

# 理论力学

张振华 主编



烃加工出版社

921610

031

1252

031

252

石油化工大专院校统编教材  
理 论 力 学

张振华 主编

烃 加 工 出 版 社

## 内 容 提 要

本教材是根据中国石化总公司所属大专院校机械类专业的要求而编写的，教学时数为90学时，主要适用于化工机械、机械制造工艺及设备、石油储运等专业。内容包括静力学、运动学和动力学三部分，各章有较多的例题、思考题、习题，并配有小结。内容叙述详细、易懂，理论联系实际，亦适合其它工业专科学校机械类和土建类专业使用，也可供石油化工职工大学及工程技术人员参考。

本教材由抚顺石油学院张振华教授主编。参加编写的有抚顺石油学院张振华（绪论、第十五、十六、十七章），张子栋（第十四、十八章），王瑞苓（第五、十二、十三章）、王秀珍（第二、三、四章），上海石油化工专科学校吴锡雄（第七、八、十章），辽阳化纤专科学校杨维德（第一、六章），抚顺石油化工公司职工大学金学兴（第九、十一章）。

全书由东北工学院力学部教授韩二中、汪骏书担任主审。韩二中、汪骏书教授对本书提出了许多宝贵意见，我们表示衷心的感谢。

石油化工大专院校统编教材

## 理 论 力 学

张振华 主编

烃加工出版社出版

海丰印刷厂排版

海丰印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 16开本 23<sup>1</sup>/<sub>2</sub>印张 587千字 印1—2,200

1990年9月北京第1版 1990年9月北京第1次印刷

ISBN 7-80043-151-7/TH·022 定价：4.95元

# 绪 论

## 一、理论力学研究的对象和任务

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

物体在空间的位置随时间所发生的改变称为机械运动。机械运动是我们日常生活和生产实践中最经常、最普遍遇到的一种运动。

在客观世界中，存在有各种各样的物质运动形式，包括物理运动、化学运动、人的思维活动以及人类社会的运动等。各种运动形式之间存在着相互联系，并且在一定条件下，一种形式可以转化为另一种形式。而且在高级和复杂的运动中，往往存在着简单的机械运动。在物质运动的不同形式之间又存在着本质的差别，它们各有自己的特殊规律性；对于这些特殊规律性的研究，就构成了各门不同的自然科学。

本课程所研究的机械运动是物质各种运动形式中最简单的一种运动形式。物体的平衡，如相对于地球的静止和匀速直线运动，是机械运动的特殊情况，因此理论力学也研究物体平衡的规律。

理论力学以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础，研究的是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，因此属于古典力学的范畴。在本世纪初产生了相对论力学和量子力学。相对论力学指出了物质与时间、空间的联系以及质量与能量的联系；量子力学指出了微观粒子的运动规律。古典力学不适用于速度接近光速的物体的运动，也不适用于微观粒子的运动。对于大量的工程问题，物体的运动远小于光速，因此，客观物体在速度远小于光速时的运动研究，特别是一般工程上力学问题的研究，仍以古典力学的定律为依据。

本课程的任务是使学生了解、掌握机械运动的基本规律，并能运用这些规律解决实际问题，为学习一系列后续课程如材料力学、机械原理、机械零件、流体力学、弹性力学、塑性力学、机械振动及有关力学的专业课程以及进一步掌握最新技术成果与科学研究作准备。由于理论力学本身的特点，在培养学生辩证唯物主义世界观方面也起着重要的作用。在学习过程中使学生逐步形成正确的逻辑思维和对实际问题具有抽象、简化以及正确地进行理论分析的能力。

本课程分三部分，即静力学、运动学和动力学，由简单到复杂，便于学生掌握。

静力学主要是研究物体在相互作用下的平衡，即研究物体平衡时作用力之间的关系，也研究物体受力的分析方法和力系简化的方法等。

运动学是不考虑运动的物理原因，专门研究它的几何性质，是从几何观点研究点和刚体的运动，而不考虑作用在点和刚体上的力。亦即，运动学仅对物体的运动过程进行外貌的描述。

动力学是研究作用在物体上的力与运动变化之间的关系。在这里要建立物体的运动变化与作用力之间在数量上的关系。因此静力学与运动学统一于动力学。

## 二、理论力学的研究方法

任何一门科学的研究方法都不能离开认识过程的客观规律，一定要符合辩证唯物主义的认识论。理论力学也必须按照辩证唯物主义的认识论进行研究和发展。

1. 通过观察生活和生产实践中的各种现象，进行科学实验，经过分析、综合、归纳，

总结出力学的最基本的规律。

实践是认识的源泉。在力学发展的萌芽时期，正是基于对自然现象的直接观察以及在生活与生产中取得的经验而建立起力学的基本概念和基本定律的。例如为了搬运重物使用了杠杆、斜面和滑轮；为了长距离运输，制造了简单的运输机械；为了利用风力和水力，制造了风车和水车。在生产实践中经过分析、综合、归纳，形成了“力”和“力矩”等基本概念以及“二力平衡”、“杠杆原理”、“万有引力定律”等力学的基本规律。

此外，为了认识客观规律，人们还进行了实验。实验是研究力学问题的重要方法。例如摩擦定律、二力合成的平行四边形规则、动力学三定律都是建立在实验的基础上的。伽利略曾用实验推翻了亚里斯多德的“较重物体落下较快”的错误论断，并引出了“加速度”的概念。因此，生活和生产实践中的观察和实验是理论力学发展的基础。

## 2. 在对事物观察和实验的基础上，经过抽象化建立力学模型。

抽象化的方法就是在研究复杂的客观事物时，抓住起决定作用的因素，去掉次要的、局部的和偶然的因素，抓住事物的本质，揭示事物的内在联系。例如在研究物体的机械运动时，我们用抽象化的方法，撇开物体受力变形的性质，得到刚体的模型；撇开摩擦对物体运动的影响，得到理想约束的模型；忽略物体的几何尺寸，得到质点的模型等。当问题在所采取的简化条件下解决后，重新考虑那些初步近似研究中所没有计入的因素，建立新的模型，从而得到更接近真实情况的结果。这种由简到繁，由粗到精的研究方法在力学及其他学科中都是广泛采用的。例如，在研究了刚体平衡规律后，考虑物体变形性质，建立弹性体模型，就可进一步转到变形平衡理论的研究。正确的抽象，不脱离实际而能深刻地接近实际，更完全地反映实际。

## 3. 在建立力学模型的基础上，运用基本规律，用数学演绎和逻辑推理的方法，得到具有物理意义和实用价值的定理和结论，用以指导实践。

理论力学中的推理和运算都会用到数学。力学现象之间的关系总是通过数量表示的，因此，计算技术得到广泛应用。随着电子计算机的应用，许多较复杂的问题得到了解决，近年来建立了计算力学学科。力学不仅应用数学，通过解力学中的问题也促进了数学的发展。

科学的目的不只在于认识世界，更重要的在于改造世界。人们经过长期的实践认识了理论力学的一些规律，成为理论，然后运用该理论去解决生产实践中的问题，通过实践再进一步检验这些理论的正确性。如此往复循环，每一循环都在原来的基础上提高一步。这就是从生动的直观到抽象的思维，并从抽象的思维到实践的认识真理、认识客观规律的途径。

与其他学科一样，力学的发展与社会生产力发展过程是紧密联系的。20世纪以来，力学中发展了许多专门分支，如弹性理论、塑性理论、流体及空气动力学、非线性振动理论、自动控制、运动稳定性理论、陀螺仪理论和飞行力学等。现在力学的专门学科有固体力学、流体力学、实验应力分析、一般力学、爆炸力学、地质力学、岩土力学、反应堆结构力学、流体控制、物理力学、流变学、理论力学、计算力学、生物力学等。近年来随着电子计算机的发展，计算力学已成为一个专门的学科，并应用于解决许多工程领域的力学问题。

我国是世界文明古国之一。中华人民共和国成立以来，我国各族人民在中国共产党的领导下，艰苦奋斗，奋发图强，科学技术日新月异。原子弹、氢弹、导弹的多次试验成功，人造地球卫星的发射和准确回收等科技成果，标志着我国科学技术的发展达到了新的水平。国际上新技术革命的挑战和我国工业、农业、国防和科学技术现代化的实现，为力学的研究和发展提出了许多新的课题，力学必将得到迅速的发展。

# 目 录

## 绪论

## 第一篇 静 力 学

引言	1	§ 4-6 平面简单桁架的内力计算	60
<b>第一章 静力学的基本概念和物体的受力分析</b>	<b>2</b>	小结	64
§ 1-1 静力学的基本概念	2	思考题	65
§ 1-2 静力学公理	3	习题	65
§ 1-3 约束和约束反力	6		
§ 1-4 物体的受力分析和受力图	10	<b>第五章 摩擦</b>	<b>72</b>
小结	13	§ 5-1 摩擦现象	72
思考题	13	§ 5-2 滑动摩擦	72
习题	15	§ 5-3 摩擦角和自锁现象	74
<b>第二章 平面汇交力系</b>	<b>20</b>	§ 5-4 考虑摩擦时物体的平衡	76
§ 2-1 平面汇交力系的合成与平衡——几何法	20	§ 5-5 滚动摩擦	81
法析	23	小结	83
小结	28	思考题	83
思考题	28	习题	84
习题	29	<b>第六章 空间力系</b>	<b>89</b>
<b>第三章 力矩和平面力偶理论</b>	<b>33</b>	§ 6-1 空间汇交力系	89
§ 3-1 力矩的概念和计算	33	§ 6-2 空间力偶理论	95
§ 3-2 两个平行力的合成	35	§ 6-3 力对轴的矩和力对点的矩	97
§ 3-3 平面力偶理论	36	§ 6-4 空间任意力系向一点的简化·主矢和主矩	99
§ 3-4 平面力偶系的合成和平衡条件		§ 6-5 空间任意力系简化结果的讨论·空间力系合力矩定理	101
小结	40	§ 6-6 空间力系的平衡方程及其应用	104
思考题	40	小结	110
习题	41	思考题	112
<b>第四章 平面任意力系</b>	<b>44</b>	习题	113
§ 4-1 平面任意力系向作用面内一点简化	44	<b>第七章 平行力系的中心与重心</b>	<b>121</b>
§ 4-2 平面任意力系的简化结果	48	§ 7-1 平行力系的中心	121
§ 4-3 平面任意力系的平衡条件和平衡方程	50	§ 7-2 物体重心的坐标公式	122
问题	53	§ 7-3 求组合形物体的重心	127
§ 4-4 平面平行力系的平衡方程	53	§ 7-4 确定物体重心的实测法	128
§ 4-5 物体系统的平衡·静定和静不定问题	56	小结	129
		思考题	130
		习题	131

## 第二篇 运 动 学

<b>第八章 点的运动</b> .....	135	<b>第十章 点的合成运动</b> .....	169
§ 8-1 点的运动方程 .....	135	§ 10-1 点运动合成的概念 .....	169
§ 8-2 点的速度和加速度用矢径法表示 .....	137	§ 10-2 点的速度合成定理 .....	170
§ 8-3 点的速度和加速度用直角坐标法 表示 .....	139	§ 10-3 牵连运动为平动时动点加速度的 合成定理 .....	173
§ 8-4 点的速度和加速度用自然轴法表示 .....	142	§ 10-4 牵连运动为转动时动点加速度的 合成定理 .....	175
小结 .....	147	小结 .....	179
思考题 .....	148	思考题 .....	180
习题 .....	149	习题 .....	182
<b>第九章 刚体的基本运动</b> .....	153	<b>第十一章 刚体的平面运动</b> .....	188
§ 9-1 刚体的平行运动 .....	153	§ 11-1 刚体平面运动的实例和运动分解 .....	188
§ 9-2 刚体绕定轴的转动 .....	154	§ 11-2 求平面图形内各点速度的基点法 .....	190
§ 9-3 转动刚体内各点的速度和加速度 .....	157	§ 11-3 求平面图形内各点速度的瞬心法 .....	194
§ 9-4 定轴轮系的传动比 .....	160	§ 11-4 用基点法求平面图形内各点的加 速度 .....	197
§ 9-5 以矢量表示角速度和角加速度·以 矢积表示点的速度和加速度 .....	163	小结 .....	201
小结 .....	165	思考题 .....	202
思考题 .....	166	习题 .....	203
习题 .....	166		

## 第三篇 动 力 学

<b>引言</b> .....	208	<b>§ 14-4 转动惯量</b> .....	241
<b>第十二章 质点动力学基本方程</b> .....	209	<b>§ 14-5 质点系相对于质心的动量矩定理</b> .....	251
§ 12-1 动力学基本定律 .....	209	§ 14-6 刚体的平面运动微分方程 .....	257
§ 12-2 质点的运动微分方程 .....	210	小结 .....	254
§ 12-3 质点动力学两类基本问题 .....	211	思考题 .....	254
小结 .....	218	习题 .....	256
思考题 .....	218	<b>第十五章 动能定理</b> .....	262
习题 .....	218	§ 15-1 力的功 .....	262
<b>第十三章 动量定理</b> .....	222	§ 15-2 质点的动能定理 .....	267
§ 13-1 质点的动量定理 .....	222	§ 15-3 质点系的动能定理 .....	270
§ 13-2 质点系的动量定理 .....	225	§ 15-4 功率、功率方程、机械效率 .....	281
§ 13-3 质心运动定理 .....	230	§ 15-5 势力场、势能、机械能守恒定律 .....	285
小结 .....	233	小结 .....	288
思考题 .....	233	思考题 .....	288
习题 .....	234	习题 .....	288
<b>第十四章 动量矩定</b> .....	237	<b>第十六章 达朗伯原理</b> .....	294
§ 14-1 质点的动量矩定理 .....	237	§ 16-1 质点的惯性力·质点的达朗伯原理 .....	294
§ 14-2 质点系的动量矩定理 .....	240	§ 16-2 质点系的达朗伯原理 .....	296
§ 14-3 刚体绕定轴转动的微分方程 .....	243	小结 .....	307

思考题	.....	307
习题	.....	308
<b>第十七章 虚位移原理</b>	.....	<b>312</b>
§ 17-1 系统的约束及其分类	.....	312
§ 17-2 虚位移和虚功	.....	314
§ 17-3 理想约束	.....	315
§ 17-4 虚位移原理	.....	317
小结	.....	323
思考题	.....	323
习题	.....	323
<b>第十八章 机械振动的基本理论</b>	.....	<b>327</b>
§ 18-1 引言	.....	327
§ 18-2 单自由度系统的自由振动	.....	327
§ 18-3 计算固有频率的能量法	.....	333
§ 18-4 阻力对自由振动的影响——衰减 振动	.....	336
§ 18-5 元阻尼强迫振动·共振	.....	339
§ 18-6 阻力对于强迫振动的影响	.....	344
§ 18-7 转轴的临界转速	.....	347
§ 18-8 减振和隔振简介	.....	350
小结	.....	352
思考题	.....	353
习题	.....	354
<b>附录 I 力学单位表</b>	.....	<b>358</b>
<b>附录 II 习题答案</b>	.....	<b>359</b>

# 第一篇 静力学

## 引言

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。

在静力学中，主要研究以下两个基本问题：

### 一、力系的简化

所谓力系是指作用在物体上的一群力。如果作用在物体上的一个力系可以用另一个力系来代替，而不改变原力系对物体的作用，则称这两个力系为等效力系或互等力系。如果一个力和一个力系等效，则称该力为此力系的合力，而力系中的各力称为合力的分力。

在理论力学中，常用一个较简单的力系代替原来较复杂的力系，使其对物体作用的效应不变，这就是力系的简化。

### 二、力系的平衡

如果物体在一个力系作用下处于平衡状态，则称该力系为平衡力系。平衡力系中的任何一个力称为其余力的平衡力。显然，研究物体的平衡实际上就是研究作用在平衡物体上的力系的平衡，即研究物体平衡时力系所应满足的条件。

工程上的平衡，是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动，它是机械运动的一种特殊形式。在石油化工企业中，静止的设备很多，如管式加热炉、贮油罐、精馏塔、反应器、换热器、输送各种气体和液体的管道以及各种机器的机架，它们都处于平衡状态。此外，工程上还有一些机器零件如车床主轴、丝杠、起重机的起重臂、增力机构中的推杆等，虽然它们在工作时都是运动的，但运动时速度变化不大，即加速度不大，此时可将这些零件近似地看成处于平衡状态。对于上述这些处于平衡状态的设备和机器零件的设计，都要以静力学知识为基础，分析这些零件的受力情况，根据平衡条件求出未知力，进而选定材料，进行强度、刚度和稳定性计算。不仅如此，静力学中的力系简化理论和物体的受力分析方法，还是研究动力学问题的基础。由此可见，静力学在工程技术中应用广泛。

# 第一章 静力学的基本概念和物体的受力分析

本章研究静力学的基本概念，静力学公理和物体的受力分析。静力学公理是静力学的理论基础，物体的受力分析是研究力学问题的基本方法和重要步骤。

## § 1-1 静力学的基本概念

### 一、力 的 概 念

人们在长期的生产劳动和日常生活中逐渐形成了力的概念。当人们推举或抛掷一个物体时，由于肌肉的紧张收缩而感受到力的作用。随着生产的发展，认识的深化，人们逐渐认识到力是物体间的一种相互作用。例如，当人推小车前进时，小车由于受到人的作用而前进，同时人也感受到小车对人的反作用。又如，两个运动着的物体相撞后，由于相互作用使这两个物体都改变了原来的运动状态。再如，锤头自高处落下打在工件上，工件由于受到锤头的作用而变形，锤头由于受到工件的反作用而停止了运动。通过诸如此类大量现象的观察、归纳、概括，最后上升为理性认识，形成了力的科学概念：力是物体间的相互作用，这种作用使物体的运动状态发生变化，或者使物体产生变形。

力既然是物体间的相互作用，力就不会脱离物体而单独存在，它总是和物体的运动状态相联系。

产生力的物理本质是多种多样的，有的是万有引力，有的是电场力、磁场所力，有的是碰撞力，有的是由于物体表面接触而产生的，等等。在理论力学中，不研究这些产生力的物理本质，只研究力对物体作用所产生的效应。力对物体的作用效应有两种：一种是使物体的运动状态发生变化，这种效应称为力的外效应或运动效应；另一种是使物体产生变形，这种效应称为力的内效应或变形效应。理论力学只研究力的外效应，不研究力的内效应，力的内效应将在材料力学、弹性力学等课程中研究。

实践表明，力对物体的作用效应决定于以下三个因素：(1)力的大小；(2)力的方向；(3)力的作用点。这三个因素称为力的三要素。

由于力是一个既有大小又有方向的量，所以力是矢量，通常用一个带有箭头的有向线段

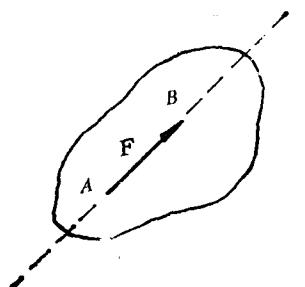


图 1-1

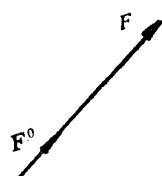


图 1-2

$\overrightarrow{AB}$  来表示，如图1-1所示。有向线段的长度按给定比例尺表示力的大小，有向线段的方向表示力的方向，有向线段的起点A表示力的作用点。过力的作用点沿着力的方向的直线叫做力的作用线。

在本书中，用粗体字母表示力的矢量，用普遍字母表示力的大小。比如，用粗体字母 $F$ 表示力的矢量（简称力矢），而用普通字母 $F$ 表示力的大小。力的大小 $F$ 又称为力矢 $F$ 的模。若以 $F^*$ 表示沿力矢 $F$ 方向的单位矢量（图1-2），则力矢 $F$ 可写成

$$F = FF^* \quad (1-1)$$

即力矢可用力矢的模与力矢方向的单位矢量之积来表示。

在中华人民共和国法定计量单位中，力的单位是牛顿或千牛顿，分别记作N或kN。在过去的工程单位制中，力的单位是公斤力或千公斤力（即吨力），分别记作kgf或tf。牛顿和公斤力的换算关系是

$$1\text{kgf} = 9.8\text{N}$$

本书采用法定计量单位制。

## 二、刚体的概念

力对物体的作用效应，一是改变物体的运动状态，二是使物体产生变形。任何物体在力的作用下都要产生或大或小的变形，绝对不变形的物体是不存在的。但在一般情况下，工程上的结构构件和机器零件所产生的变形都是极其微小的，有时只有用仪器才能测定出来。例如，一般传动轴的最大挠度不能超过轴承间距离的万分之五，最大扭转角为每米轴长不得超过 $0.5\sim 1^\circ$ 。这样微小的变形对研究力的外效应来说，其影响是极小的，故可忽略不计，即把物体看成是不变形的。我们把在力的作用下保持形状和大小不变的物体称为刚体。刚体是经过抽象简化而得到的理想模型，这种抽象简化使我们所研究的理论力学问题得到简化。当然，这种抽象简化是相对的，有条件的。例如，当研究力的内效应时，即研究物体的强度、刚度和变形等问题时，变形便成为问题的主要因素，这时就不能把物体看成刚体，而必须将其看成变形体了。

在理论力学中，将所研究的物体简化成刚体是必要的，也是工程实际所允许的。这是因为物体受力后所产生的微小变形，对研究物体的平衡问题不起主要作用。

在理论力学的静力学中，由于把所研究的物体看成刚体，所以静力学又称为刚体静力学。刚体静力学是研究变形体力学的基础。

## § 1-2 静力学公理

人们在长期的生产劳动和日常生活中，不仅形成了力的概念，而且归纳、概括、总结出了力学的基本规律，称为静力学公理或静力学基本定律。静力学公理是实践总结的客观规律，它的真理性已为人们的无数次实践所证实，它是静力学的理论基础。

### 公理1 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，使刚体平衡的必要和充分条件是：这两个力大小相等、方向相反且作用在同一条直线上（图1-3）。

二力平衡公理指出了两个力平衡时必须满足的条件，这个条件称为二力平衡条件。二力平衡条件对于刚体来说是必要且充分的，但对于变形体来说只是必要的而不是充分的。例

如，在柔绳的两端作用两个力使绳平衡时，这两个力一定大小相等、方向相反且作用在同一条直线上（此时为拉力）。但在绳的两端作用两个大小相等、方向相反的压力（作用线沿同一条直线）时，绳并不平衡。

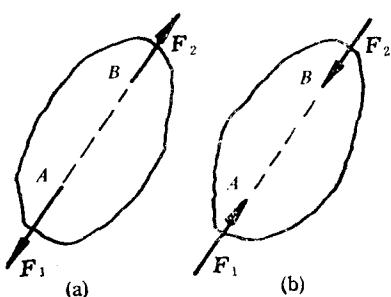


图 1-3

一个物体只受两个力作用处于平衡时，这个物体称为二力体。如果二力体是杆件，则称为二力杆。由二力平衡公理可知，作用于二力体上的两个力必定大小相等，方向相反，其作用线沿此二力作用点的连线（图1-3）。

## 公理 2 加减平衡力系公理

在已知力系上加上或减去任意一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

这里要注意，原力系并不一定是平衡力系。公理 2 是说，如果原来力系是平衡的，加上或减去一个平衡力系，刚体仍处于平衡状态；如果原来力系不是平衡的，加上或减去一个平衡力系，刚体仍按原来的运动规律运动，即刚体的运动规律不会因为加上或减去一个平衡力系而改变。

加减平衡力系公理是力系简化的理论根据。由此公理还可推得：

### 推论 力的可传性原理

作用于刚体上的力可沿其作用线移至刚体内任意一点，而不改变力对于刚体的作用。

证明：设力  $F$  作用于刚体的  $A$  点（图1-4a）。在刚体上沿力的作用线任取一点  $B$ ，并在此点加上一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ，且使  $F_2 = -F_1 = F$ ，如图1-4b所示。根据公理 2，这与原来的力  $F$  对刚体的作用等效。由于  $F_1$  和  $F$  也是一对平衡力，根据公理 2，可去掉这一对平衡力。这样就只剩下作用在  $B$  点的  $F_2$  了，如图1-4c 所示，它与作用在  $A$  点的力  $F$  等效。这样一来，我们已将作用在刚体上  $A$  点的力  $F$  沿其作用线移到了刚体内另一点  $B$ ，并不改变原力对刚体的作用。

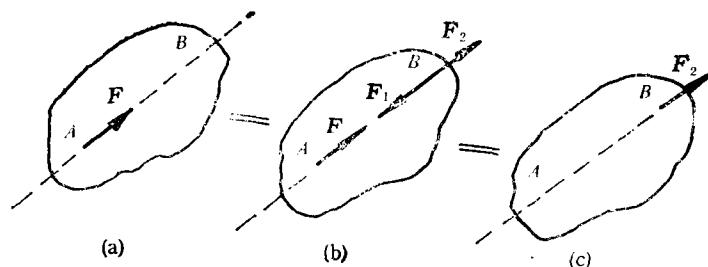


图 1-4

由力的可传性可知，作用在刚体上的力的作用点已被它的作用线代替。因此，作用在刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

作用在刚体上的力矢可沿其作用线移动，这种矢量称为滑动矢量。

还要指出，加减平衡力系公理及其推论力的可传性原理只适用于刚体，而不适用于变形体；只适用于研究力的外效应，而不适用于研究力的内效应。例如，直杆  $AB$  的两端受二平衡力  $F_1$ 、 $F_2$  作用处于平衡状态，如图1-5a所示。现将这两个力沿其作用线分别移到杆的另一

端，如图1-5b所示。显然，直杆的平衡状态不变，即力 $F_1$ 、 $F_2$ 的外效应不变，但力的内效应显然不同，前者使杆受拉，后者使杆受压。因此，在研究力的内效应时，力不能沿其作用线移动。这种不能沿其作用线移动的力矢称为固定矢量（定位矢量）。

### 公理3 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力，合力也作用于该点，合力的大小和方向，由以这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定（图1-6a）。这个法则称为力的平行四边形法则。

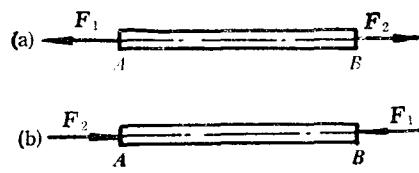


图 1-5

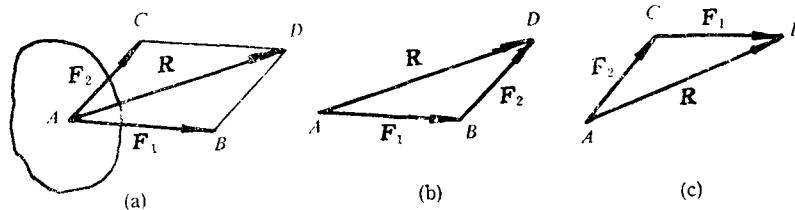


图 1-6

如果用 $F_1$ 、 $F_2$ 表示作用在物体上 $A$ 点的两个力，其合力用 $R$ 表示，可写成矢量表达式

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-2)$$

由图1-6 a和平行四边形的性质可知，在求合力 $R$ 时，实际上不必作出整个平行四边形 $A B D C$ ，只要以力矢 $F_1$ 的末端 $B$ 作为力矢 $F_2$ 的始端画出 $F_2$ ，即使 $F_1$ 、 $F_2$ 的首尾相接，那么矢量 $\overrightarrow{AD}$ 就代表合力 $R$ （图1-6b）。由分力矢和合力矢构成的三角形 $A B D$ 称为力三角形。这种求合力的方法称为力的三角形法则。如图1-6c所示，如果先画力矢 $F_2$ ，后画力矢 $F_1$ ，同样可求得同一合力矢 $R$ 。

根据力的平行四边形法则（或力的三角形法则）也可将一个力分解为作用于同一点的两个分力。不过，由于用同一个对角线可作出无穷多个不同的平行四边形，所以解答将是不确定的。为了得到确定的解答，必须给出足够的附加条件。在工程技术中，经常遇到的是将一个力沿两个已知方向分解，特别是沿两个互相垂直的方向分解，这种分解称为正交分解，所得两个分力称为正交分力（图1-7）。

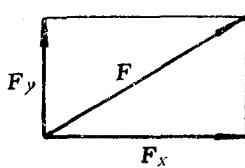


图 1-7

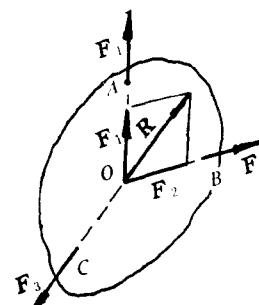


图 1-8

### 推论 三力平衡汇交定理

当刚体受三个力作用而成平衡时，若其中两个力的作用线相交于一点，则第三个力的作用线亦必交于该点，且这三个力的作用线在同一平面内。

证明：设有相互平衡的三个力 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 分别作用于刚体的A、B、C三点（图1-8）。已知 $F_1$ 、 $F_2$ 的作用线交于O点。根据力的可传性原理，将力 $F_1$ 、 $F_2$ 沿作用线移至点O，再根据力的平行四边形法则求出合力R，合力R与力 $F_1$ 、 $F_2$ 共面。因为 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 是平衡的，所以R和 $F_3$ 也是平衡的。由二力平衡公理可知，力R和 $F_3$ 的作用线重合。这就证明了 $F_3$ 的作用线在力 $F_1$ 和 $F_2$ 所构成的平行四边形所在的平面内，且通过力 $F_1$ 和 $F_2$ 的交点O，即力 $F_1$ 、 $F_2$ 和 $F_3$ 的作用线在同一平面内且汇交于一点O。

三力平衡汇交定理给出了不平行的三个力平衡时所必须满足的条件。这个条件只是必要的而不是充分的。当刚体受不平行的三个力作用而处于平衡时，利用这个定理可以确定未知力的方位。

#### 公理4 作用与反作用定律

两个物体间的相互作用力，总是同时存在且大小相等、方向相反、沿同一条直线，分别作用在这两个物体上。

公理4指出，力总是成对出现的，A物体给B物体一个作用力，B物体必然同时给A物体一个反作用力，且两者等值、反向、共线。

必须注意：作用力与反作用力虽然等值、反向、共线，但由于作用力和反作用力不是作用在同一个物体上，而是分别作用在两个不同的物体上，因此，对于每一个物体来说，不能把作用力和反作用力说成是一对平衡力。

作用与反作用定律是力学中的一个基本定律，在工程中有着重要的意义。机械中动力的传递，就是通过机械零部件之间的作用与反作用关系来实现的。借助于这个定律，我们才能从机械中的一个零部件的受力分析过渡到另一个零部件的受力分析。

#### 公理5 刚化公理

变形体受已知力系作用而成平衡，若将该物体变成为刚体（刚化），其平衡状态不受影响。

公理5指示了刚体静力学的平衡理论能应用于变形体的条件：若变形体处于平衡状态，则作用其上的力系一定满足刚体静力学的平衡条件。然而，刚体的平衡条件对于变形体来说，只是必要条件，而非充分条件。换言之，只有变形体处于平衡状态时，才能应用刚体静力学的平衡理论，反之则不可。例如，当柔绳两端受等值、反向的压力时，柔绳不能平衡，此时就不能将柔绳刚化成刚体。

### § 1-3 约束和约束反力

凡可以在空间任意运动的物体称为自由体，如在空中飞行的炮弹、飞机、火箭等。凡因受到周围物体的阻碍、限制而不能任意运动的物体称为非自由体，如悬挂在天花板的电灯，在轨道上行驶的机车，机器中的各个零件等，都是非自由体。

对于非自由体，由周围物体构成的限制非自由体运动的条件称为约束。由于这些限制条件总是由被约束物体周围的其它物体构成的，为方便起见，通常将构成约束条件的物体本身也称为约束。例如，钢轨是机车的约束，轴承是转轴的约束，等等。

当一个物体受到约束时，这个物体和约束物体之间存在着相互作用力。约束物体对被约束物体的作用力称为约束反力，简称反力。约束反力有如下两个特点：其一，由于约束物体限制了被约束物体的运动，因此约束反力的方向总是被约束物体的运动方向相反；其二，约束

反力的大小不能事先独立确定。这是因为约束反力的大小与作用在被约束物体上的其它力和被约束物体的运动状态有关。在静力学中，约束反力与作用在被约束物体上的其它力构成一平衡力系，利用平衡条件可以求出约束反力的大小。

作用在被约束物体上的力可以分成两类，一类是约束反力；一类是约束反力以外的力。如重力、电磁力、流体阻力、风力等，这些力的大小都可以事先独立地确定，称为主动力。在一般情况下，约束反力是由主动动力引起的，所以约束反力又称为被动力。

下面介绍工程中常见的几种约束类型，并分析约束反力的特点。

### 一、柔 性 约 束

工程上的绳索、皮带、链条等都可以简化成柔性约束，统称柔索。柔索只能承受拉伸，不能承受压缩、弯曲等，所以柔索的约束反力方向沿其中心线且背离被约束物体，即柔索的约束反力是拉力，通常用 $T$ 表示，如图1-9 a、b所示。

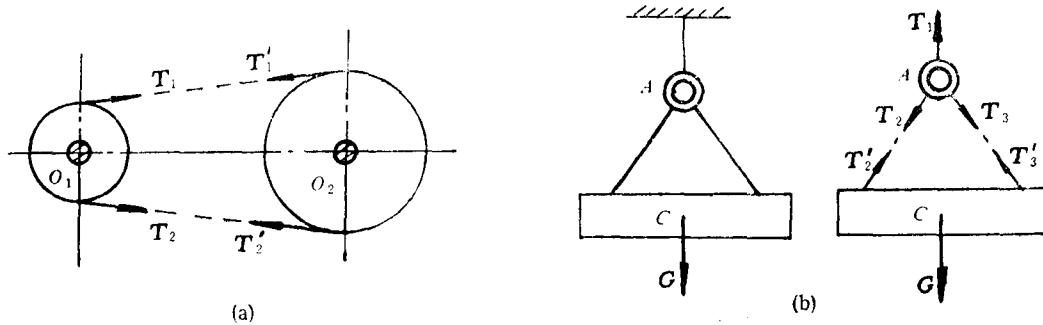


图 1-9

### 二、具有光滑接触面的约束

若物体与支承物体接触面间的摩擦力很小时，忽略摩擦力，接触面可认为是光滑的。此时，物体可沿两物体接触面在接触点的切平面内自由滑动，也可沿接触点的法线方向脱离支承面，但不能沿此法线方向压入支承面。因此，光滑接触面的约束反力是作用在接触点沿接触面法线方向且指向被约束物体的，即约束反力是法向压力，通常用 $N$ 表示，如图1-10a、b所示。

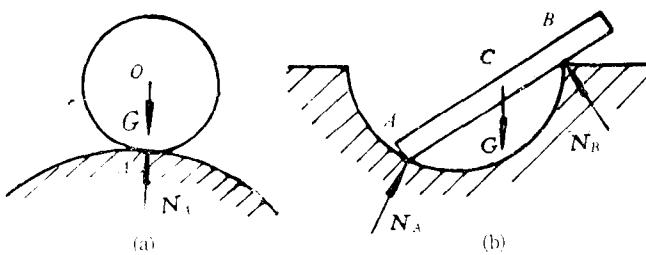


图 1-10

### 三、光滑圆柱形铰链约束

铰链是工程上常见的一种联接型式，如图1-11a所示，它是将两个被联接件1、2钻成圆孔，再用圆柱形销钉3将其联接起来。两被联接件可以绕销钉相对转动，但不能相对移动。

铰链有下面几种类型：

## 1. 固定铰链（固定铰链支座）

将构成铰链的一个被联接件固定在基础上，另一个被联接件可以绕销钉转动，如图1-11 a所示，这种铰链称为固定铰链或固定铰链支座。由于销钉和销钉孔接触面是光滑的，所以约束反力沿接触面的公法线方向，约束反力的作用点就是接触点K。由于接触点是待定的，所以约束反力的方向也是待定的。由此可知，固定铰链约束反力的作用线必通过铰链中心，方向待定（图1-11 a）。为了研究问题方便起见，通常可用两正交分量表示约束反力，

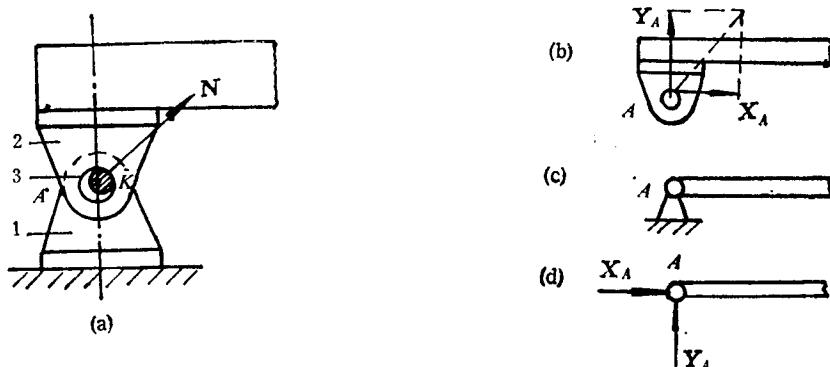


图 1-11

如图1-11 b所示。图1-11 c、d是固定铰链约束的简化表示。

工程上可以简化成固定铰链的联接是很多的，如向心滑动轴承和向心滚动轴承都可简化成固定铰链（图1-12）。

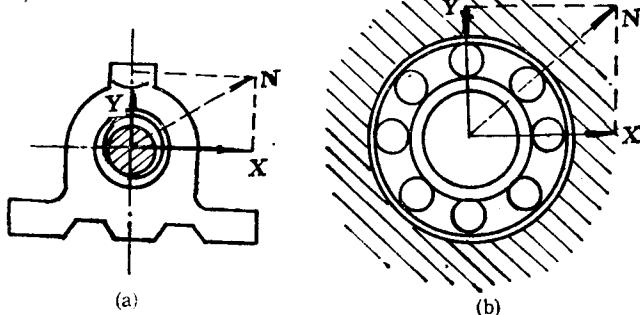


图 1-12

## 2. 中间铰链（中间铰）

若构成铰链的两被联接件都可绕销钉转动，这种铰链称为中间铰链，简称中间铰。图1-13所示的四连杆机构中的铰链A、B都是中间铰链。如同固定铰链的约束反力一样，中间

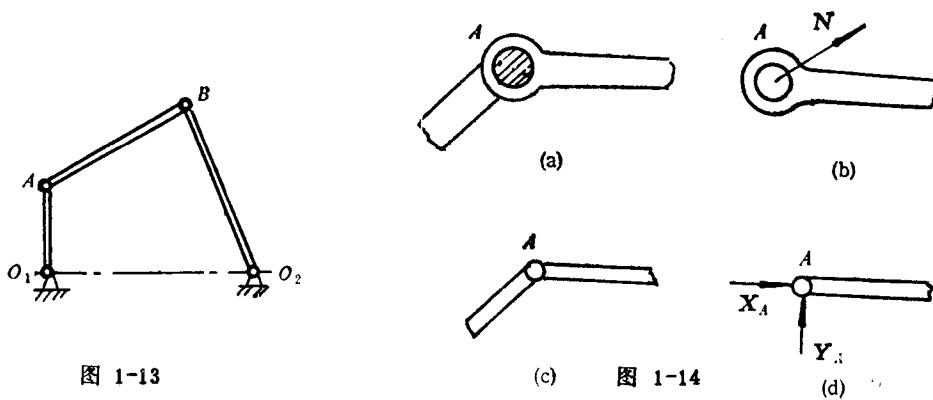


图 1-13

图 1-14

铰链的约束反力的作用线通过铰链中心，方向待定，如图1-14b所示。为了简便，通常亦用两正交分量表示。图1-14c、d是中间铰链的简化表示。

### 3. 活动铰链（活动铰链支座或辊轴支座）

若将构成铰链的一个被联接件放在几个可滚动的滚柱上，滚柱支承在光滑的平面上，这种铰链称为活动铰链或活动铰链支座，也称辊轴支座，如图1-15a所示。由于滚柱支承在光滑的平面上，所以铰链处的约束反力只能垂直于支承平面，且通过铰链中心。约束反力通常用 $N$ 或 $R$ 表示，如图1-15a所示。图1-15b是活动铰链的简化表示。

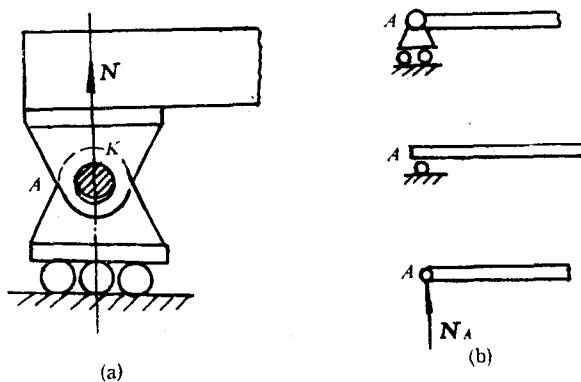


图 1-15

### 4. 链杆约束

两端用光滑铰链与其它构件联接且不考虑自重的刚杆称为链杆（图1-16a）。链杆显然是二力杆，既能承受拉又能承受压。链杆约束的约束反力沿链杆两端铰链中心的连线，但指向往往不能预先确定，通常可假定链杆受拉，并用 $S$ 表示约束反力，如图1-16b所示，该图也是链杆约束的简化表示。

引入链杆约束后，固定铰链可用两个互相垂直的链杆来代替（图1-17a），活动铰链可用一个垂直于支承面的链杆来代替（图1-17b）。

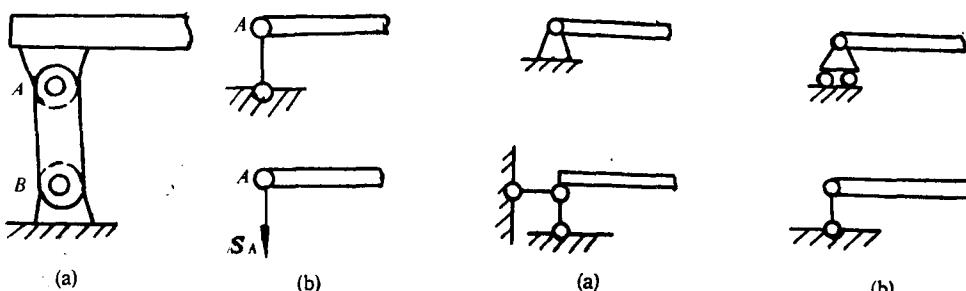


图 1-16

图 1-17

## 四、球铰链约束

球铰链在工程中的应用也十分广泛，其构造如图1-18a所示，它是通过球和球壳将两个构件联接在一起。球可绕球心相对于球壳作任意的转动，但球和球壳不能相对移动。略去摩擦，其约束反力必通过球铰链中心，但其方向不能预先确定，一般可用空间三个正交分量来表示，如图1-18b所示。

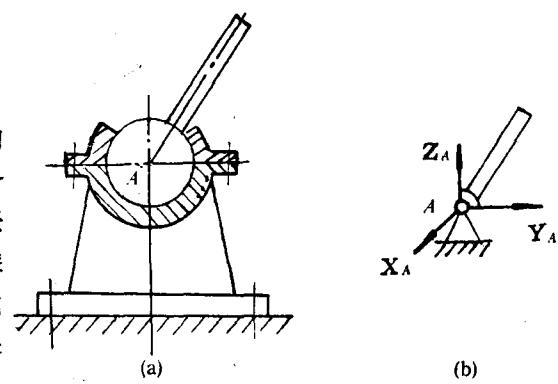


图 1-18