高等学校教材

机械动力学

武汉水利电力大学 郭应龙 主编

高等学校教材

机械动力学

武汉水利电力大学 郭应龙 主编

水利电力出版社

（京）新登字115号

高等学校教材
机 械 动 力 学
武汉水利电力大学 郭应龙 主编
*
水利电力出版社出版
（北京三里河路6号）
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售
北京市四季青印刷厂印刷
*
787×1092毫米 16开本 17印张 381千字
1994年6月第一版 1994年6月北京第一次印刷
印数 0001—1870 册
ISBN7-120-01716-0 TH·36
定价7.85元

内 容 提 要

本书包括机械振动基础与机械动力学两大部分。机械振动基础部分：系统讲述了单自由度、二自由度、多自由度及连续系统的自由振动特性及受迫振动响应。机械动力学部分：以传动机构、行走式机械、起重机械、回转机械与机床为典型，讲述了这些机械动力学研究的基本问题与分析方法。最后一章简单介绍了工程实践中常用的减振降噪原理与技术措施。书末附录还简单介绍了用计算机解机械振动问题的基本方法和几个典型程序，可供初学者上机时参考。

本书可作为高等工科院校本科机械动力学课程教材，也可供机械振动、机械设计及机械运行和维修等方面的技术人员参考。

1R

前　　言

本书系根据能源部机械类专业协作组会议的精神及所制订的大纲编写而成的。

本书在系统地阐述振动基本理论的基础上，着重介绍了机械传动机构、起重机械、行走机械、机床及转子机械的动力学问题，并简单介绍了减振、抗噪的工程技术途径以及使用计算机解机械动力学问题的基本方法。这样编排，便于读者在学习基本理论时，能了解这些理论如何应用于实际；而在分析工程实际问题时，又可以从中找到有关的理论计算依据与资料。

本书可供高等工科院校机械设计、制造、应用及维修类专业作为教材使用，亦可供同类专业技术人员参考。

本书由武汉水利电力大学郭应龙教授担任主编，并编写绪论和第四、八、十、十一章及附录；葛洲坝水电工程学院陈冬生教授编写第一章、第二章中的1～4节和第三、七、九章；河海大学周学正副教授编写第二章中的5～9节和第五、六章；全书由上海交通大学胡宗武教授担任主审。

本书在编写过程中得到了能源部教育司学校处及能源部机械类专业协作组会议各兄弟院校的支持与帮助。武汉水利电力大学张军同志为本书编写并调试了有关计算机程序。谨此致谢。

由于编者水平所限，编写时间仓促，书中错漏与欠妥之处，望读者批评指正。

编者

1993．2

目　　录

第二篇　机　械　动　力　学

绪　　论

古往今来，振动现象一直伴随着人们的生活与劳动。既给一些工程问题带来困扰甚至灾难，也常常被加以利用，来为人类造福。

俄国彼得堡大桥因共振而坍塌；美国塔科马（Tacoma）海峡悬索桥因风激自振而破坏；飞机机翼因颤振而折断；汽轮机叶片因振动疲劳断裂而飞出，损坏机组与厂房；起重机因振动载荷而过载，甚至因动载而产生失稳、倾翻；机床因颤振而产生废品；导弹因振动而降低命中率；摩天大楼的振幅常达数米，从而导致大楼结构的疲劳与破坏；输电导线在冬季冰风条件作用下，会产生大幅度的舞动（Galloping），从而引起碰线、短路甚至断线，造成大面积停电及重大经济损失。此外，振动和由它引起的噪声，对人类的生活环境、工作条件与身心健康，也会带来严重的影响。

但是，人们在与有害的振动现象作斗争的同时，也逐步掌握了利用振动原理制成诸如振动输送、筛分、捣固、研磨、夯实、碾压及振动沉、拔桩等各类振动机械；并利用各种振动信号来实现对机械运转状态，结构可靠性乃至人体健康状态的监测与诊断。

由此可见，振动问题遍及人类生活的各个领域。当人们未曾认识或未经治理与防范时，就可能引发巨大的灾难；反之，如加以研究，认识并予以合理的利用，则有可能带来巨大的经济与社会效益。正因为如此，振动问题一直受到工程、学术界的特殊重视与广泛研究，形成了一门完整的学科。

在近二三十年来，振动学科得到了飞速的发展。这是因为一方面现代机械与设备日益向高效率、高速度、高精度、高承载能力及高度自动化方向发展；而工程结构却又向着轻型、精巧的方向发展，使得振动问题更加突出。另一方面，电子计算机与现代振动测试、分析设备的迅速发展与完善，又为振动学科的发展提供了良好的条件。正是在这样的条件下，近年来，出现了大量有关各类专业的机械动力学的大量文献与著作，如起重机动力学、工程机械动力学、机床动力学、转子动力学以及各种机构（如齿轮、凸轮、连杆等）的动力学，都已形成专门的学科分支。它们的创立与发展，不仅推动了各类机械性能的提高，而且使机械动力学学科跃上了一个新台阶。

在现代机械工业中，《机械动力学》学科的任务，概括起来，主要有如下几个方面。

一、共振分析

随着机械设备性能的高速重载化和结构、材质的轻型化，导致现代机械的固有频率下降，而激励频率上升。因此，有可能使机器的运转速度进入或靠近机械的“共振区”，引发强烈的共振，从而破坏机械的正常工作状态。所以，对于高速机械装置，如高速皮带、齿轮、高速轴等传动机构，支承高速机械的结构件、乃至某些高速机械的机身，均应进行共振验算。这种验算在设计阶段进行，可避免该机的共振事故发生；在分析故障时进行，则有助于找到故障的根源和消除故障的途径。

二、振动分析与动载荷计算

传统的机械设计方法中，对机械的运动分析与载荷计算一般是建立在刚性假定的基础上（即按刚性构件来分析机构的运动），按静力学或刚体动力学方法来分析机械的载荷。这种分析计算方法，面临着现代机械轻型高速化趋势的挑战。

现代的机械设计方法正在由传统的静态设计向动态设计过渡，并已产生了一些专门的学科分支。如弹性机构动力学就是考虑构件的弹性来分析机械的精确运动规律，考虑机械构件的弹性来分析机械振动载荷的一个专门学科。

三、计算机与现代测试设备的运用

电子计算机与现代测试技术已成为机械动力学学科赖以腾飞的两翼。它们相互结合，不仅解决了振动学科中许多难以用传统方法解决的问题，而且开创了诸如状态监测、故障诊断、模态分析与动态模拟等一系列有效的实用技术，成为生产实践中十分有力的现代化手段。

目前，在机械动力学的各个分支领域，在运用计算机方面已取得了丰硕成果，并已有了许多成熟的软件。本书也简略介绍了几个最基本的程序，目的在于提供编程的思路。采用现代振动测试分析设备，可在机器正常运行条件下，利用振动信号来判断与分析设备的运行状态、故障性质和部位，以达到不停机诊断的目的。《机械动力学》也将为此提供必需的理论基础与方法。

四、减振、隔振与降噪技术

现代机器与仪器的重要特征之一就是高速与精密。高速易导致振动，而精密设备却又往往对自身与外界的振动有极为严格的限制。因此，对机械的减振、隔振技术提出了越来越高的要求。所以，隔振设备的设计、选用与配置，减振措施的采用，也是机械动力学学科的任务之一。

此外，限制与降低噪声已成为现代文明生产的重要标志之一。噪声的产生与降噪的途径很多，本书仅限于从振动及减振、隔振的角度去探讨这一问题。

机械动力学在近年来虽然得到迅速发展，但仍有大量的理论与技术问题等待人们去探索。

1）关于振动理论方面，目前线性振动理论发展得较为完备。但非线性振动的发展非常缓慢。工程上的非线性问题常常采用简化的线性化处理，或在计算机上进行分段线性化处理。在这方面还有待进一步探索。

工程上还存在着大量的自激振动问题，如导线舞动、机床颤振、车轮振摆、油缸与导轨的爬行等，目前虽然已提出了一些判定系统稳定性的准则，但由于自激振动系统都是非线性系统，鉴于前述原因，目前还缺乏统一与成熟的理论与方法。

2）乘座动力学。一般固定式机械有较为规律的激励，研究较为成熟。而对于交通机械，如汽车、工程机械、舰船等，则受到的往往是随机激励，需要根据载荷谱来进行分析。因此，对这些机械的整体结构设计、悬挂设计、座椅设计以及隔振与减振设计等方面引入随机振动理论，是一个广阔与重大的课题。

3）计算机应用与动态模拟。动态模拟是在计算机上显示机械在各种参数与条件下的

动态性能，从而实现在设计阶段预测与控制机械的动态特性，进而取代样机的中间试验。大大降低机器的成本与试制周期。这项工作，目前国内还有相当的差距。

4）振动疲劳机理的研究。许多机械零部件的疲劳破坏是因振动产生的。如何把振动理论与疲劳强度理论结合起来，是一个新的课题。

5）有关测试技术理论、故障诊断理论、以及适用、有效、廉价的测试、诊断设备与技术的研究，距离生产急需尚有相当距离。

6）流固耦合振动是指流体流过固体时会激发振动，而固体的振动又会反过来影响流场与流态,从而改变振动的形态。工程上这类问题很多，如导线舞动、卡门涡振动、轴承油膜振荡等等，在学术上也是一个崭新的分支，是一个急待研究与发展的领域。

机械动力学是机械学的一个重要分支，它建筑在机械振动学科理论与具体机械结构、工况与性质分析的双重基础之上。它的发展有赖于专业机械与机械振动学的有机结合，这是一个有着广阔前景的学术领域。它的成就将推动我国机械工业更快的赶超世界先进水平，为我国四个现代化建设作出贡献。

第一篇　机械振动基础

机械振动是指机械零件、部件、整机或机械结构的某一部分在其平衡位置附近的一种反复的相对运动。振动在多数情况下对机械是有害的。它使机械或机构产生动载荷，出现疲劳破坏以及环境噪音。但另一方面人们也可利用振动原理制成各种振动机械，完成有益的工作。

第一章　单自由度系统的自由振动

任何一个机械振动系统，一般都是由若干具有不同弹性和质量的元件组成。单自由度系统的自由振动是指仅有一个独立坐标，且没有激励作用于系统的振动，是最简单的一种振动。

第一节　弹簧质量系统和扭振系统

在研究机械振动时，需要将实际的振动系统抽象为力学模型，这是一种简化过程。分析图1-1所示系统，将弹性变形比较大而质量较小的元件（如钢丝绳或细长横梁）看成是没有质量的弹簧，而将相对变形小而惯性大的元件（如重物、机身）看成没有弹性的质量，这类动力学模型称为弹簧质量系统。如图1-1（a）、（b）的动力学模型由图1-1（c）表示。

一、弹簧质量系统的无阻尼自由振动

如图1-2所示的单自由度弹簧质量系统中，m 表示质量，其单位为kg。W 表示重力，其单位为N。K 表示弹簧刚度，为弹簧每伸长或压缩一个单位长度所需施加的力，单位为

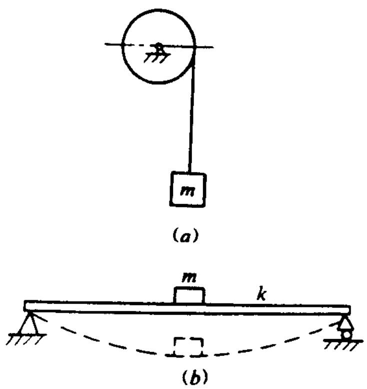

图 1-1

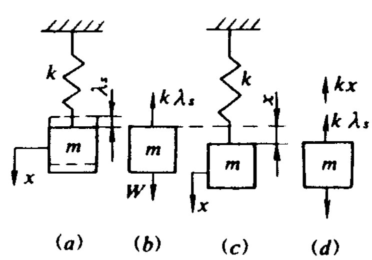

图 1-2

N/m。

弹簧未受力时处于自由状态，其长度为自由长度，如图1-2（a）中虚线所示。当质量块m挂到弹簧上以后，弹簧在重力W作用下产生静伸长λ_s。此时系统处于新的静平衡状态如图1-2（c）中虚线所示。

由平衡条件得

$$k\lambda_s = W \tag{1-1}$$

若给系统一个初始扰动，系统将在惯性力和弹簧力交替作用下产生自由振动。为分析系统的振动特性，应首先建立系统的运动微分方程。

取静平衡位置如图1-2（c）中虚线位置为坐标原点，以x表示质量块的垂直位移，并作为系统的广义坐标，取向下为正。同样其速度$\dot{x}$和加速度$\ddot{x}$也以向下为正。

由牛顿运动定律

$$m\ddot{x} = W - k(\lambda_s + x) = -kx$$

即

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{1-2}$$

上式为单自由度系统无阻尼自由振动的运动微分方程。式中$-kx$为弹簧恢复力，其大小与位移x成正比，方向始终和位移方向相反，且始终指向静平衡位置，这是简谐振动的一个特点。

现求解微分方程式（1-2），令$\omega_n^2 = k/m$，则式（1-2）可改写成

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \tag{1-3}$$

这是一个常系数齐次二阶线性微分方程，其特解为$x = e^{st}$，代入式（1-3），得特征方程

$$s^2 + \omega_n^2 = 0$$

其特征根为$s = \pm i\omega_n$，故方程（1-3）的通解为

$$x = c_1 e^{i\omega_n t} + c_2 e^{-i\omega_n t}$$

由欧拉方程三角变换，$e^{i\omega_n t} = \mathrm{con}\omega_n t + i\sin\omega_n t$，上式可化成

$$x = b_1 \cos\omega_n t + b_2 \sin\omega_n t \tag{1-4}$$

式中$b_1 = c_1 + c_2$，$b_2 = i\ (c_1 - c_2)$，系数b_1、b_2由初始条件x_0、$\dot{x}_0$确定。

式（1-4）可改写成

$$x = A\sin(\omega_n t + \varphi) \tag{1-5}$$

式中 $A = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$；

$\varphi = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{b_1}{b_2}$。

下面对单自由度无阻尼弹簧质量系统的振动特性进行分析。

1.系统的振动频率和周期

系统的振动圆频率

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1/\mathrm{s}) \tag{1-6}$$

系统的振动频率

$$f = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\mathrm{Hz}) \tag{1-7}$$

系统的振动周期

$$T=\frac{1}{f}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\quad(\mathrm{s})\tag{1-8}$$

自由振动的圆频率和振动频率可分别称为固有圆频率和固有频率(有时统称固有频率)。这个频率仅决定于系统本身的物理性质,即构成系统的质量和弹簧刚度,而与运动的初始条件及振幅大小无关。

根据固有频率的这一性质,可以通过调整系统的结构使系统固有频率提高或下降。

2.振幅和初相位

振幅A表示质量块离开静平衡位置的最大位移;初相位φ表示质量块的初位置,如图1-3用直角坐标系来表示。

设振动的初始条件$t=0$时$x=x_0$,$\dot{x}=\dot{x}_0$,代入式(1-4)得

$$x_0=A\sin\varphi$$

$$\dot{x}_0=A\omega_n\cos\varphi$$

则

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{\dot{x}_0^2}{\omega_n^2}}\tag{1-9}$$

$$\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\frac{x_0\,\omega_n}{\dot{x}_0}\tag{1-10}$$

故振幅和初相位都决定于初始条件。

3.重力(或其它恒力)对振动的作用

重力或其它恒力作用于系统上时,只改变系统的平衡位置,而对系统的振动特性无任何影响。

二　扭振系统的无阻尼自由振动

在机械系统中,除弹簧质量系统外,还有一类应用十分广泛的扭转系统,如传动机构中的齿轮、带轮和飞

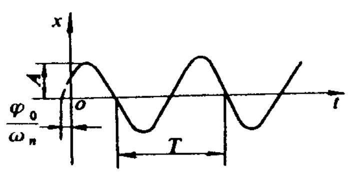

图1-3

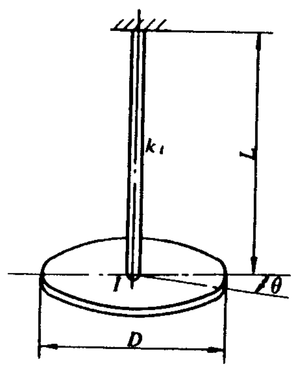

图1-4

轮,各种回转式机械的转子等。图1-4为单自由度的扭振系统的动力学模型。它表示在一根扭转刚度为k_t的"无质量"轴的一端固定一个"无弹性"的圆盘,圆盘的转动惯量为I。扭转刚度k_t是指轴转动一单位转角所需施加的转矩,单位为N·m/rad。这个系统在θ角方向产生的角振动称为扭转振动。

对扭转振动也可应用牛顿运动定律建立振动微分方程。现取圆盘的角位移θ为广义坐标。当系统受到某种扰动后,轴产生一个扭转变形,轴上的弹性恢复转矩$k_t\theta$与角位移的方向相反,从而使系统产生扭转自由振动。

扭转自由振动的微分方程为

$$I\ddot{\theta} = -k_t \theta$$

即
$$I\ddot{\theta} + k_t \theta = 0 \tag{1-11}$$

令 $\omega_n^2 = k_t / I$，上式可改写成

$$\ddot{\theta} + \omega_n^2 \theta = 0 \tag{1-12}$$

可见，扭转自由振动的微分方程与弹簧质量系统的自由振动微分方程是完全相似的，故扭转振动的方程解可直接写出

$$\theta = A\sin(\omega_n t + \varphi) \tag{1-13}$$

一个单自由度系统的扭转自由振动也是简谐振动，其固有圆频率、固有频率和周期分别为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{I}} \tag{1-14}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_t}{I}} \tag{1-15}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k_t}} \tag{1-16}$$

振幅 A 和初相位 φ 决定于初始条件：$t = 0$ 时，$\theta = \theta_0$，$\dot{\theta} = \dot{\theta}_0$，则

$$A = \sqrt{\theta_0^2 + \frac{\dot{\theta}_0^2}{\omega_n^2}} \tag{1-17}$$

$$\varphi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\theta_0 \omega_n}{\dot{\theta}_0} \tag{1-18}$$

第二节　确定单自由度系统固有频率的常用方法

机械振动技术中固有频率是一项十分重要的参数。计算固有频率的方法很多，现介绍单自由度系统的几种计算固有频率的方法。

一、系数法

对振动系统建立动力学模型，写出振动微分方程，并以普遍形式表示

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1-19}$$

即固有频率为微分方程一次项系数的平方根。

二、静变形法

在重力场内，振动系统处于静平衡状态时，弹簧的弹性力与振动质量的重力相平衡，由式（1-1）知，$k\lambda_s = W$，则固有频率可用另一种形式表示，

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{W}{\lambda_s} \cdot \frac{1}{m}}$$

即
$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{\lambda_s}} \tag{1-20}$$

由此可见，只需知道振动质量处的弹簧静变形λ_s就可计算出系统的固有频率。

三、能量法

在无阻尼自由振动系统中，振动过程没有能量的输入与损失，这种系统称为保守系统。保守系统存在机械能守恒，即在整个振动过程中，任一瞬时的机械能保持不变，即

$$E_k + E_p = 常数 \tag{1-21}$$

或
$$\frac{d}{dt}(E_k + E_p) = 0 \tag{1-22}$$

式中 E_k——系统中运动质量所具有的动能；

E_p——系统中弹性元件变形或运动质量所处位置所具有的势能。

只要能写出振动系统的动能E_k和势能E_p的表达式，利用式（1-22）可方便地计算出系统的固有频率。以一个单自由度弹簧质量系统为例，其动能为

$$E_k = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

弹性势能为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

代入式（1-22），得

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2\right) = 0$$

$$m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = 0$$

因$\dot{x} \neq 0$，故

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

则固有频率为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

对简谐振动，可选择两个瞬时：一是平衡位置，此时速度最大，动能最大（$E_{k\max}$），而势能为零；另一瞬时是振动极限位置，此时势能最大（$E_{p\max}$），而动能为零。

根据式（1-21），可得出能量法的第二种形式

$$E_{k\max} = E_{p\max} \tag{1-23}$$

在单自由度弹簧质量系统中

$$E_{k\max} = \frac{1}{2}m\dot{x}_{\max}^2$$

$$E_{p\max} = \frac{1}{2}kx_{\max}^2$$

因$x_{\max} = A$，$\dot{x}_{\max} = A\omega_n$，则由式（1-23）得

$$\frac{1}{2}mA^2\omega_n^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

故 $$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

四、瑞利法

为适应振动特性的不同计算方法和精度要求，建立系统动力学模型时，也可采用不同的简化方法。如果计算精度要求不高，则可忽略系统中弹簧的质量，但这将导致所计算的固有频率偏高。若考虑弹簧本身的质量，系统则成为连续系统。

瑞利法是根据能量法原理，用来求解弹性元件具有分布质量的系统固有频率的一种方法。它的要点是，先假定系统的振动形式（振型），然后用能量法求解。计算的精度取决于所假定的振动形式与真实振动形式的近似程度。

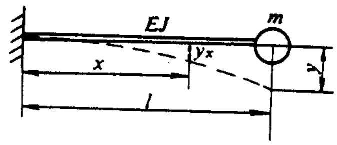

图 1-5

以图1-5所示的悬臂梁为例，根据材料力学理论，其静变形曲线为

$$y_{sx}=y_{sl}\frac{3lx^2-x^3}{2l^3}$$

式中$y_{sl}=\dfrac{mgl^3}{3EJ}$为悬臂梁自由端的静挠度，则梁在该点的弯曲变形刚度为

$$k=\frac{mg}{y_s}=\frac{3EJ}{l^3}$$

现假定分布质量梁的静变形曲线为振型曲线，则动挠度曲线方程为

$$y_x=y\frac{3lx^2-x^3}{2l^3}$$

式中y是梁自由端的动挠度。当集中质量m作简谐振动时，其振动式为

$$y=A\sin(\omega_n t+\varphi)$$

现求弹性梁的动能。假定梁单位长度的质量为ρ，取微段dx，其质量为ρdx，速度为

$$\dot{y}_x=\dot{y}\frac{3lx^2-x^3}{2l^3}$$

故弹性梁的动能为

$$\int_0^l\frac{1}{2}\rho\left(\dot{y}\frac{3lx^2-x^3}{2l^3}\right)dx=\frac{1}{2}\left(\frac{33}{140}\rho l\right)\dot{y}^2$$

令$m_s=\dfrac{33}{140}\rho l=\dfrac{33}{140}m'$，称为梁的等效质量。

系统的最大动能和最大势能分别为

$$E_{k\max}=\frac{1}{2}\left(m+\frac{33}{140}m'\right)A^2\omega_n^2$$

$$E_{p\max}=\frac{1}{2}kA^2$$

代入式（1-22)，得系统固有频率

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m+\dfrac{33}{140}m'}}$$

第三节　等效质量和等效刚度

实际振动系统中往往存在多个质量块、分布质量和多个以不同形式联接的弹性元件。为了进行简化，需要引进等效质量、等效转动惯量和等效刚度的概念和计算方法。

一、等效质量和等效转动惯量

由瑞利法的计算可以看出，分布质量可简化为一个等效质量。它是一个假想的集中质量，在振动过程中所产生的动能等于分布质量所产生的总动能。

对于离散分布的各集中质量，其等效质量为

$$m_e = \sum_{i=1}^{m} m_i\left(\frac{u_i}{u_e}\right)^2 + \sum_{j=1}^{m} I_j\left(\frac{\omega_j}{u_e}\right)^2 \tag{1-24}$$

式中　u_i ——质量m_i的运动速度；

u_e ——等效质量的运动速度；

ω_j ——转动惯量I_j的转动角速度。

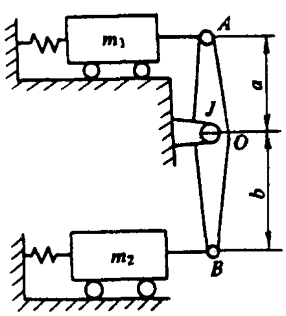

图 1-6

以图1-6所示系统为例，一转动惯量为J的杆件AB有质量块m_1和m_2，距杆AB转动点O的距离分别为a和b。现将质量简化到A点，则可用式（1-24），且$u_e=u_1$，可得

$$m_e = m_1\left(\frac{v_1}{v_1}\right)^2 + m_2\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + J\left(\frac{\omega}{v_1}\right)^2$$

$$= m_1 + m_2\left(\frac{b}{a}\right)^2 + J\left(\frac{1}{a}\right)^2$$

同理，等效转动惯量J_e所产生的动能等于各分布质量和转动惯量所产生的动能。等效转动惯量为

$$J_e = \sum_{i=1}^{m} m_i\left(\frac{V_i}{\omega_e}\right)^2 + \sum_{j=1}^{m} J_j\left(\frac{\omega_j}{\omega_e}\right)^2 \tag{1-25}$$

式中　ω_e ——等效转动惯量的角速度。

二、等效刚度

振动系统中，弹性元件除各种金属弹簧、橡胶弹簧外，还有各种杆、梁、绳索、传动轴以及气体和土壤等，都具有一定的刚度。刚度是使系统的某一点沿指定方向产生单位位移（或角位移）时，在该点沿同方向所需施加的力（或转矩）。

等效刚度是在保证系统总势能不变的条件下，将各部分的刚度向一定位置转换，转换后得到的假想刚度为等效刚度。

在机械系统中，常用几个弹性元件串联或并联。建立动力学模型时，常需将组合弹簧系统换算成一个等效弹簧。这个弹簧的刚度为等效刚度，并应与原系统的弹簧具有相等的势能。

组合弹性元件的刚度列于表1-1。

【例 1-1】 一振动系统如图1-7所示。假定水平杆OB是刚性杆，试求系统转化到B点