浙江少年儿童出版社

XIAOXUESHUXUESIWEIXUNLIAN

五年级

小学数学思维训练

编者的话

数学是人们生活、劳动和学习必不可少的工具。从小学好数学，对提高人的推理能力、逻辑分析能力、想象力和创造力有着举足轻重的作用。因此，可以毫不夸张地说："学好数学能使人更聪明。"

想学好数学，除了对数学要有浓厚的兴趣外，还要多进行适当的训练。这套丛书根据教育部制订的《全日制义务教育数学课程标准》新理念，力求以浅显易懂的内容，活泼多样的形式，培养学生的数感、符号感、空间概念以及应用意识。

这套丛书共分为六册，每个年级一册。每册都设置了"数与代数"、"空间与图形"、"统计与概率"、"综合应用"四个学习领域。每个学习领域又分若干小节，每小节分为"知识教练场"和"思维训练营"两部分。"知识教练场"除归纳总结了本节学习的要点外，还安排了一定数量的由浅入深的例题，这些例题的思考过程剖析详尽，具有启发性；"思维训练营"中则编制了富有探究性的训练题，学生通过数学练习，可以提高解决问题的能力。每道练习题下都留有空白，学生可以在书上演算。四个学习领域的划分，目的在于明确知识重点，但在使用本书时，学生可根据实际情况，调整前后的学习顺序。每册书后都附有参考答案，供学生独立思考解题之后，作为自我评价的参考依据。

这套丛书"源于基础，高于课本"，在适当提高知识点的同时，通过数学思维训练的形式，帮助学生掌握更多的数学方法，因此对提高学生的数学基本功十分有益。

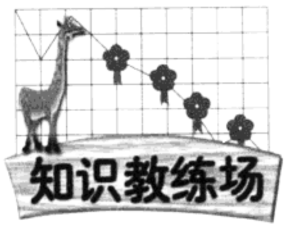
2002 年 10 月

目 录

综合应用

数与代数

一、算得快，算得巧



为实现准确、灵活、合理、迅速的运算，实际上，我们常常需要对数学式子进行各种变形，简化计算过程，从而完成运算。

对数学式子进行变形时，经常用到的运算定律和运算性质有：

1. 加法交换律：$a+b=b+a$
2. 加法结合律：$a+b+c=a+(b+c)$
3. 乘法交换律：$a\times b=b\times a$
4. 乘法结合律：$a\times b\times c=a\times(b\times c)$
5. 乘法分配律：$a\times(b\pm c)=a\times b\pm a\times c$
6. 减法运算性质：$a-b-c=a-(b+c)$
7. 积不变性质：$a\times b=(a\times m)\times(b\div m)$

   或$=(a\div m)\times(b\times m)(m\neq0)$
8. 商不变性质：$a\div b=(a\times m)\div(b\times m)$

   或$=(a\div m)\div(b\div m)(m\neq0)$

此外，在运算时，还必须灵活运用“括号”：

1. 在“+”号后面添括号或去括号，括号内的“+”、

“－”符号都不变。

2. 在“－”号后面添括号或去括号，括号内的“＋”、“－”符号都改变，即“＋”号变成“－”号，“－”号变成“＋”号。

3. 在“×”号后面添括号或去括号，括号内的“×”、“÷”符号都不变。（注意：此时括号内不能有加减运算。）

4. 在“÷”号后面添括号或去括号，括号内的“×”、“÷”符号都改变，即“×”号变为“÷”号，“÷”号变为“×”号。（注意：此时括号内不能有加减运算。）

例 1 计算 $2.49+6.48+0.51-1.38-5.48-0.62$

分析：观察后发现 2.49 与 0.51 的和是 3，可应用加法交换律将这两个数先相加凑成整数 3；同时可知 1.38 与 0.62 相加可凑成整数 2；6.48 与 5.48 相减可凑成整数 1，所以，应用交换律和结合律能较快地计算出本题的结果。

解：
$$\begin{aligned}&2.49+6.48+0.51-1.38-5.48-0.62\\=&(2.49+0.51)+(6.48-5.48)\\&-(1.38+0.62)\\=&3+1-2\\=&2\end{aligned}$$

例 2 计算 $25\frac{2}{3}+\left[22-19.75-\left(17.25-16\frac{1}{3}\right)\right]$

分析：通过观察发现，去小括号后，中括号内变成“$22-19.75-17.25+16\frac{1}{3}$”；接着，在去中括号的同时

运用加法交换律与减法运算性质，可使计算更简便。

解：$25\frac{2}{3}+\left[22-19.75-\left(17.25-16\frac{1}{3}\right)\right]$

$=25\frac{2}{3}+\left[22-19.75-17.25+16\frac{1}{3}\right]$

$=25\frac{2}{3}+22-(19.75+17.25)+16\frac{1}{3}$

$=25\frac{2}{3}+16\frac{1}{3}+22-37$

$=42+22-37$

$=27$

例 3　计算$(4.8\times7.5\times8.1)\div(2.4\times2.5\times2.7)$

分析：直接计算较繁，观察发现：4.8 是 2.4 的 2 倍，7.5 是 2.5 的 3 倍，8.1 是 2.7 的 3 倍，于是可得下面的巧妙算法。

解：$(4.8\times7.5\times8.1)\div(2.4\times2.5\times2.7)$

$=(2.4\times2.5\times2.7\times2\times3\times3)$

$\div(2.4\times2.5\times2.7)$

$=2\times3\times3$

$=18$

例 4　计算 $1.25\times67.875+125\times6.7875+12.5\times5.3375$

分析：注意相加的三个乘积中分别有因数 1.25、125 和 12.5，因此可以想到利用“积不变”的性质：

将 125×6.7875 变成 1.25×678.75；

将 12.5×5.3375 变成 1.25×53.375。

于是，三个积有公因数 1.25。

解：$1.25\times67.875+125\times6.7875+12.5\times5.3375$

$=1.25\times67.875+1.25\times678.75+1.25\times53.375$

$=1.25\times(67.875+678.75+53.375)$

$=1.25\times800$

$=1000$

例 5　$1+3\frac{1}{6}+5\frac{1}{12}+7\frac{1}{20}+9\frac{1}{30}+11\frac{1}{42}+13\frac{1}{56}+15\frac{1}{72}+17\frac{1}{90}$

分析：本题可分成整数部分和分数部分分别运算。先看整数部分：$1+3+5+\cdots\cdots+15+17$ 是一个等差数列求和，可用(首项＋末项)×项数÷2 求得；再看分数部分，如果利用通分方法计算，将非常烦琐。我们观察下面几个算式：

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12}=\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{20}=\frac{1}{4\times5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$$

……

$$\frac{1}{72}=\frac{1}{8\times9}=\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{90}=\frac{1}{9\times10}=\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$$

这样，利用"将一个分数拆分成两个分数之差"的方法，我们可得到本例的巧妙算法。

解：$1+3\frac{1}{6}+5\frac{1}{12}+7\frac{1}{20}+9\frac{1}{30}+11\frac{1}{42}$

$+13\frac{1}{56}+15\frac{1}{72}+17\frac{1}{90}$

$=(1+3+5+7+9+11+13+15+17)$

$+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}\right)$

$=(1+17)\times9\div2+\left(\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}\right.$

$\left.+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}\right)$

$=81+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right.$

$\left.+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)$

$=81+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right)$

$=81\frac{2}{5}$

注：本例实质上是将两个分数的差$\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$通分后$\left[即\frac{1}{n(n+1)}\right]$倒过来使用，从而使整个运算简化.

$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$常被当做公式使用在各种运算中。

用简便方法计算下面各题。

1. $18.8-7\frac{2}{5}-2.8-4\frac{3}{5}$

2. $3\frac{1}{8}-1\frac{1}{4}+\frac{3}{4}-0.125$

3. $8.74-0.85-3\frac{3}{20}+1\frac{13}{50}$

4. $4\frac{4}{5}-\left(\frac{5}{12}+2\frac{4}{5}\right)-\frac{7}{12}$

5. $2.31\times0.2\div0.11\div0.4$

6. $23\times(63\div23\div4)\div21$

7. $5.6\times16.5\div0.7\div1.1$

8. $0.125\times0.25\times5\times64$

9. $378.63-5.72-78.63-4.28$

10. $7.39+(6.52-4.59)-6.52+1.41$

11. $15.37\times7.88-9.37\times7.88-15.37\times2.12+9.37\times2.12$

12. $4.65\times32+2.5\times46.5+0.465\times430$

13. $0.739\times(48.8+20.3+51.2+4.7)\times8.88\div739$

14. $(6.4\times7.5\times8.1)\div(3.2\times2.5\times2.7)$

15. $1999+199.9+19.99+1.999$

16. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$

17. $\frac{2}{11\times13}+\frac{2}{13\times15}+\frac{2}{15\times17}+\frac{2}{17\times19}+\frac{1}{19}$

18. $\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{7\times9}+\frac{1}{9\times11}+\frac{1}{11\times13}+\frac{1}{13\times15}$

19. $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}$

20. $\frac{2002+20022002+200220022002}{2001+20012001+200120012001}-\frac{1}{2001}$

二、奇妙的周期

世间万物，千姿百态，但这貌似“杂乱无章”的世界却受着各种规律支配。我们把周而复始循环出现的规律性问题称为周期问题。

如果某一事物的变化具有周期性，那么，该事物在经历一段变化后，又会呈现与原来相同的状态。我们把事物所经历的这一段变化过程，叫做该事物变化的周期。例如，每个星期有 7 天，即时间是 7 天一循环，则说周期是 7。在循环小数中，“循环节数字的位数”即为循环的“周期”。

研究周期问题时，要抓住以下两点：

1. 找出规律，发现周期现象。

2. 把要求解的内容去和这一周期的变化规律相比较，从而解出题目。

例 1 有同样大小的红、白、黑三色珠子共 186 个，按先 5 个红的、再 4 个白的、再 3 个黑的顺序排列着。问：(1) 白珠共有多少个？(2) 第 158 个珠子是什么颜色的？

分析：(1) 这些珠子按 5 红、4 白、3 黑的顺序交替排列，它的一个周期内有 $5+4+3=12$ 个珠子。因为 $186\div12=15\cdots\cdots6$，所以，这 186 个珠子中含有 15 个周

期还余下 6 个珠子。按珠子的排列规律，这 6 个珠子中前 5 个珠子应是红的，最后一个应是白的。(2) 因为 $158\div12=13\cdots\cdots2$，即 158 个珠子中含有 13 个周期还余 2 个珠子，按珠子的排列规律，这余下的 2 个珠子都是红的。

解：(1) $186\div(5+4+3)=15\cdots\cdots6$

白珠有：$4\times15+1=61$(个)

(2) $158\div(5+4+3)=13\cdots\cdots2$

答：白珠共有 61 个。第 158 个珠子是红色的。

例 2 已知 1995 年元旦是星期日，问，1997 年的 7 月 1 日是星期几？

分析：由于每个星期有 7 天，从星期一到星期日，呈循环状态，因此要先算出从 1995 年 1 月 1 日到 1997 年 7 月 1 日共有多少天。1995 年一年有 365 天，1996 年一年(闰年)有 366 天，再加 1997 年的前 6 个月和 7 月 1 日这一天，合计 913 天。$913\div7=130$ 余 3。由于 1995 年 1 月 1 日是星期日，所以每个周期开始的第一天都是星期日，其排列顺序为星期日、星期一、星期二、星期三、星期四、星期五、星期六。1997 年 7 月 1 日，是从 1995 年 1 月 1 日起算第 131 个循环中的第 3 天，所以 1997 年 7 月 1 日是星期二。

解：$365+366+31+28+31+30+31+30+1=913$(天)