纵向力和弯矩, 应分别按最大纵向力与其对应的弯矩和最大弯矩与其对应的纵向力进行组合;

e ——纵向力作用点至受拉钢筋合力作用点的距离;

$$e = \eta e_0 + h_0 - \frac{h}{2} \quad (12)$$

e' ——纵向力作用点至受压钢筋合力作用点的距离;

$$e' = \eta e_0 - \frac{h}{2} + a'_g \quad (13)$$

η ——偏心距增大系数, 按公式(2)计算。

2.2 截面设计

偏心受压构件的截面尺寸, 通常是根据构造要求预先确定的。因此, 截面设计的内容是

根据已知的计算内力和材料规格, 选择钢筋。

1. 非对称配筋

对于非对称配筋的情况, 存在三个未知数 (A_g 、 A'_g 和 x)。但是在方程 (5~8) 中, 只有两个有效方程, 因而问题的解答有无穷多个。为了求得合理的解答, 必须根据不同的设计要求, 预先确定其中的一个未知数。

当偏心距较大时, 一般是先按大偏心受压构件计算, 并根据纵向钢筋的总用量 ($A_g + A'_g$) 为最小的原则, 求得经济配筋时的混凝土受压区高度。

由公式 (6) 得

$$A'_g = \frac{N_j e - \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b x (h_0 - x/2)}{\frac{\gamma_b}{\gamma_s} R'_g (h_0 - a'_g)} \quad (14)$$

对大偏心受压构件, 取 $\sigma_g = R_g$, 代入公式 (7), 则得

$$A_g = \frac{N_j e' + \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b x (x/2 - a'_g)}{\frac{\gamma_b}{\gamma_s} R_g (h_0 - a'_g)} \quad (15)$$

根据 $d(A_g + A'_g)/dx = 0$ 的条件, 求得经济配筋时的 x 值。

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{N_j e - \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)}{\frac{\gamma_b}{\gamma_s} R'_g (h_0 - a'_g)} + \frac{N_j e' + \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b x \left(\frac{x}{2} - a'_g \right)}{\frac{\gamma_b}{\gamma_s} R_g (h_0 - a'_g)} \right] = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{\frac{\gamma_c}{\gamma_b} N_j e + \frac{\gamma_c}{\gamma_b} N_j e' - R_a b x (h_0 + a_g) + R_a b x^2}{R_g (h_0 - a_g)} \right] = 0$$

对常用的 I、II、III 钢筋和 5 号钢筋, $R_g = R'_g$, 并取 $\gamma_c = \gamma_s$, $a_g = a'_g$ 代入上式则得

$$\frac{R_a b}{R_g (h_0 - a'_g)} [2x - (h_0 + a_g)] = 0$$

$$\text{解之得} \quad x = \frac{h_0 + a_g}{2} = \frac{h}{2}$$

将 $x = \frac{h}{2}$ 分别代入公式 (14) 和 (15) 即可求得经济配筋时的钢筋截面面积 A'_g 和 A_g 。

若由公式 (14) 求得的受压钢筋配筋率小于最小配筋率, 则应按构造要求取 $A'_g = 0.002 b h_0$; 将其代入公式 (6), 由 $\Sigma M_{A_g} = 0$ 的条件求得混凝土受压区高度 x 。若 $x \leq \xi_{jg} h_0$, 则取 $\sigma_g = R_g$; 若 $x > \xi_{jg} h_0$, 则按公式 (4) 计算 σ_g 值。然后, 再由 $\Sigma V = 0$ 的条件 (公式 5) 或 $\Sigma M_{A'_g} = 0$ 的条件 (公式 7) 求得受拉钢筋截面面积 A_g 。

当偏心距较小时, 受拉边 (或受压较小边) 钢筋应力很小, 对截面承载能力影响不大, 按 $x = h/2$ 代入公式 (15) 求得的受拉钢筋配筋率一般均小于最小配筋率。这时, 应按构造要求取 $A_g = 0.002 b h_0$, 并以 $\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$ 代入公式 (7), 以 $\xi = x/h_0$ 为未知数, 解三

次方程式求得 ξ 。若 $\xi_{jg} < \xi \leq h/h_0$, 则所得 $x = \xi h_0$ 即为所求, 并按公式 (4) 计算 σ_g 值。然后, 再由 $\Sigma V = 0$ 的条件 (公式 5) 或 $\Sigma M_{A'_g} = 0$ 的条件 (公式 6) 求得受压钢筋截面面积 A'_g 。若由公式 (7) 求得的 $\xi > h/h_0$, 即相当于偏心距很小, 全截面混凝土均受压的情况, 计算混凝土应力时, 应取 $x = h_0$ 。

这时, 偏心力作用一侧所需钢筋截面面积 A'_g 与 ξ 值无关, 可由 $\Sigma M_{A_g} = 0$ 的条件求得

$$A'_g = \frac{N_j e - \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b h \left(h_0 - \frac{h}{2} \right)}{\frac{\gamma_b}{\gamma_s} R'_g (h_0 - a'_g)} \quad (16)$$

非偏心力作用一侧所需钢筋截面面积, 随 ξ 值的增加而减少, 显然当以 $\sigma_g = -R_g$ 代入公式 (7) 所得钢筋截面面积为最小

$$A_g = \frac{N_j e' + \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b h \left(\frac{h}{2} - a'_g \right)}{-\frac{\gamma_b}{\gamma_s} R_g (h_0 - a'_g)} \quad (17)$$

(注: 当纵向力作用于钢筋 A_g 和 A'_g 之间时, e' 值应以负值代入)

非对称配筋的矩形截面配筋设计, 可采用电算进行, 图 5 所示的计算框图可供参考。

2. 对称配筋

在桥梁结构中, 常由于活载的作用位置不同, 在截面中产生相反方向的弯矩, 当其绝对值相差不大时, 可采用对称配筋方案。装配式柱为了保证安装中不出差错, 一般亦采用对称配筋。

对称配筋时, 因 $A_g = A'_g$, 在方程 (5) 和 (6) 中只有两个未知数, 问题是可解的。

当偏心距较大时, 取 $\sigma_g = R_g$ 代入公式 (5) 求得混凝土受压区高度 x , 若所得 $x \leq \xi_{jg} h_0$, 即可将其代入公式 (6), 求得所需钢筋截面面积。

当偏心距较小时, 应以 $\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$ 和 $x = \xi h_0$ 代入公式 (5) 和 (6), 联立解三次方程, 即可求得 ξ 和 A_g ; 若 $\xi_{jg} < \xi \leq h/h_0$, 则所得 $A_g = A'_g$ 即为所求。

2.3 强度复核

对已经设计好的截面进行强度复核, 首先应由所有的力对外力作用点取矩的平衡条件, 即 $\Sigma M_N = 0$ (公式 8), 确定混凝土受压区高度。

当偏心距较大时, 可先按大偏心受压构件计算, 以 $\sigma_g = R_g$ 代入公式 (8), 解二次方程, 即可求得 x 。若 $x \leq \xi_{jg} h_0$, 则所得 x 即为所求。

当偏心距较小, 可按小偏心受压构件计算。这时, 应以 $\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$ 代入公式 (8), 以 $\xi = x/h_0$ 为未知数, 解三次方程求得 ξ 值。若 $\xi_{jg} < \xi \leq h/h_0$, 则取 $x = \xi h_0$; 若 $\xi > h/h_0$, 即相当混凝土全截面均匀受压的情况, 计算混凝土应力时应取 $x = h$, 将其代入 (8) 重新计算 ξ 值。

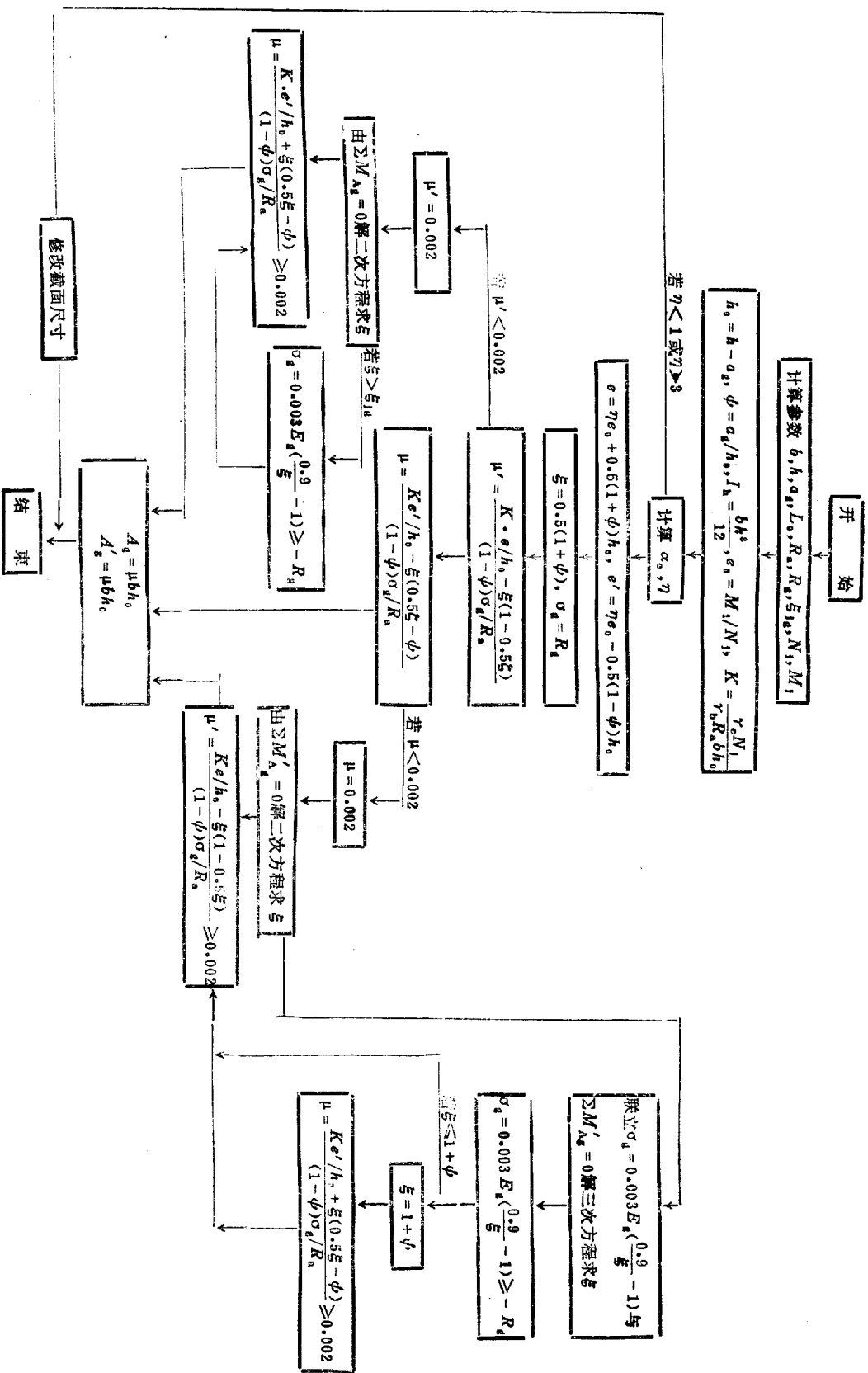


图5 非对称配筋矩形截面配筋设计计算框图

求得混凝土受压区高度后,即可由公式(5)复核截面强度。

$$N_1 \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b x + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} (R'_s A'_s - \sigma'_s A'_s)$$

式中: x 和 σ'_s 的取值与 ξ 值有关。

当 $\xi \leq h/h_0$ 时, 取 $x = \xi h_0$;

当 $\xi > h/h_0$ 时, 取 $x = h$;

当 $\xi \leq \xi_{1g}$ 时, 取 $\sigma'_s = R_s$;

当 $\xi > \xi_{1g}$ 时, 取 $\sigma'_s = 0.003 E_s \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right) \geq -R_s$ 。

2.4 强度计算诺谟图

在实际设计工作中, 偏心受压构件强度计算, 特别是小偏心受压构件, 需解三次方程, 反复试算是很麻烦的。为了减少计算工作量, 提高设计工作效率, 绘制了偏心受压构件强度计算诺谟图。

1. 非对称配筋偏心受压构件

非对称配筋偏心受压构件强度计算诺谟图, 根据 $\sum M_{A_g} = 0$ 的条件 (公式6) 和 $\sum M_{A'_g} = 0$ 的条件 (公式7) 绘制 (附图1-1~1-24)。

计算诺谟图按不同的混凝土标号 (R_a)、钢筋种类 (R_s) 和钢筋相对位置 ($\psi = a_g/h_0$)

编制。图中以 $K \frac{e}{h_0}$ 为纵坐标，以 $\xi = x/h_0$ 为横坐标，由公式(6)求得受压钢筋配筋率 μ' 的关系曲线，以 $K \frac{e'}{h_0}$ 为纵坐标，以 $\xi = x/h_0$ 为横坐标，由公式(7)求得受拉边（或受压较小边）钢筋配筋率 μ 的关系曲线，配筋率的变化范围取 0.002 ~ 0.018。

利用诺谟图进行配筋设计的步骤是：

$$1) \text{ 计算 } K \frac{e}{h_0} = \frac{N_j \gamma_o}{\gamma_b R_a b h_0} \text{ 和 } K \frac{e'}{h_0} = \frac{N_j e'}{\gamma_b R_a b h_0}$$

$$\text{式中： } e = \eta e_0 + h_0 - \frac{h}{2} = \eta e_0 + 0.5(1 - \psi)h_0$$

$$e' = \eta e_0 - \frac{h}{2} + a_g = \eta e_0 - 0.5(1 - \psi)h_0$$

$$e_0 = M_j / N_j$$

η ——偏心距增大系数，按公式(2)计算。

2) 分别过纵坐标为 $K \frac{e}{h_0}$ 和 $K \frac{e'}{h_0}$ 点引水平线，与通过横坐标为 $\xi = (1 + \psi)/2$ 的垂线相交，若交点均在最小配筋率范围之内，该交点即为经济配筋率 μ' 和 μ ；

3) 若过纵坐标为 $K \frac{e}{h_0}$ 的水平线与 μ'_{min} 曲线相交，取 $\mu' = \mu_{min}$ ，由所对应的 ξ 值引垂线，与过 $K \frac{e'}{h_0}$ 的水平线的交点即得 μ 值。

4) 若过纵坐标为 $K \frac{e'}{h_0}$ 的水平线与 μ_{min} 曲线相交，取 $\mu = \mu_{min}$ ，由所对应的 ξ 值引垂线，与过 $K \frac{e}{h_0}$ 的水平线的交点即得 μ' 值。

5) 当偏心距较小 ($\xi > 1 + \psi$) 时， μ' 值与 ξ 无关，而 μ 值则随 ξ 值增加而降低。若过 $K \frac{e}{h_0}$ 的水平线，在 $\xi > 1 + \psi$ 范围与配筋率 μ 关系曲线相交，则应取 $K \frac{e}{h_0}$ 和 $K \frac{e'}{h_0}$ 分别在曲线 μ' 和 μ 的末端平行段所对应的数值。

利用诺谟图进行强度复核的步骤是：

$$1) \text{ 计算 } K \frac{e}{h_0} = \frac{N_j \gamma_o e}{\gamma_b R_a b h_0} \text{ 和 } K \frac{e'}{h_0} = \frac{N_j \gamma_o e'}{\gamma_b R_a b h_0}$$

$$2) \text{ 计算配筋率 } \mu' = \frac{A'_s}{b h_0} \text{ 和 } \mu = \frac{A_s}{b h_0}$$

3) 过纵坐标为 $K \frac{e'}{h_0}$ 的水平线与曲线 μ 相交得 ξ 值，过该点引垂线与曲线 μ' 相交。再由

此点引水平线与纵坐标 $K \frac{e}{h_0}$ 相交，若所得的 $K \frac{e}{h_0}$ 值大于计算值，即表示该截面的强度是足够的。

必须指出，上面求得的 $K \frac{e}{h_0}$ 并不代表该截面的实际承载能力，所求得的 ξ 值 ($K \frac{e'}{h_0}$ 与曲线 μ 的交点) 也不是真正解。

与曲线 μ 的交点) 也不是真正解。

欲求该截面所能承受实际承载能力，其计算步骤是：

由纵坐标为 $K \frac{e'}{h_0}$ 的水平线与曲线 μ 相交得 ξ_1 值，由纵坐标为 $K \frac{e}{h_0}$ 的水平线与曲线 μ' 相交得 ξ_2 值。取 $\xi = (\xi_1 + \xi_2)/2$ ，过该点引垂线与曲线 μ' 的交点引水平线得 $K \frac{e}{h_0}$ ，若将所求得的 $K \frac{e}{h_0}$ 和 $K \frac{e'}{h_0}$ 分别除以实际的 $\frac{e}{h_0}$ 和 $\frac{e'}{h_0}$ 所得的 K 值基本相等。则 ξ 即为所求。截面所能承受的计算纵向力为：

$$N_j = \frac{\gamma_b}{\gamma_o} K R_a b h_0$$

2. 对称配筋偏心受压构件

对称配筋偏心受压构件强度计算诺谟图，按不同的混凝土标号 (R_a)、钢筋种类 (R_s) 和钢筋相对位置 ($\psi = a_g/h_0$) 编制 (附图2-1~2-24)。

图中以 $K \frac{\gamma_o N_j}{\gamma_b R_a b h_0}$ 为纵坐标，以 $K \frac{e'}{h_0} = \frac{\gamma_o N_j e'}{\gamma_b R_a b h_0}$ 为横坐标，根据所有的力对混凝土截面重心轴取矩及竖直投影之和为零的平衡条件，绘制配筋率 $\mu = \mu'$ 关系曲线，配筋率的变化范围为 0.002 ~ 0.016。

利用对称配筋诺谟图进行强度复核时，可根据给定的配筋率 $\mu = \mu'$ 曲线和相对偏心 e'/h_0 ，查得相应的 K 值，则计算纵向力为

$$N_j = \frac{\gamma_b}{\gamma_o} K R_a b h_0$$

利用对称配筋诺谟图进行配筋设计时，可根据计算求得的 $K = \frac{\gamma_o N_j}{\gamma_b R_a b h_0}$ 值和相对偏心

$\frac{e'}{h_0}$ 求得的相应配筋率 $\mu = \mu'$ ，则所需钢筋截面面积为

$$A_s = A'_s = \mu b h_0$$

例题1 有一钢筋混凝土偏心受压构件，计算长度 $L_0 = 10\text{m}$ ，截面尺寸为 $30 \times 60\text{cm}$ ，考虑荷载安全系数后的计算纵向力 $N_j = 210\text{kN}$ ，计算弯矩 $M_j = 140\text{kN}\cdot\text{m}$ ，拟采用20号混凝土 ($R_a = 11\text{MPa}$)，I级钢筋配筋 ($R_s = R'_s = 240\text{MPa}$ ， $\xi_{ie} = 0.65$)，试选择钢筋，并复核截面强度。

一、数解法

因 $\frac{L_0}{h} = \frac{1000}{60} = 16.67 > 8$, 故应考虑附加偏心距增大系数 η 的影响, η 值按公式(2)计算

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{\gamma_0 N_j}{10\alpha_0 E_h I_h \gamma_b} L_0^2}$$

式中 $E_h = 2.6 \times 10^4 \text{MPa}$

$$I_h = \frac{bh^3}{12} = \frac{30 \times 60^3}{12} = 5.4 \times 10^5 \text{cm}^4$$

$$e_0 = \frac{M_j}{N_j} \times 100 = \frac{140}{210} \times 100 = 66.67 \text{cm}$$

$$\frac{e_0}{h} = \frac{66.67}{60} = 1.11 > 1, \text{ 取 } \alpha_0 = 0.22$$

代入公式(2)得

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{1.25 \times 210 \times 10 \times 1000^2}{10 \times 0.22 \times 2.6 \times 10^4 \times 5.4 \times 10^5 \times 0.95}} = 1.098$$

假设 $a_g = a'_g = 4.5 \text{cm}$ 则 $h_0 = h - a_g = 60 - 4.5 = 55.5 \text{cm}$

计算偏心距为

$$e = \eta e_0 + h_0 - \frac{h}{2} = 1.098 \times 66.67 + 55.5 - \frac{60}{2} = 98.7 \text{cm}$$

$$e' = \eta e_0 - \frac{h}{2} + a'_g = 1.098 \times 66.67 - \frac{60}{2} + 4.5 = 47.7 \text{cm}$$

1. 选择钢筋

因为 $\frac{e_0}{h_0} = \frac{66.67}{55.5} = 1.2$, 显然为大偏心受压构件, 取 $\sigma_g = R_g = 240 \text{MPa}$ 。

首先, 假设 $x = \frac{h}{2} = 30 \text{cm}$, 代入公式(16)和(17), 求得经济配筋时的钢筋截面面积:

$$A'_g = \frac{N_j e - \frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_g b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)}{\frac{\gamma_b}{\gamma_0} R'_g (h_0 - a'_g)}$$

$$= \frac{210 \times 98.7 - \frac{0.95}{1.25} \times 11 \times 30 \times 30 \times \left(55.5 - \frac{30}{2} \right) / 10}{\frac{0.95}{1.25} \times 240 \times (55.5 - 5) / 10} = -17.5 \text{cm}^2$$

A'_g 出现负值, 应按构造要求取 $A'_g = 0.002bh_0 = 0.002 \times 30 \times 55.5 = 3.33 \text{cm}^2$; 选 $3\phi 14$ 提供的 $A'_g = 4.62 \text{cm}^2$, 仍取 $a'_g = 4.5 \text{cm}$ 。

这时, 应改由公式(6)计算 x 值

$$N_j e = \frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_g b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \frac{\gamma_b}{\gamma_0} R'_g A'_g (h_0 - a'_g)$$

代入数字后得

$$210 \times 98.7 = \frac{0.95}{1.25 \times 10} \left[11 \times 30 x \left(55.5 - \frac{x}{2} \right) + 240 \times 4.62 \times (55.5 - 5) \right]$$

展开整理为 $x^2 - 10x + 1313.51 = 0$

解之得 $x = 13.47 < \xi_{jg} h_0 = 0.65 \times 55.5 = 36.08 \text{cm} > 2a'_g = 2 \times 4.5 = 9 \text{cm}$

将所得 x 值代入公式(5), 求得受拉钢筋截面面积为

$$A_g = \frac{\frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_g b x + \frac{\gamma_b}{\gamma_0} R'_g A'_g - N_j}{\frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_g}$$

$$= \frac{\frac{0.95}{1.25 \times 10} (11 \times 30 \times 13.47 + 240 \times 4.62) - 210}{\frac{0.95}{1.25 \times 10}} \times 240 = 11.63 \text{cm}^2$$

选 $4\phi 20$ 提供的 $A_g = 12.56 \text{cm}^2$, 钢筋布置成一排, 所需最小截面宽度 $b_{\min} = 2 \times 2.5 + 3 \times 3 + 4 \times 2 = 25 \text{cm} < b = 30 \text{cm}$, 仍取 $a_g = 4.5 \text{cm}$, 梁的有效高度和偏心距不变, 受拉钢筋的保护层厚度为 3.5cm , 箍筋选 $\phi 8$, 间距 $s_K = 25 \text{cm}$, 钢筋布置情况如图 6 所示。

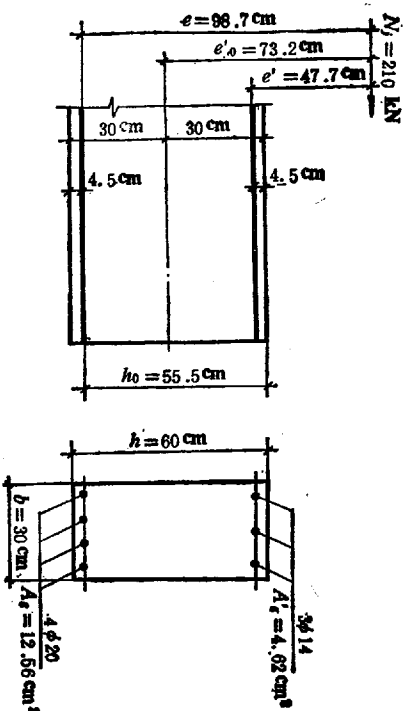


图 6

2. 稳定验算

因为 $L_0/b = 1000/30 = 33.7 > 8$, 应在垂直于弯矩作用平面进行稳定验算

$$N'_j = \varphi \left[\frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_g b h + \frac{\gamma_b}{\gamma_0} R'_g (A_g + A'_g) \right]$$

式中 φ 值按 $L_0/h = 33.3$ 由表 2 查得: $\varphi = 0.467$

$$\begin{aligned} \text{所以 } N_j &= 0.467 \times \frac{0.95}{1.25 \times 10} [11 \times 30 \times 60 + 240(4.62 + 12.56)] \\ &= 849.08 \text{ kN} > N_j = 210 \text{ kN} \end{aligned}$$

3. 强度复核

由 $\Sigma M_N = 0$ 的条件 (公式 8) 确定混凝土受压区高度

$$R_a b x \left(e - h_0 + \frac{x}{2} \right) = \sigma_g A_g e - R'_s A'_s e'$$

$$11 \times 30 x \left(98.7 - 55.5 + \frac{x}{2} \right) = 240 \times 12.56 \times 98.7 - 240 \times 4.62 \times 47.7$$

展开整理为 $x^2 + 86.4x - 1482.62 = 0$

解之得 $x = 14.67 \text{ cm} < \xi_{jg} h_0 = 0.65 \times 55.5 = 36.08 \text{ cm}$

将其代入公式 (5) 则得

$$\begin{aligned} N_j &= \frac{\gamma_b}{\gamma_g} R_a b x + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} (R'_s A'_s - R_g A_g) \\ &= \frac{0.95}{1.25 \times 10} [11 \times 30 \times 14.67 + 240(4.62 - 12.56)] \\ &= 223.1 \text{ kN} > N_j = 210 \text{ kN} \end{aligned}$$

说明结构是安全的。

二、图解法

20号混凝土, I级钢筋配筋, $\psi = 4.5/55.5 \approx 0.08$ 查附图 1-2。

$$\begin{aligned} \text{计算 } K \frac{e}{h_0} &= \frac{\gamma_g N_j e'}{\gamma_b R_a b h_0^2} = \frac{1.25 \times 210 \times 10 \times 98.7}{0.95 \times 11 \times 30 \times 55.5^2} \\ &= 0.268 \approx 0.27 \end{aligned}$$

$$K \frac{e'}{h_0} = \frac{\gamma_g N_j e'}{\gamma_b R_a b h_0^2} = \frac{1.25 \times 210 \times 10 \times 47.7}{0.95 \times 11 \times 30 \times 55.5^2} \approx 0.13$$

1. 配筋设计

过 $K \frac{e}{h_0} = 0.27$ 点引水平线, 与 $\mu_{\min}$ 曲线在 $\xi = 0.27$ 处相交, 即取 $\mu = \mu_{\min} = 0.002$ 。

过 $\xi = 0.27$ 点引垂线与过 $K \frac{e'}{h_0} = 0.13$ 的水平线相交, 得 $\mu = 0.007$ 。

所需受压钢筋截面面积 $A'_s = 0.002 \times 30 \times 55.5 = 3.33 \text{ cm}^2$ 选 3 ϕ 14 提供的 $A'_s = 4.62 \text{ cm}^2$, 实际配筋率 $\mu' = 4.62/30 \times 55.5 = 0.0028$ 。

所需受拉钢筋截面面积 $A_g = 0.007 \times 55.5 = 16.66 \text{ cm}^2$ 选 4 ϕ 20, 提供的 $A_g = 12.56 \text{ cm}^2$, 实际配筋率 $\mu = 12.56/30 \times 55.5 = 0.0075$ 。

2. 强度复核

从 $K \frac{e'}{h_0} = 0.13$ 点引水平线与 $\mu = 0.0075$ 曲线在 $\xi = 0.28$ 处相交, 过该点引垂线与 $\mu' =$

0.0028 曲线的交点引水平线得相应的 $K \frac{e}{h_0} = 0.29$, 此值大于实际的 $K \frac{e}{h_0} = 0.27$, 说明该截面强度是足够的。

例题 2 有一钢筋混凝土偏心受压柱, 计算长度 $L_0 = 4 \text{ m}$, 截面尺寸为 $25 \times 50 \text{ cm}$, 考虑荷载安全系数后的计算纵向力 $N_j = 200 \text{ kN}$, 计算弯矩 $M_j = 120 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 拟采用 20 号混凝土 ($R = 11 \text{ MPa}$), I 级钢筋配筋 ($R_g = R'_s = 240 \text{ MPa}$, $\xi_{jg} = 0.65$), 试选择钢筋, 并复核截面强度。

一、数解法

因 $L_0/h = 400/50 = 8$, 故不考虑附加偏心距增大系数的影响。假设 $a_g = a'_s = 3.7 \text{ cm}$,

$h_0 = 50 - 3.7 = 46.3 \text{ cm}$ 。

计算偏心距为

$$e_0 = \frac{M_j}{N_j} = \frac{120}{200} \times 100 = 10 \text{ cm}$$

$$e = \eta e_0 + h_0 - \frac{h}{2} = 10 + 46.3 - \frac{50}{2} = 31.3 \text{ cm}$$

$$e' = \eta e_0 - \frac{h}{2} + a'_s = 10 - \frac{50}{2} + 3.7 = -11.3 \text{ cm}$$

1. 配筋设计

因为 $e_0/h_0 = 10/46.3 = 0.216$, 偏心距较小, 按小偏心受压构件计算, 取 $A_g = 0.002bh_0 = 0.002 \times 2.5 \times 46.3 = 2.315 \text{ cm}^2$ 。

选 3 ϕ 12 提供的 $A_g = 3.393 \text{ cm}^2$, $\mu = \frac{3.393}{25 \times 46.3} = 0.00293$ 。

由 $\Sigma M_{A_g} = 0$ 的条件 (公式 7), 计算混凝土受压区高度:

$$N_j e' \leq - \frac{\gamma_b}{\gamma_g} R_a b \xi h_0 (\xi h_0 - a'_s) + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} \sigma_g A_g (h_0 - a'_s)$$

$$\text{式中 } \sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$$

代入数字后得

$$\begin{aligned} 1200 \times (-11.3) &= \frac{0.95}{1.25 \times 10} \left[-11 \times 25 \times 46.3 \xi \left(\frac{46.3}{2} \xi - 3.7 \right) \right. \\ &\quad \left. + 0.003 \times 2.1 \times 10^6 \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right) 3.39 (46.3 - 3.7) \right] \end{aligned}$$

展开整理为 $\xi^3 - 0.15\xi^2 - 0.2964\xi - 0.278 = 0$

用试算法求解三次方程式得 $\xi = 0.87$

因为 所得 $\xi = 0.87 > \xi_{jg} = 0.65$

$$< h/h_0 = 50/46.3 = 1.08$$

所以 $x = \xi h_0 = 0.87 \times 46.3 = 40.28 \text{ cm}$

$$\sigma_g = 0.003 \times 2.1 \times 10^5 \left(\frac{0.9}{0.87} - 1 \right) = 21.72 \text{MPa}$$

所需受压钢筋截面面积, 由 $\Sigma V = 0$ 的条件 (公式 5) 求得:

$$A'_g = \frac{N_j - \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b x + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} \sigma_g A_g}{\frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a}$$

$$= \frac{1200 - \frac{0.95}{1.25 \times 10} [11 \times 25 \times 40.28 - 21.72 \times 3.39]}{\frac{0.95}{1.25 \times 10}}$$

$$= 19.94 \text{cm}^2$$

选用 4 ϕ 25, 提供的 $A'_g = 19.64 \text{cm}^2$, 仍取 $a_g = a'_g = 3.7 \text{cm}$, 梁的有效高度和偏心距不变。受压钢的保护层厚度为 2.45cm, 箍筋选 ϕ 8, 间距 $s_K = 25 \text{cm}$, 钢筋布置情况如图 7 所示。

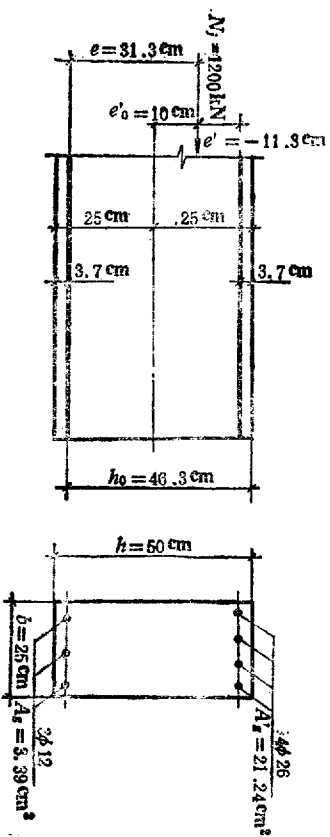


图 7

2. 稳定验算

因为 $L_0/b = 400/25 = 16 > 8$, 所以要考虑纵向力绕曲系数的影响, 由表 2 查得 $\varphi = 0.87$

$$N'_j = \varphi \left[\frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b h + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} R'_g (A'_g + A_g) \right]$$

$$= 0.87 \times \frac{0.95}{1.25 \times 10} [11 \times 25 \times 50 + 240(3.39 + 19.64)]$$

$$= 1279.4 \text{kN} > N_j = 1200 \text{kN}$$

3. 强度复核

由 $\Sigma M_N = 0$ 的条件 (公式 8) 确定混凝土受压区高度:

$$R_a b \xi h_0 \left(e - h_0 + \frac{\xi h_0}{2} \right) = \sigma_g A_g e - R'_g A'_g e'$$

式中: $\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$

代入数据后得

$$11 \times 25 \times 46.3 \xi \left(31.3 - 46.3 + \frac{46.3}{2} \xi \right) = 0.003 \times 21 \times 10^5 \times \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$$

$$\times 3.39 \times 31.3 - 240 \times 19.6 \times (-11.3)$$

展开整理为

$$\xi^3 - 0.6479 \xi^2 + 0.0461 \xi - 0.2041 = 0$$

用试算法解三次方程得

$$\xi = 0.8666 > \xi_{jg} = 0.65$$

$$< h/h_0 = 50/46.3 = 1.08$$

所以, $x = \xi h_0 = 0.8666 \times 46.3 = 40.12 \text{cm}$

$$\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$$

$$= 0.003 \times 2.1 \times 10^5 \left(\frac{0.9}{0.8666} - 1 \right) = 24.28 \text{MPa}$$

将所得 x 和 σ_g 值代入公式 (5) 则得

$$N_j = \frac{\gamma_b}{\gamma_c} R_a b x + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} [R'_g A'_g - \sigma_g A_g]$$

$$= \frac{0.95}{1.25 \times 10} (11 \times 25 \times 40.12 + 240 \times 19.64 - 24.28 \times 3.39)$$

$$= 1190.48 \text{kN} < N_j = 1200 \text{kN}$$

因误差仅为 0.79%, 可以认为结构是安全的。

二、图解法

20号混凝土, 1级钢筋, $\psi = a_g/h_0 = 3.7/46.3 = 0.08$, 查附图1-2

$$\text{计算 } K \frac{e}{h_0} = \frac{\gamma_c N_j e}{\gamma_b R_a b h_0^2} = \frac{1.25 \times 1200 \times 10 \times 31.3}{0.95 \times 11 \times 25 \times 46.3^2} = 0.838 \approx 0.84$$

$$K \frac{e'}{h_0} = \frac{\gamma_c N_j e'}{\gamma_b R_a b h_0^2} = \frac{1.25 \times 1200 \times 10 \times (-11.3)}{0.93 \times 11 \times 25 \times 46.3^2}$$

$$= -0.303 \approx -0.3$$

1. 配筋设计

过 $K \frac{e'}{h_0} = -0.3$ 点引水平线与 $\mu_{min} = 0.002$ 曲线在 $\xi = 0.83$ 处相交, 由此点作垂线与过

$$K \frac{e}{h_0} = 0.84 \text{ 的水平线相交得 } \mu' = 0.017.$$

所需受拉钢筋截面面积 $A_g = 0.002 \times 25 \times 46.3 = 2.32 \text{cm}^2$ 选 3 ϕ 12, 提供的 $A_g = 3.39 \text{cm}^2$, 实际配筋率 $\mu = 3.39/(25 \times 46.3) = 0.0029 \approx 0.003$; 所需受压钢筋截面面积 $A'_g = 0.017 \times 25 \times 46.3 = 19.68 \text{cm}^2$, 选 4 ϕ 25, 提供的 $A'_g = 19.64 \text{cm}^2$, 实际配筋率 $\mu' = 19.64/(25 \times 46.3) = 0.01697 \approx 0.017$

2. 强度复核

过 $K \frac{e'}{h_0} = -0.3$ 点引水平线与 $\mu = 0.003$ 的曲线在 $\xi = 0.875$ 处相交, 过此点引垂线与 $\mu' = 0.017$ 的曲线相交, 过此点引水平线得 $K \frac{e}{h_0} = 0.835 < 0.84$, 但因误差仅为 0.6%, 可以认为结构是安全的。

例题 3 有一钢筋混凝土偏心受压柱, 计算长度 $L_0 = 3.5\text{m}$, 截面尺寸为 $25 \times 50\text{cm}$, 承受的计算纵向力 $N_j = 1328\text{kN}$, 反向弯矩计算弯矩 $M_j = \pm 121.91\text{kN}\cdot\text{m}$ 。拟采用 25 号混凝土 ($R_a = 14.5\text{MPa}$), 1 级钢筋配筋 ($R_g = R'_g = 240\text{MPa}$), 试按对称配筋原则选择钢筋, 并复核截面强度。

一、求解法

因 $\frac{L_0}{h} = \frac{350}{50} = 7 < 8$, 可不考虑附加偏心距增大系数的影响, 取 $\eta = 1$, 假设 $a'_g = a''_g = 3.7\text{cm}$, $h_0 = 50 - 3.7 = 46.3\text{cm}$, 计算偏心距为

$$e_0 = \frac{M_j}{N_j} = \frac{121.91}{1328} \times 100 = 9.18\text{cm}$$

$$e = \eta e_0 + h_0 - \frac{h}{2} = 9.18 + 46.3 - \frac{50}{2} = 30.48\text{cm}$$

$$e' = \eta e_0 - \frac{h}{2} + a'_g = 9.18 - \frac{50}{2} + 3.7 = -12.12\text{cm}$$

1. 配筋设计

因相对偏心距较小, 可按小偏心受压构件计算, 以 $\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right)$ 代入公式

(5)

$$N_j \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_a b \xi h_0 + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} \left[R'_g - 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right) \right] A_g$$

$$A_g = \frac{\frac{\gamma_0}{\gamma_b} N_j - R_a b \xi h_0}{\frac{1.25 \times 10}{0.95} \times 1328 - 14.5 \times 25 \times 46.3 \xi} = \frac{17443.68 \xi - 16783.75 \xi^2}{870 \xi - 567}$$

将上式代入公式 (6) 得

$$N_j e \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_a b \xi h_0 \left(h_0 - \frac{\xi h_0}{2} \right) + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} R'_g A_g (h_0 - a'_g) + 1328 \times 30.48 \leq \frac{0.95}{1.25 \times 10} \left[14.5 \times 25 \times 46.3 \xi (1 - 0.5 \xi) + \right.$$

$$\left. + 240 \times \frac{17443.68 \xi - 16783.75 \xi}{870 \xi - 567} \times (46.3 - 3.7) \right]$$

展开整理得 $\xi^3 - 2.1441 \xi^2 + 2.1466 \xi - 0.8934 = 0$

解三次方程得 $\xi = 0.8556 > \xi_{jg} = 0.65 < h/h_0 = 50/46.3 = 1.08$ 所需钢筋截面面积

$$A_g = A'_g = \frac{17443.68 \times 0.8556 - 16783.75 \times 0.8556^2}{870 \times 0.8556 - 567} = 14.87\text{cm}^2$$

每侧选 4 ϕ 22 提供的 $A_g = A'_g = 15.2\text{cm}^2 > 14.87\text{cm}^2$, 仍取 $a_g = a'_g = 3.7\text{cm}$, 梁的有效高度及计算偏心距不变, 保护层为 2.6cm, 钢筋布置情况见图 8

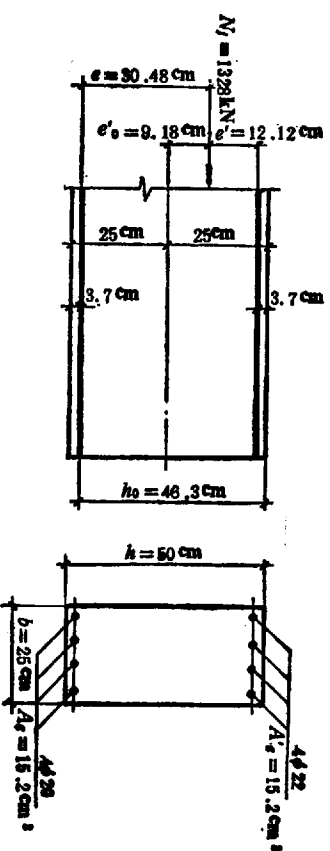


图 8

2. 稳定验算

因 $L_0/b = 350/25 = 14 > 8$, 故应考虑纵向挠曲系数 φ 的影响, 由表 2 查得 $\varphi = 0.92$ 。

$$N'_j = \varphi \left[\frac{\gamma_b}{\gamma_0} R_a b h + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} R_g (A_g + A'_g) \right]$$

$$= 0.92 \times \frac{0.95}{1.25 \times 10} [14.5 \times 25 \times 50 + 240 \times 2 \times 15.2]$$

$$= 1777.43\text{kN} > N_j = 1328\text{kN}$$

3. 强度复核

由 $\Sigma M_N = 0$ 的条件 (公式 8) 确定混凝土受压区高度

$$R_a b x \left(e - h_0 + \frac{x}{2} \right) = \sigma_g A_g e - R'_g A'_g e'$$

$$14.5 \times 25 \times 46.3 \xi \left(30.48 - 46.3 + \frac{46.3 \xi}{2} \right) = 0.003 \times 2.1 \times 10^5$$

$$\times \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right) \times 15.2 \times 30.48 + 240 \times 15.2 \times 11.72$$

展开整理为 $\xi^3 - 0.6834 \xi^2 + 0.6412 \xi - 0.6761 = 0$

解三次方程得 $\xi = 0.8574 > \xi_{jg} = 0.65 < h/h_0 = 1.08$

所以 $x = \xi h_0 = 0.8574 \times 46.3 = 39.7\text{cm}$

$$\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right) = 0.003 \times 2.1 \times 10^5 \times \left(\frac{0.6}{0.8574} - 1 \right) = 33.39 \text{ MPa}$$

将所得 x 和 σ_g 代入公式(5)得

$$\begin{aligned} N_j &= \frac{\gamma_b}{\gamma_g} R_a b x + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} (R'_a A'_g - \sigma_g A_g) \\ &= \frac{0.95}{1.25 \times 10} (14.5 \times 25 \times 39.7 + 240 \times 15.2 - 33.39 \times 15.2) \\ &= 1332.41 \text{ kN} > N_j = 1328 \text{ kN} \end{aligned}$$

说明结构的承载能力是足够的。

二、图解法

25号混凝土, I级钢筋, $\psi = a_g/h_0 = 3.7/46.3 \approx 0.08$, 查附图2-2。

1. 配筋设计

$$\text{计算 } K = \frac{\gamma_g \cdot N_j}{\gamma_b R_a b h_0} = \frac{1.25 \times 10 \times 1328}{0.95 \times 14.5 \times 25 \times 46.3} = 1.04$$

$$e'_g/h_0 = 9.18/46.3 = 0.198$$

过 $K=1.04$ 点引水平线, 与 $e'_g/h_0=0.198$ 的斜线相交得 $\mu=\mu'=0.013$, 所需钢筋截面面积 $A_g=A'_g=0.013 \times 25 \times 46.3 = 15.05 \text{ cm}^2$, 每侧选 $4\phi 22$, 提供的 $A_g=A'_g=15.2 \text{ cm}^2$, 实际

$$\text{配筋率 } \mu=\mu' = \frac{15.2}{25 \times 46.3} = 0.01313.$$

2. 强度复核

过 $e'_g/h_0=0.198$ 的斜线与 $\mu=\mu'=0.01313$ 的曲线的交点, 引水平线得 $K=1.05$, 该截面所能承受的计算纵向力为

$$\begin{aligned} N'_j &= \frac{\gamma_b}{\gamma_g} K R_a b h_0 = \frac{0.95}{1.25 \times 10} \times 1.05 \times 14.5 \times 25 \times 46.3 \\ &= 1339.34 \text{ kN} > N_j = 1328 \text{ kN} \end{aligned}$$

由图解法求得的承载能力与数解法计算结果的相对误差为0.5%。

3 工字形(或箱形)截面偏心受压构件强度计算

为了节省混凝土和减轻柱的自重, 对于较大尺寸的装配式柱, 一般均采用工字形截面。大跨径钢筋混凝土拱桥的主拱圈, 常采用箱形截面。

试验研究表明, 工字形截面偏心受压构件正截面破坏特征与矩形截面基本相同, 所采用的计算图式完全一样。

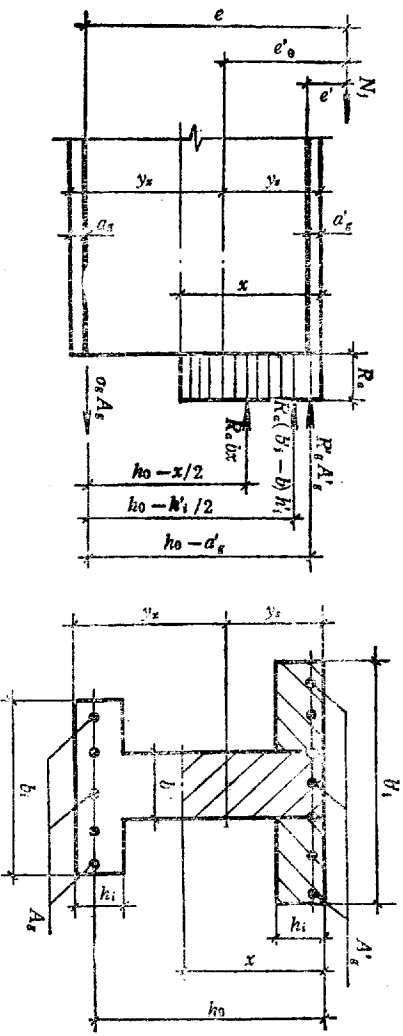


图9 工字形截面偏心受压构件强度计算图式

工字形截面偏心受压构件强度计算, 首先应根据中性轴位置, 判别截面类型。

1. 若 $x \leq h_1$, 中性轴位于上翼缘内, 则应按宽度为 b_1 的矩形截面偏心受压构件计算。这种情况显然属于大偏心受压构件, 取 $\sigma_g = R_g$, 并注意验算 $x \geq 2a_s'$ 的条件。

2. 若 $h_1 < x \leq h - h_1$, 中性轴位于腹板部分, 强度计算基本方程可写成下列形式: 由纵向力平衡条件, 即 $\sum V = 0$ 得

$$N_1 \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_o} [R_g b x + R_s (b_1' - b) h_1' + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} (R_g' A_s' - \sigma_g A_g)] \quad (18)$$

由所有的力对受拉钢筋合力作用点取矩的平衡条件, 即 $\sum M_{A_g} = 0$ 得

$$N_1 e \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_o} \left[R_g b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_s (b_1' - b) h_1' \left(h_0 - \frac{h_1'}{2} \right) \right] + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} R_g' A_s' (h_0 - a_s') \quad (19)$$

此时, 中性轴位置应由所有的力对纵向力作用点取矩的平衡条件, 即 $\sum M_N = 0$ 求得

$$R_g b x \left(e - h_0 + \frac{x}{2} \right) + R_s (b_1' - b) h_1' \left(e - h_0 + \frac{h_1'}{2} \right) = \sigma_g A_g e' - R_g' A_s' e' \quad (20)$$

式中: e ——纵向力作用点至受拉钢筋合力作用点的距离;

$$e' = \eta e_0 + h_0 - y_s \quad (21)$$

e' ——纵向力作用点至受压钢筋合力作用点的距离;

$$e' = \eta e_0 - y_s + a_s' \quad (22)$$

y_s ——混凝土截面重心至上边缘的距离;

σ_g ——受拉边(或受压较小边)钢筋应力, 其取值与 x 有关, 按公式(4)确定。

3. 若 $(h - h_1) < x \leq h$, 中性轴位于下翼缘内, 基本方程可改写为下列形式:

由 $\sum V = 0$ 得

$$N_1 \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_o} [R_g b x + R_s (b_1' - b) h_1' + R_s (b_1 - b) (x - h + h_1)] + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} (R_g' A_s' - \sigma_g A_g) \quad (23)$$

由 $\sum M_{A_g} = 0$ 得:

$$N_1 e \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_o} \left[R_g b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_s (b_1' - b) h_1' \left(h_0 - \frac{h_1'}{2} \right) + R_s (b_1 - b) \left(x - h + h_1 \right) \right] + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} R_g' A_s' (h_0 - a_s') \quad (24)$$

此时, 中性轴位置由 $\sum M_N = 0$ 的条件求得:

$$R_g b x \left(e - h_0 + \frac{x}{2} \right) + R_s (b_1' - b) h_1' \left(e - h_0 + \frac{h_1'}{2} \right) + R_s (b_1 - b) (x - h + h_1) \times \left(e + a_g - h_1 + \frac{x - h + h_1}{2} \right) = \sigma_g A_g e - R_g' A_s' e' \quad (25)$$

这种情况显然属于小偏心受压构件, 应以 $\sigma_g = 0.003 E_g \left(\frac{0.9}{\xi} - 1 \right) \geq -R_g$ 代入。

4. 若由公式(25)求得的 $x > h$, 则全截面混凝土受压, 计算混凝土应力项时, 应取 $x = h$, 基本方程式可改写为下列形式:

由 $\sum V = 0$ 得

$$N_1 \leq \frac{\gamma_b}{\gamma_o} [R_g b h + R_s (b_1' - b) h_1' + R_s (b_1 - b) h_1] + \frac{\gamma_b}{\gamma_g} [R_g' A_s' - \sigma_g A_g] \quad (26)$$

由 $\sum M_{A_g} = 0$ 得