高等学校试用教材

机电能量转换

山东工业大学　孟传富
浙 江 大 学　钱庆镳　编

机械工业出版社

高等学校试用教材

机电能量转换

山东工业大学　孟传富
浙　江　大　学　钱庆镳
编

机械工业出版社

（京）新登字054号

本书从能量守恒定律出发，阐明了机电能量转换的基本原理，通过机电类比，获得了建立机电动力学系统运动方程式的基本方法，还着重介绍了通过机电类比和状态变量法对机电动力学方程的求解过程；同时，全面系统地对直流电机、异步电机和同步电机的动力学问题分别进行了讨论。

本书是高等工科院校电机及其控制专业本科选修课教材，亦可供该专业研究生及其它电力类、电气控制类专业学生或研究生及有关工程技术人员参考。

机电能量转换

山东工业大学　孟传富
浙江大学　钱庆镳　编

*

责任编辑：赵爱宁　责任校对：丁丽丽
封面设计：郭景云　版式设计：冉晓华
责任印制：卢子祥

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）
邮政编码：100037
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
北京市房山区印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张10 1/2 ·字数 256 千字
1993年10月北京第1版·1993年10月北京第1次印刷
印数 0 001—3 600·定价：5.50元

*

ISBN 7-111-03666-2/TM·463（课）

前　言

本书是根据1985年5月在青岛召开的高等学校电机专业教材编委会扩大会议决议及次年3月在济南召开的《机电能量转换》编写大纲讨论会所制订的“机电能量转换”编写大纲编写的。

本书是高等工科院校电机及其控制专业的选修课教材，全书共分六章，前三章叙述机电能量转换的一般问题，主要包括机电能量转换的原理、机电能量转换的条件、机电类比、机电动力学系统运动方程的建立及求解等，上述内容可使读者对机电能量转换装置中的能量转换机制以及对其动力学问题的分析和求解方法有一个整体和综合的概念。后三章是各种机电装置的动力学，包括直流电机、异步电机和同步电机的动力学；这些内容可使读者学会对不同机电装置动力学问题进行分析，并了解它们各自的动力学特性。书中各章均附有习题，便于学习时参考。

本书由山东工业大学孟传富教授和浙江大学钱庆镳副教授共同编写，孟传富教授编写绪论及第一、二、三、四章，钱庆镳副教授编写第五、六章，孟传富教授对全书作了统稿工作，周虎丞教授对编写本书给予了大力协助。

本书由哈尔滨电工学院汤蕴璆教授主审，汤蕴璆教授对全书的体系以及各章节如何精选内容、精练文字等各方面，都提出了许多宝贵意见，对此编者表示衷心感谢！本书的编写还得到太原工业大学熊大慰教授、浙江大学许大中教授、沈阳工业大学唐仁远教授、合肥工业大学姚守猷教授、山东工业大学胡颂尧教授和连义臣副教授等的关心和支持，在此一并表示谢意！

由于水平所限，书中缺点和错误在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

目 录

绪　论

一、机电能量转换的发展简史

机电能量转换是研究电气与机械相互耦合的系统中能量传递与转换规律的一门学科，它是继承传统的电机学，把30年代以来各国学者对此问题的研究加以综合而发展起来的。关于这方面书籍的正式出版，开始于1959年美国麻省理工学院（MIT）怀特（White）与伍德森（Woodson）两人的著作。

第二次世界大战期间，新技术的发展使电机工程领域产生了很大变化，面对这种新情况，麻省理工学院电机工程系的教授会议对该系的教学计划进行过重新评价，于1952年产生了新的课程草案，并且组织力量，使其得以实施。1952年冬，该院在四年级学生中开始讲授有关机电能量转换方面的课程，那时的讲稿材料由集体编写，几经修改，才于1959年出版了名为《机电能量转换》的书。怀特和伍德森的《机电能量转换》一书的问世，确立了它在大学教科书中的地位，该书在论述基本概念时比较深入，同时又从相当普遍的观念来论述机电能量转换装置，旋转电机只作为这种装置的重要实例，使读者从根本上洞悉机电装置的动力学，并为将来推广到其它领域奠定了基础。

60年代以后，有关机电能量转换方面的著作如雨后春笋，不仅有机电能量转换或类似标题为名的教科书或参考书，而且以矩阵或张量分析电机为名的书目也屡见不鲜。据初步统计，这方面的著作约有30种之多，其中有代表性的著作主要有：1962年出版的施莱(Selly)的《机电能量转换》，1963年出版的宫入庄太的《机电能量转换》，1964年出版的汉考克（Hancook）的《电机的矩阵分析》等，这些著作主要作为大学高年级或研究生教材之用。在这段时间里，《机电能量转换》对我国也逐渐产生了影响，原文书刊的复印出版、中文译本的发行（例如1964年上海科技出版社出版发行了由曾继铎翻译的怀特和伍德森的《机电能量转换》）、学术论文的发表以及自编教材的撰写等，都是这方面的反映，这些足以说明：我国电工学术界和教育界，在当时对于机电能量转换这个学科已十分关心和重视。

70年代以后，有关机电能量转换方面的出版物虽处于稳定饱和状态，但随着生产的不断发展和科学技术的日新月异，仍时有新著作出现。这期间的新著具有下列特点：

1）动态系统多采用状态变量表示法。60年代以前，动态系统的经典解法是采用传递函数或频率特性，这种方法只适用于线性系统；而用60年代以后发展起来的状态方程法有下列优点：一是状态方程只用一阶微分方程，数学上对它的求解已有熟知的解析法和数值计算法，并且用计算机时有典型的计算程序；二是它既可以用于线性系统，也能用于非线性系统；三是便于用系统理论中关于分析稳定性等方面熟知的方法。这种方法随着电子计算机的普遍应用而受到重视。

2）对于机电耦合系统的阐述，有些作者力求避免过多、过繁的数学运算，少用一些为了严格而引用的数学术语。

3）对于电机课题的分析，除综合论述一般共同性的问题外，仍然按机种分别研究其稳态运行与动态行为。

4）把电机与半导体变换装置结合在一起讲，内容比较新颖，更切合当前的实际应用。

5）还有一个各走极端的趋势，或是用十分简短的篇幅介绍几种常用的电机，或是用更概括、更具普遍性的电磁场理论分析机电能量转换问题等。

自1978年以来，我国电工学术界和教育界又重新开始了对机电能量转换理论和教学的研究，1981年首先出版了汤蕴璆主编的《电机学——机电能量转换》，该书是采用机电能量转换体系编写的一本新的电机学教材，该书先阐述机电能量转换的基本原理、机电系统的运动方程及其解法，然后介绍旋转电机中的电动势、磁通势、电磁转矩以及机电能量转换的条件，使读者一开始就对机电能量转换装置中能量转换的机制以及分析和解决问题的方法有一个整体和综合的概念。对于像饱和、谐波、开槽的影响以及发热和冷却等一些共同性的工程问题，合并在一起扼要介绍，而在阐述具体电机的原理和运行时，则分成稳态和动态两部分。考虑到与电工原理等课程的联系，在阐述旋转电机之前，尚介绍了磁路和变压器的有关内容。除《电机学——机电能量转换》外，我国不少高校也相继撰写了不少机电能量转换的自编教材或讲义，并进行了教学实践。1982年，有关方面还邀请国外学者来华进行机电能量转换方面的学术交流，大大促进了国内学术活动的开展。

二、课程的任务

电机是一种机电能量转换装置，它也是电力系统、自动控制系统中的一个元件。掌握电机的基本理论，是对电机专业本科学生的一个基本要求。传统电机学的理论体系虽易于被初学者接受和掌握，但其理论体系也有明显的不足之处，这主要表现在：

1）对各类电机的个性论述有余，但对其共性讨论不足。

2）对稳态讨论充分，对动态行为的分析过简。

3）概念的建立只局限于电机本体内，缺乏系统观点等。

本课程的设置，可以大大弥补传统电机学的不足。通过本课程的学习，将使学生在已了解了电机个性的基础上概括出它们的共性，了解各类电机遵循的一些共同规律，并将这些规律推广到其它类型的机电装置上，使学生在已熟悉稳态行为的情况下，深入了解其动态行为，因此，本课程是传统电机学的发展，但其分析方法较为新颖，更符合当前电机及其控制新技术的发展需要。

为用统一的分析方法来论述各类常用电机的特性，一般说来，常采用下列三种方法：

1）应用力律（电学中的基尔霍夫定律和力学中的达朗贝尔原理）。

2）根据电磁场理论，应用麦克斯韦方程组。

3）通过汉密尔顿原理，导出机电系统的拉格朗日方程，再去获得系统的运动方程。

从数学物理方法上看，前两种方法属于微分原理法，后者为变分原理法，同时，它们之间也并非完全无关。本教材主要采用第三种方法，该方法虽数学的应用较多，物理意义不甚明显，但这种方法简洁而且规范化。另外，在分析中还应用了矩阵、传递函数、框图等数学方法和技巧，这不仅方便了对近代电机有关文献的阅读，而且还有利于使用电子计算机求解。

学习本课程后，应达到下列基本要求：

1）对机电能量转换装置中的能量关系、耦合场、感应电动势、电磁力在能量转换中的作用以及机电装置运动方程的建立和一般解法，有一个基本的了解。

2）掌握各种电机的共性，诸如电动势、电磁转矩的产生和算法、机电能量转换的条件以及旋转电机的分析方法等。

3）能正确地建立电机的动态方程，并能根据课题要求和初始条件，对动态方程进行数字计算机仿真。

第一章　机电能量转换的基本原理

在人们的生产实践和科学实验中，有许多将其它形式的能量转换成电能或将电能转换成其它便于利用的能量形式的装置，其中，将机械能转换成电能或将电能转换成机械能的装置，称为机电能量转换装置或机电换能器。

机电能量转换装置可分为三类。

（1）机电信号变换器（简称变换器）　它们的功能是实现机电信号的转换，是在小信号下工作的传感器，用于测量和控制装置中，例如扩音器、扬声器、测速发电机和伺服电动机等。

（2）动铁换能器　它们的功能是产生机械力，使装置的可动部分在小范围内移动，主要用于对电气设备或机械装置的切换、控制、传送和保护等，例如接触器、继电器、螺管传动机构和电磁吸力装置等。

（3）连续机电能量转换装置　它们将机电能量连续地进行转换，例如发电机和电动机。

各种机电能量转换装置的作用和结构各有差别，但其基本原理却是类似的，之所以能发生机电能量的转换都是由于电磁场和运动的载电物体（通常为载流导体）相互作用的结果。在这里，发生“运动”是机电能量转换过程的主要特征。我们所指的运动包括两个方面：机械的和电的。机械运动是指一个回路（电的、磁的或电磁的）对另一个回路在位置上发生的变化；电的运动是指回路内的电流、电压和磁链发生的变化。描述这些（机械的和电的）运动的数学方程为机电系统的运动方程。

本章主要研究机电能量转换的基本原理，着重介绍机电能量转换过程和耦合场的作用以及实现机电能量转换的条件等。通过本章的学习，希望能对各种机电能量转换装置中能量转换的机制有一个较系统和完整的了解。

§1-1　机电能量转换的物理基础及能量关系

一、物理基础

目前，绝大多数机电能量转换装置都是以磁场作为耦合场的电磁式装置，这类机电能量转换装置的工作基于：①电磁感应定律，②电磁力定律，③能量守恒定律。

1．电磁感应定律

设有一线圈位于磁场中，且有磁力线穿过线圈并与之匝链，则当该线圈中的磁链 ψ 发生变化时，便将在线圈中产生感应电动势。当把感应电动势的参考方向与磁通的参考方向规定得符合右手螺旋定则时，用数学公式表达，电磁感应定律可写为

$$e=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} \tag{1-1}$$

如所有的磁通都匝链于线圈的全部匝数，则式（1-1）化为

$$e = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{1-2}$$

式中　N——线圈串联匝数；

　　Φ——磁通。

线圈中磁链的变化，可能有两种不同的方式：①磁通本身就是由交流电流所产生，也就是说，磁通本身在变化着；②磁通本身虽不变化，但由于线圈与磁场间有相对运动而使线圈中的磁链变化。这样，普遍说来，任何磁链的总微增量$\mathrm{d}\psi$必为

$$\mathrm{d}\psi = \frac{\partial\psi}{\partial t}\mathrm{d}t + \frac{\partial\psi}{\partial x}\mathrm{d}x \tag{1-3}$$

由此可得感应电动势为

$$\begin{aligned} e &= -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ &= -\frac{\partial\psi}{\partial t} - v\frac{\partial\psi}{\partial x} = e_t + e_r \end{aligned} \tag{1-4}$$

式中　v——导体与磁场间的相对速度，$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$。

由此可知，感应电动势e可分为两部分：$e_t = -\frac{\partial\psi}{\partial t}$，称为变压器电动势；$e_r = v\frac{\partial\psi}{\partial x}$，称为速率电动势或运动电动势（旋转电动势）。

2．电磁力定律

设有一载流导体处于磁通密度为B的磁场中，则该载流导体要受到电磁力的作用。若磁场与导体相互垂直，则电磁力定律的数学表达式为

$$F = Bli \tag{1-5}$$

式中　B——导体所在处的磁通密度；

　　l——导体在磁场中的长度；

　　i——导体电流。

电磁力的方向由左手定则确定。

多数电机作旋转运动，设所研究的导体位于电机的转子上，如把导体上所受到的切向电磁力乘以从导体到旋转轴心的距离r，便得到电磁转矩T，即

$$T = Blri \tag{1-6}$$

3．能量守恒定律

在质量守恒的物理系统中，能量既不能产生，也不能消灭，而只能改变其存在的形态，这就是能量守恒定律。

在机电系统中，无论是起着将电能转换为机械能作用的机电装置（电动机），还是将机械能转换成电能的机电装置（发电机），它们在能量转换过程中，都必须遵守能量守恒定律。

上述电磁感应定律、电磁力定律和能量守恒定律是机电能量转换装置运行的物理基础。

二、机电能量转换过程中的能量关系

如前所述，任何机电装置都由电系统、机械系统和联系两者的耦合电磁场组成。由于通常机电系统的频率和运动速度较低，于是电磁辐射可以忽略不计，此时，根据能量守恒定律，可以写出机电装置的能量方程式为

输入的电能＝耦合场中储能的增量＋能量损耗＋输出的机械能　　　（1－7）

式（1-7）是针对电动机作用写出的，对于发电机作用，输入的电能和输出的机械能两者皆取负值。

式（1-7）中的能量损耗，通常分为三类：一类是电系统（绕组）内部的电阻损耗；另一类是机械部分的摩擦损耗和通风损耗，统称为机械损耗；还有一类是磁场或电场在介质内产生的损耗，例如时变磁场在铁心内产生的磁滞和涡流损耗，电场在绝缘材料内产生的介质损耗等。所有这些损耗，大都变为热能而散出。

如果将以上三类损耗分别归并到相应的能量项中去，式（1-7）可改写成如下形式

（输入的电能－电阻损耗）＝（耦合场中磁能的增量＋介质损耗）＋（输出的机械能＋机械损耗）　　　（1－8）

式(1-8)左端为扣除电阻损耗后输入耦合场的净电能；等式右边第一项为耦合场吸收的总能量，包括耦合场中储能的增量和介质中的能量损耗；第二项则为转换成机械能的全部能量，包括输出的有效机械能和系统内部的机械损耗。

将各项能量写成时间dt的微分形式时，式(1-8)可改写为

$$dW_e = dW_f + dW_{mech} \tag{1-9}$$

式中　dW_e——在时间dt内输入耦合场的净电能；

dW_f——在时间dt内耦合场吸收的总能量；

dW_{mech}——在时间dt内转换成机械能的总能量。

与式(1-9)相对应的能量图示于图1-1。

应当指出，虽然在能量转换过程中总有损耗伴随产生，但是损耗并不影响能量转换的基本过程。能量转换过程是由耦合场的变化对电系统和机械系统的反应所引起的。前面我们将损耗分类并进行相应的归并和扣除，即使式(1-7)化为式(1-9)，实质上相当于把损耗移出，使装置抽象成无损耗的机电系统，这既突出了问题的核心——耦合场对电系统和机械系统的反应，并导出相应的机电耦合项，又使过程成为单值、可逆和便于定义系统的状态函数，给分析工作带来很大方便。

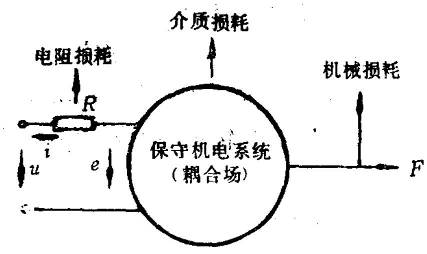


图1-1　时间dt内的能量关系

三、保守系统与状态函数

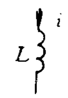
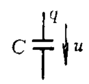
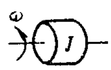
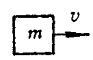
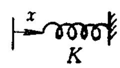
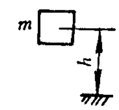
在理想的物理系统中，有许多无损耗、可储能的元件，如表1-1所示。例如，在电系统中，线圈通电流时会产生磁场来储存一定的磁能；而电容器充电时会产生电场来储存一定的电场能。在机械系统中，旋转体或平移运动的物体会储存一定的动能，弹簧被外力F压缩x长度时，所加的能量Fx会以位能形式储存起来；被升高的静物储存着位能等等。以上这些元件在一定的条件下可以储存能量，当条件变化时又可以部分或全部释放所储存的能量，它自身并不消耗能量，故称之为储能元件。全部由储能元件所组成的，与周围系统没有能量交换的自守物理系统称为保守系统。

当把决定储能元件储能大小的变量全部用x表示时，如表1-1中的磁能改写为$W=$

$\frac{1}{2}Lx^2$，电场能量改写成$W=\frac{1}{2}\ \frac{x^2}{C}$等等，这样，整个保守系统的能量$W$可表示为

$$W=W(x_1,\ x_2,\ \cdots) \tag{1-10}$$

表1-1　储能元件及其储能

电系统		机械系统			
空心线圈	电容器	旋转体	平移运动	弹簧	静物
					
$W=\frac{1}{2}Li^2$	$W=\frac{1}{2}Cu^2$	$W=\frac{1}{2}J\omega^2$	$W=\frac{1}{2}mv^2$	$W=\frac{1}{2}kx^2$	$W=mgh$
L：电感 i：电流	c：电容 u：电压 q：电荷	J：转动惯量 ω：旋转角速度	m：质量 v：速度	k：刚性常数 x：伸缩长	h：高度 g：重力加速度

由此可见，保守系统的全部储能W是x_i（$i=1,2,\cdots$）的函数，它仅与x_i的即时状态有关，而与达到x_i状态的经过无关。描述系统即时状态的一组独立变量x_i，称为状态变量。由一组状态变量所确定的、描述系统即时状态的单值函数，例如储能W，称为系统的状态函数。

正如磁场对铁磁物质或载流导体有力的作用，使其运动做功以显示磁场具有储能那样，储能元件处于储能状态时，对外会表现出力或电压（广义的力）的作用。例如弹簧力$F=Kx=\sqrt{2KW}$；电容器上的电压$u=\sqrt{2\frac{W}{C}}$。凡是与储能有关，并能以储能的函数表达的力或电压，都称为保守力，按式（1-10），保守力可表示为

$$F=F(x_1,\ x_2,\ \cdots) \tag{1-11}$$

它也是状态函数。

保守系统的特点是：其储能以及与储能相联系的保守力都是状态函数，两者都仅与系统的即时状态有关，而与系统的历史以及达到即时状态的路径无关。这是下面分析磁场储能和电磁力的依据之一。

前面提及的无损耗机电系统，若割断它与周围的联系就是一个保守系统。若考虑到系统的损耗以及与周围的能量交换，则实际机电系统都是非保守系统，并且除保守力外，还有与状态变量无关的力，后者称为非保守力，如电源电压、外施机械力以及摩擦力等。

§1-2　单边激励的机电装置

单边电磁式装置是最简单的机电装置，它主要包括大多数的动铁换能器和部分机电信号变换器。各类机电装置的基本机理都是类似的，但单边激励机电装置的结构简单，便于分析，故本节先以该类装置为分析对象。

一、电能输入

图1-2为一电磁铁，是一种最简单的以磁场作为耦合场的机电装置，该装置由固定铁心、可动铁轭以及两者之间的气隙组成一个闭合磁路，并通过套装在固定铁心上的一个线圈从电源输入电能。

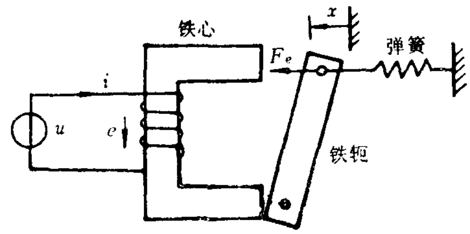


图1-2　电磁铁

在图1-2中，设电源电压为u，电路中的电流为i，线圈电阻为R。在时间$\mathrm{d}t$内，由电源输入的总电能应为$ui\mathrm{d}t$，电阻R上的电能损耗为$i^2R\mathrm{d}t$，这样，在时间$\mathrm{d}t$内，从电源输入到耦合场的净电能$\mathrm{d}W_e$应为

$$\mathrm{d}W_e = ui\mathrm{d}t - i^2R\mathrm{d}t = (u - iR)i\mathrm{d}t \tag{1-12}$$

在向耦合场输入电能的同时，磁场将发生变化，并对电路作出反应。设线圈的磁链为ψ，根据电磁感应定律，ψ变化而在线圈内产生的感应电动势e为

$$e = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

根据基尔霍夫第二定律，电路的电压方程应为

$$u = iR - e = iR + N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{1-14}$$

将上式代入式（1-12），可得输入耦合场的净电能$\mathrm{d}W_e$为

$$\mathrm{d}W_e = -ei\mathrm{d}t = i\mathrm{d}\psi = Ni\mathrm{d}\Phi = F\mathrm{d}\Phi \tag{1-15}$$

式中　F——线圈磁通势，其表达式为$F = Ni$。

式（1-15）说明：耦合场内能量的输入是通过磁场和线圈内的磁通量发生变化而在线圈内产生感应电动势e来实现的，换言之，产生感应电动势e是耦合场从电源输入电能的必要条件。

对于机电装置，磁链随电流和可动部分的移动（或偏转）而变化，即$\psi = \psi(i, x)$或$\psi = \psi(i, \theta)$，于是，根据式（1-4），此时的感应电动势为

$$e = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial i}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right) \tag{1-16}$$

式中，右端第一项为变压器电动势，第二项是由可动部分运动引起的运动电动势。

对于线性系统有

$$\psi = L(x)i \tag{1-17}$$

式中，$L(x)$为系统的电感，它仅是位移x的函数，因此，在线性系统情况下，式（1-16）可改写为

$$e = -\left[L(x)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right] \tag{1-18}$$

如将式（1-18）代入式（1-15），则得线性系统下输入的净电能为

$$\mathrm{d}W_e = \left(L(x)i\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i^2\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)\mathrm{d}t \tag{1-19}$$

对于静止电路，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0$，因此，在静止电路情况下，式（1-19）成为

$$dW_e = L(x)i\mathrm{d}x = \frac{1}{2}L(x)i^2 \tag{1-20}$$

式（1-20）说明，此时输入的净电能全部转换成磁场能量而储存着，不存在机电能量间的相互转换。

对于机电装置所形成的“动态电路”，其运动电动势将不等于零，同时，随着可动部分的运动，意味着机电系统有机械能量输出。此时运动电动势将成为机电系统中机电耦合项的一个方面。

二、磁场储能

前已述及，若装置的可动部分（铁轭）固定，没有机械运动，则耦合场从电源输入的电能全部变为磁场储能，于是

$$dW_e = dW_f = i\mathrm{d}\psi = F\mathrm{d}\Phi \tag{1-21}$$

若磁通由0增长到Φ，相应的线圈磁链为ψ，则磁场储能W_f应为

$$W_f = \int_0^\psi i\mathrm{d}\psi = \int_0^\Phi F\mathrm{d}\Phi \tag{1-22}$$

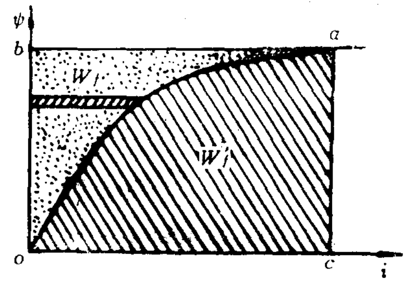


图1-3 磁能与磁共能

式（1-22）对线性或非线性系统均适用。若磁路的ψ-i曲线如图1-3所示，则面积$oabo$就可以代表磁场储能。

式（1-21）中，磁链是自变量，若以电流为自变量，对磁链进行积分，则可得到

$$W_f' = \int_0^i \psi\mathrm{d}i = \int_0^F \Phi\mathrm{d}F \tag{1-23}$$

W_f'就称为磁共能。从图1-3可见，磁共能可用面积$oaco$来表示，且磁共能与磁能之和等于

$$W_f + W_f' = i\psi = F\Phi \tag{1-24}$$

由图1-3可见，在一般情况下，磁能和磁共能互不相等。

若所研究的磁路为线性（或工作在线性部分），磁通Φ与磁通势F成正比，$\Phi = \Lambda F$，$\psi = Li$，在这种情况下，磁能与磁共能相等，即

$$W_f = W_f' = \frac{1}{2}i\psi = \frac{1}{2}F\Phi \tag{1-25}$$

用电感和磁阻表示时，上式亦写成

$$W_f = W_f' = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}R_m\Phi^2 \tag{1-26}$$

实际上，磁场储能分布在磁场所在的整个空间。对于磁导率μ等于常数且无损耗的磁性介质，单位体积内的磁场储能（即电磁能密度）w_f应为

$$w_f = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu} \tag{1-27}$$

式（1-27）表明，在一定的磁感应强度下，介质的磁导率越大，磁场的储能密度就越小。因此，对于通常的机电装置，当磁通从0开始上升时，大部分的磁场能量将储存在磁路的气隙中；当磁通减小时，大部分的磁场储能将从气隙通过电路释放出来。铁心中的磁场储能很少，通常可以忽略不计。

需要指出：上面的磁场能量公式虽然是在铁轭不动的情况下导出的，但因磁场能量仅与磁场的即时状态有关而与达到该状态的过程无关，故在铁轭运动时，式（1-22）仍然成立。

当铁轭运动时，在时间dt内，若铁轭的位移为dx，磁链的变化为$d\psi$（电流的变化为di），则磁能的总变化量dw_f是全微分，磁共能也是一样。此时，若以磁链为自变量，则

$$dW_f=\frac{\partial W_f(\psi,x)}{\partial\psi}d\psi+\frac{\partial W_f(\psi,x)}{\partial x}dx \tag{1-28}$$

对磁共能，若以电流为自变量，则

$$dW_f'=\frac{\partial W_f'(i,x)}{\partial i}di+\frac{\partial W_f'(i,x)}{\partial x}dx \tag{1-29}$$

对于线性情况，式（1-28）、（1-29）亦可写成

$$dW_f=dW_f'=Lidi+\frac{1}{2}i^2\frac{\partial L}{\partial x}dx \tag{1-30}$$

三、磁场力与机械能输出

在图1-2中，由于气隙中存在磁场，所以面对气隙的铁轭面上将受到磁场力F_e的作用。因此，为了保证铁轭在某一位置上固定不动，必须有外加的机械力源（弹簧等）。在静止状态下，如不考虑摩擦力，则磁场力F_e和机械力F_{mech}相平衡，即

$$F_e=F_{mech} \tag{1-31}$$

如果在磁场力的作用下，铁轭移动距离为dx，则磁场将对铁轭做功dW_{mech}。由于如图1-2所示，磁场力F_e与位移dx方向一致，所以

$$dW_{mech}=F_e dx \tag{1-32}$$

由于机械力F_{mech}和位移dx方向相反，因此，机械源所做的功为负的，即此时机械源吸收能量。在铁轭不产生加速运动时，机械源吸收的能量为

$$dW_{mech}=F_e dx=F_{mech}dx \tag{1-33}$$

将式（1-33）代入式（1-32），并考虑到式（1-9），得

$$dW_e=id\psi=dW_f+F_{mech}dx \tag{1-34}$$

式（1-34）中，如果铁轭静止，即$dx=0$，则

$$dW_e=id\psi=dW_f \tag{1-35}$$

式（1-35）说明，此时的磁场能量变化全部由电源供给，这一点与前面所讨论的结论一致。

如果磁链不变，即$d\psi=0$，则此时的磁场能量变化全部由机械源供给，这种情况下，式（1-34）成为

$$dW_f=-F_{mech}dx \tag{1-36}$$

既然ψ与x的变化都能引起磁场能量的变化，因此，磁场能量是ψ和x的状态函数，即$W_f=W_f(\psi,x)$。当把W_f当作状态函数时，其微分$dW_f(\psi,x)$在数学上可用下列偏微商表示，即

$$dW_f(\psi,x)=\frac{\partial W_f}{\partial\psi}d\psi+\frac{\partial W_f}{\partial x}dx \tag{1-37}$$

但是，由式（1-34）知，磁场能量的微分为

$$dW_f(\psi,x)=id\psi-F_{mech}dx \tag{1-38}$$

由于变量ψ和x是独立的，所以式（1-37）与式（1-38）中的对应系数相等，即

$$i=\frac{\partial W_f(\psi,x)}{\partial\psi} \tag{1-39}$$

$$F_{mech}=F_e=-\frac{\partial W_f(\psi,x)}{\partial x} \tag{1-40}$$

式（1-40）就是单边激励电磁式机电装置磁场力的计算公式，它对线性与非线性系统均适用。

如果以电流i和位移x作为独立变量，则磁场力f_e可以从磁共能导出。磁共能的微分可以写成

$$dW'_f(i,x)=\frac{\partial W'_f}{\partial i}di+\frac{\partial W'_f}{\partial x}dx \tag{1-41}$$

根据式（1-24），磁共能W'_f可以写成为

$$W'_f=i\psi-W_f \tag{1-42}$$

将上式微分得

$$dW'_f=id\psi+\psi di-dW_f \tag{1-43}$$

又因为$dW_f=id\psi-F_{mech}dx$，将此式代入式（1-43），得

$$dW'_f=\psi di+F_{mech}dx \tag{1-44}$$

式（1-41）与式（1-44）中的对应系数应该相等，即

$$\psi=\frac{\partial W'_f(i,x)}{\partial i} \tag{1-45}$$

$$F_e=F_{mech}=+\frac{\partial W'_f(i,x)}{\partial x} \tag{1-46}$$

式（1-45）便是通过磁共能求磁场力的关系式。该式对线性和非线性系统均适用。

以上所得的都是直线运动情况，对于旋转运动，只要做如下的变动即可

位移 $x\rightarrow$转角θ

力 $F\rightarrow$转矩T

经上述变换后，转矩T的表达式为

$$T=-\frac{\partial W_f(\psi,\theta)}{\partial\theta} \tag{1-47}$$

$$T=+\frac{\partial W'_f(i,\theta)}{\partial\theta} \tag{1-48}$$

四、机电能量转换过程

如把式（1-28）中的dW_f和式（1-40）中的F_e代入式（1-34），可得

$$dW_e=\left(\frac{\partial W_f}{\partial\psi}d\psi+\frac{\partial W_f}{\partial x}dx\right)+F_{mech}dx \tag{1-49}$$

在式（1-49）中，根据前面的讨论知，

$$\left.\begin{aligned}&dW_e=id\psi\\&\frac{\partial W_f}{\partial\psi}=id\psi\\&F_{mech}dx=-\frac{\partial W_f}{\partial x}dx\end{aligned}\right\} \tag{1-50}$$