



主编 单 增

数学

奥 林

匹 克

北京大学出版社

小学版

四年级分册



0 12.
4
14

433.1

数学奥林匹克(小学版)

(修订版)

四年级分册

主 编 单 埏

副主编 胡大同 傅敬良 吕炯序

北 京 大 学 出 版 社

新登字(京)159号

数学奥林匹克(小学版)

(修订版)四年级分册

主 编 单 增

副主编 胡大同 傅敬良 吕炯序

责任编辑:王明舟

*

北京大学出版社出版

(北京大学校内)

北京大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092毫米 32开 6.25印张 135千字

1991年6月第一版 1992年5月第四次印刷

印数20,001—350,000册

ISBN 7-301-01510-1/G·80

定价:2.90元

前 言

学生有大、中、小之分。小学生年龄虽小，人数却超过大、中学生之和。小学生又最爱学习，求知欲特别旺盛。因此，给小学生写一些好的课外读物是十分必要的，非常适时的。

北京101中学的老师热心智力开发，在业余时间举办讲座，从事小学生数学奥林匹克的教学。数年来，成绩斐然，深受各界欢迎。在这个基础上，他们将有关内容汇编成书。这套书，学有余力的小学生可在课外阅读，开拓眼界、增长智力；关心学生的家长，可用以培养孩子的学习兴趣与思维能力；中小学教师，开展课外活动，从中取材十分方便。

智力开发，切忌拔苗助长，急于求成。重要的是培养学生学习的兴趣。内容不可过深、过多、过难。应该坚持：“宁肯少些，但要好点”的方针，学生能搞懂一、两个问题或初步了解某种方法，就应予以鼓励。不要贪多求全，造成学生囫圇吞枣，消化不良。更不可挫伤了他们的积极性。

在各种数学竞赛中，北京的学生执全国的牛耳，这是广大师生共同努力的结果。我们希望北京的学生能够“百尺竿头，再进一步”。我们更希望看到各地的学生超越北京学生，形成多角鼎立之势。

如果这套小书能为你的进步带来帮助，我们将感到无限欣慰。

由于我们水平有限，加之时间仓促，错误和疏漏之处在

AB115/08

所难免，欢迎同学、老师、家长及一切有志于数学教育工作的同志批评指正。

单 增

1990年3月

目 录

第一讲	速算与巧算	(陈 平) (1)
第二讲	应用题 (一)	(张国蕙) (26)
第三讲	趣味的图形	(徐 成) (45)
第四讲	奇数与偶数	(司幼光) (86)
第五讲	数字问题	(杨志群) (102)
第六讲	逻辑推理	(张燕菱) (129)
第七讲	介绍乘方运算	(杨志群) (157)
习题与自测题答案		(164)

第一讲 速算与巧算

小朋友，下面这一组题，你能不能不动笔，用心算很快说出它们的结果呢？

口答：

1. $37 + 41 + 63 + 59$;

2. $736 - 278 - 422$;

3. 125×56 ;

4. $1500 \div 25 \div 4$.

上述口答题中的第一题，如果按部就班地顺着次序做加法运算，也能算出正确结果。比如：

$$\begin{aligned} 37 + 41 + 63 + 59 &= 78 + 63 + 59 \\ &= 141 + 59 = 200. \end{aligned}$$

但是，这种方法不易心算，比较慢。聪明的小朋友一定会想出下面的简便方法：

$$\begin{aligned} 37 + 41 + 63 + 59 &= (37 + 63) + (41 + 59) \\ &= 100 + 100 = 200. \end{aligned}$$

这种方法，可以不动笔，只用心算就得到结果。这就是巧算。只有巧算，才能达到速算的目的。同样，对于后三道题，我们也可以下面的方法巧算：

$$\begin{aligned} 736 - 278 - 422 &= 736 - (278 + 422) \\ &= 736 - 700 = 36. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 125 \times 56 &= 125 \times 8 \times 7 \\ &= 1000 \times 7 = 7000. \end{aligned}$$

$$1500 \div 25 \div 4 = 1500 \div (25 \times 4) \\ = 1500 \div 100 = 15.$$

小朋友，你们一定都希望自己算得又准又快，那么什么样的题可进行巧算呢？巧算的方法有没有科学根据呢？我们将在下面几节中回答这些问题。

第一节 加法中的巧算

同学们学过了加法的运算定律，即：

加法交换律： $a + b = b + a$ ；

加法结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

这两个定律是我们做加法巧算的主要根据。

两个数的和恰好凑成末尾带零的比较整的数，其中的一个数就叫做另一个数的“补数”。例如：

$$27 + 33 = 60,$$

$$51 + 49 = 100,$$

$$1271 + 4729 = 6000,$$

.....

在计算几个加数的和时，中间有互为补数的，根据加法的交换律、结合律，可以把它们先相加。这样，就可使运算快些。

例1 巧算下列各题：

(1) $36 + 87 + 64$ ；

(2) $99 + 136 + 101$ ；

(3) $1361 + 972 + 639 + 28$ 。

解 (1) 原式 $= (36 + 64) + 87$
 $= 100 + 87 = 187$ ；

$$(2) \text{ 原式} = (99 + 101) + 136$$

$$= 200 + 136 = 336;$$

$$(3) \text{ 原式} = (1361 + 639) + (972 + 28)$$

$$= 2000 + 1000 = 3000.$$

考虑如何巧算 $873 + 188$ 。这里没有补数，怎么办？我们可以把一个加数拆成两部分，使其中一部分是另一个加数的补数，互为补数的两数先加，其和再与另一部分相加。

$$873 + 188 = 861 + 12 + 188$$

$$= 861 + 200 = 1061.$$

例2 巧算下列各题：

$$(1) 996 + 548;$$

$$(2) 9898 + 203.$$

解 (1) 原式 $= 996 + 4 + 544$

$$= 1000 + 544 = 1544;$$

$$(2) \text{ 原式} = 9898 + 102 + 101$$

$$= 10000 + 101 = 10101.$$

有的同学可能会问，怎么能马上知道一个数，尤其是一个很大的数，它的补数是什么呢？这很简单，一个数的个位数与它的补数的个位数字相加是10；十位以上的各位数字相加是9。例如，12345，它的补数就是87655。

练习1

请你用简便的方法口答下列各题：

$$(1) 58 + 67 + 42;$$

$$(2) 75 + 39 + 25 + 61;$$

$$(3) 740 + 287 + 260;$$

$$(4) 12345 + 46801 + 87362 + 87655 + 53199 + 12638;$$

(5) $598 + 326$;

(6) $1989 + 534$.

下面给同学们讲一个故事：大约在200年前，德国有一位世界著名的数学家叫高斯。他上小学的时候，老师出了一个题目， $1 + 2 + \cdots + 99 + 100 = ?$ 小高斯看了看，又想了想，很快地说出了结果是5050。同学们，你们知道他是怎么算出来的吗？原来小高斯看出了下面这些关系： $1 + 100 = 101$ ； $2 + 99 = 101$ ； $3 + 98 = 101$ ； $\cdots$ 。一共有多少个101呢？100个数，每两个数一对，共有50个101。

$$(1 + 100) \times (100 \div 2) = 5050.$$

这样，由于高斯发现了巧算的方法，所以他最先得出了答案。因此，要想算得快、算得巧，不仅要掌握数与运算的性质，而且要善于观察，注意发现题目的特点。

你能用高斯的方法巧算下面的题吗？

(1) $51 + 52 + 53 + \cdots + 98 + 99 + 100$;

(2) $1 + 3 + 5 + \cdots + 15 + 17 + 19$;

(3) $5 + 10 + 15 + \cdots + 90 + 95 + 100$.

分析：

(1) 从51连续加到100共有50个加数，利用高斯的算法可以这样列式计算：

$$(51 + 100) \times (50 \div 2) = 151 \times 25 = 3775.$$

(2) 从1开始，以后每增加2，就出现一个加数，从1到19共增加 $19 - 1 = 18$ ，由于 $18 \div 2 = 9$ ，所以在1以后共出现了9个加数，连同1共10个加数。

$$(1 + 19) \times (10 \div 2) = 20 \times 5 = 100.$$

(3) 每一项都是5的倍数，从5开始，以后每增加5，

就出现一个加数，100是5的20倍，所以共有20个加数。

$$(5 + 100) \times (20 \div 2) = 105 \times 10 = 1050.$$

按一定次序排列的一列数叫做数列。数列中的数称为项，第一个数叫第一项，又叫首项。第二个数叫第二项，…，最后一个数叫这个数列的末项。

$$51, 52, 53, \dots, 100;$$

$$1, 3, 5, \dots, 19;$$

$$5, 10, 15, \dots, 100.$$

这三个数列都有共同的规律：从第二项起，每一项与它前面一项的差都相等，这样的数列叫等差数列。后项与前项的差叫该数列的公差。如第一个数列中，公差 = $52 - 51 = 1$ ；第二个数列中，公差 = $3 - 1 = 2$ ；第三个数列中，公差 = $10 - 5 = 5$ 。

从前面这三个等差数列求和的过程，可以总结出两个重要的公式，即：在等差数列中，

$$\text{总和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2,$$

$$\text{项数} = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1.$$

在等差数列求和时，可以应用上面的公式。

例3 计算下列各题：

$$(1) 2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100;$$

$$(2) 1 + 4 + 7 + \dots + 25 + 28;$$

$$(3) (2 + 4 + 6 + \dots + 100) - (1 + 3 + 5 + \dots + 99).$$

解

(1) 这是一个公差为2的等差数列求和。首项是2，末项是100，项数为50。

$$\text{和} = (2 + 100) \times (50 \div 2)$$

$$= 102 \times 25 = 2550.$$

(2) 这是一个公差为3、首项为1、末项是28的等差数

列求和。

$$\text{项数} = (28 - 1) \div 3 + 1$$

$$= 9 + 1 = 10,$$

$$\text{和} = (1 + 28) \times (10 \div 2)$$

$$= 29 \times 5 = 145.$$

(3) 本题有两种解法:

解法一:

$$\text{原式} = (2 + 100) \times (50 \div 2) - (1 + 99) \times (50 \div 2)$$

$$= 2550 - 2500 = 50.$$

解法二:

$$\text{原式} = \underline{(2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \cdots + (100 - 99)}$$

共有50个括号

$$= 1 \times 50 = 50.$$

请你比较一下,这两种解法哪一种更简便?

练习2

用简便方法计算下列各题:

(1) $19 + 20 + 21 + \cdots + 84$;

(2) $5 + 9 + 13 + \cdots + 81$;

(3) $1 + 8 + 15 + \cdots + 92$;

(4) $91 + 86 + 81 + \cdots + 6$.

习 题 一

1. 下列各题求和:

(1) $729 + 54 + 271$;

(2) $147 + 369 + 353 + 131$;

- (3) $6999 + 784$;
 (4) $8376 + 2538 + 7462 + 1624$;
 (5) $997 + 548 + 95$;
 (6) $1 + 2 + 3 + \cdots + 100$;
 (7) $11 + 14 + 17 + \cdots + 68$;
 (8) $2 + 6 + 10 + \cdots + 62$;
 (9) $(7 + 9 + 11 + \cdots + 25) - (5 + 7 + 9 + \cdots + 23)$;

2. 图1-1是一个堆放铅笔的V形架, 最下面一层放一支笔, 每往上一层多放一支, 最上面一层放120支。问这个V形架上一共放了多少支铅笔?

3. 求和:

- (1) $3 + 4 + 5 + \cdots + 99 + 100$;
 (2) $4 + 8 + 12 + \cdots + 32 + 36$;
 (3) $67 + 65 + 63 + \cdots + 5 + 3 + 1$.

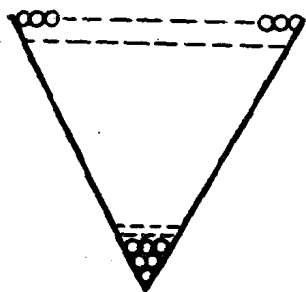


图 1-1

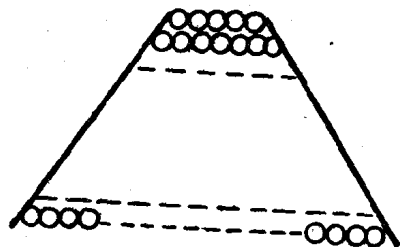


图 1-2

4. 有一堆粗细均匀的圆木, 堆成如图1-2形状, 最上面一层有五根圆木, 每向下一层增加一根, 最下面一层有33根, 问这堆圆木一共有多少根?

5. 某剧院有25排座位, 后一排都比前一排多2个座

位，最后一排有70个座位，问这个剧院一共有多少个座位？

(选作。提示：先求第一排有多少个座位。)

第二节 减法中的巧算

加法运算可以巧算，减法运算也可以巧算。

计算：

$$(1) 300 - 73 - 27;$$

$$(2) 5131 - (131 + 1008).$$

同加法一样，这两道题如果按步就班地算，虽然也能得出正确结果，但算得不快。有什么简便方法吗？当然有。例如：

$$(1) 300 - 73 - 27 = 300 - (73 + 27)$$

$$= 300 - 100 = 200;$$

$$(2) 5131 - (131 + 1008) = 5131 - 131 - 1008$$

$$= 5000 - 1008 = 3992.$$

这种巧算利用了减法的性质：

(1) 从某数中连续减去几个数，等于从这个数中减去这几个减数的和。即：

$$a - b - c - e = a - (b + c + e).$$

(2) 反过来，从某数中减去几个数的和，等于从这个数中连续减去这几个数。即：

$$a - (b + c + e) = a - b - c - e.$$

当几个减数中有互为补数的，可以把它们先加在一起，再从被减数中减去。例如上面的第(1)题就是这种做法。

有的时候，减数为几个数的和，而这几个数中有与被减

数的最后几位数相同的，那我们就可以先从被减数中减去这个数，然后再做其余的运算。例如上面的第(2)题。

例1 利用简便方法计算下列各题：

(1) $513 - 56 - 44$;

(2) $1989 - 437 - 563$;

(3) $4723 - (723 + 189)$;

(4) $2356 - (256 + 159)$ 。

解

(1) 原式 $= 513 - (56 + 44)$

$$= 513 - 100 = 413;$$

(2) 原式 $= 1989 - (437 + 563)$

$$= 1989 - 1000 = 989;$$

(3) 原式 $= 4723 - 723 - 189$

$$= 4000 - 189 = 3811;$$

(4) 原式 $= 2356 - (256 + 100 + 59)$

$$= 2356 - 356 - 59$$

$$= 1941.$$

例2 计算下列各题：

(1) $1308 - (308 - 149)$;

(2) $5283 - (283 - 198)$;

(3) $3765 + 4998$;

(4) $5561 - 4998$;

(5) $1308 - 359 + 59$ 。

解

(1) 原式 $= 1308 - 308 + 149$

$$= 1000 + 149 = 1149;$$

(2) 原式 $= 5283 - 283 + 198$

$$= 5000 + 198 = 5198;$$

$$(3) \text{ 原式} = 3765 + (5000 - 2)$$

$$= 3765 + 5000 - 2$$

$$= 8765 - 2 = 8763;$$

$$(4) \text{ 原式} = 5561 - (5000 - 2)$$

$$= 5561 - 5000 + 2$$

$$= 561 + 2 = 563;$$

$$(5) \text{ 原式} = 1308 - (359 - 59)$$

$$= 1308 - 300 = 1008.$$

例2第(1), (2)题, 利用的是减法的另一条性质: 一个数减去两个数的差, 等于从这个数中减去第二个数, 然后加上第三个数。即:

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

例2中的(3), (4)题是先将加数或减数化成整十、整百、整千的数(与另一个数的差), 再利用减法的性质进行运算。

例2中的(5)题也利用了一条运算性质: 第一个数减去第二个数, 再加上第三个数, 等于从第一个数减去第二个数与第三个数的差。即:

$$a - b + c = a - (b - c).$$

在连减或加减混合运算中, 可以象连加中使用加法的交换律一样交换减数、加数的位置。但必须在交换位置时, 连同前面的运算符号一起“搬家”, 运算的结果就不会改变。总之, 通过改变运算顺序和利用运算性质可使运算简便。

例3 计算:

$$(1) 6100 - 1 - 2 - 3 - \dots - 100;$$

$$(2) 1000 - 3 - 6 - 9 - \dots - 54.$$

解

$$\begin{aligned}(1) \text{ 原式} &= 6100 - (1 + 2 + 3 + \cdots + 100) \\ &= 6100 - (1 + 100) \times (100 \div 2) \\ &= 6100 - 101 \times 50 \\ &= 6100 - 5050 = 1050;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \text{ 原式} &= 1000 - (3 + 6 + 9 + \cdots + 54) \\ &= 1000 - (3 + 54) \times (18 \div 2) \\ &= 1000 - 57 \times 9 = 487.\end{aligned}$$

当一个数连续减去几个数，这些减数组成等差数列时，可以先求这些减数的和，再从被减数中减去这个和。

例4 某校共10个班，各班人数分别为54, 47, 51, 52, 48, 50, 49, 53, 51和48，求全校总人数。

分析与解 当许多大小不同彼此又比较接近的数相加时，可选择其中一个数——最好是整十、整百、整千、…的数作为计算的基础，再找出每个加数与这个数（叫做基准数）的差。大于基准数的作为加数，小于基准数的作为减数，把这些差累计起来。用加数的个数乘基准数，加上累计差，就是答案。在本例中我们选50为基准数，则有：

$$\begin{aligned}54 + 47 + 51 + 52 + 48 + 50 + 49 + 53 + 51 + 48 \\ &= 50 \times 10 + (4 + 1 + 2 + 3 + 1) - (3 + 2 + 1 + 2) \\ &= 500 + 11 - 8 = 503.\end{aligned}$$

例5 计算 $995 + 996 + 997 + 998 + 999$ 。

解 我们选1000为基准数，则：

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 1000 \times 5 - (5 + 4 + 3 + 2 + 1) \\ &= 5000 - 15 = 4985.\end{aligned}$$

或者选997为基数，则：

$$\text{原式} = 997 \times 5 - 2 + 2 - 1 + 1 = 4985.$$