

高等学校教学用书

# 重力选矿

冶金工业出版社

高等学校教学用书

# 重力选矿

东北工学院 孙玉波 主编

冶金工业出版社

531531

高等学校教学用书

**重力选矿**

东北工学院 孙玉波 主编

\*

冶金工业出版社出版

(北京灯市口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

\*

787×1092 1/16 印张 19 3/4 字数 473 千字

1982年7月第一版 1982年7月第一次印刷

印数00,001~4,100册

统一书号: 15062·3867 定价2.05元

## 前 言

本书是根据一九七七年冶金高等院校教材会议制订的选矿专业教学计划和《重力选矿》课程教学大纲编写的。

我国对重力选矿的应用有悠久的历史,解放以后又在工艺技术上有许多创新。近年来,随着整个科学技术的进步和矿物资源的大量开发利用,有关重选理论的研究和生产也有了很大的发展。本书在编写过程中尽可能地吸收了现代的理论研究成果,并以此为基础阐明各项工艺原理。全书将基础理论部分集中在前半部,按照颗粒的垂直沉降、重力分层、斜面流和回转流的体系阐述。工艺方法放在后半部,以反映我国的技术成就和实践性规律为主,并适当地介绍了生产设备。

书中的量度单位原则上采用国际单位制,但考虑到我国目前的实际情况,同时也辅以厘米、克、秒单位制。

参加本书编写的有东北工学院孙玉波(第一、二、三、四、五及十二章),江西冶金学院王文(第六、八章),中南矿冶学院许德明(第七、十章)和昆明工学院汪廷煌(第九、十一章)。由孙玉波担任主编,对全书作了统一整理和修改。由于编者的水平有限,书中难免会有缺点及错误,恳切希望读者批评指正。

本书在编写过程中承蒙东北工学院选矿教研室重选小组、中南矿冶学院、北京矿冶研究院、沈阳选矿机械研究所、云南锡业公司中心试验所、广州有色金属研究院、鞍钢矿山研究所、广东板潭锡矿等单位提供了宝贵的资料或图片。在初稿完成后,又蒙各兄弟院校参加审稿会,对本书提出了许多有益的意见,在此一并致以诚恳的谢意。

编 者

1981年4月

14-3/05

# 目 录

|                                                 |     |
|-------------------------------------------------|-----|
| 第一章 绪 论 .....                                   | 1   |
| 第一节 重力选矿的研究对象和应用 .....                          | 1   |
| 第二节 重力选矿的发展概况 .....                             | 2   |
| 第二章 颗粒在介质中的垂直运动 .....                           | 5   |
| 第一节 介质的性质和介质的浮力与阻力 .....                        | 5   |
| 第二节 球形颗粒在介质中的自由沉降 .....                         | 13  |
| 第三节 矿物颗粒在介质中的自由沉降 .....                         | 18  |
| 第四节 颗粒自由沉降末速的图解法 .....                          | 29  |
| 第五节 颗粒在加速运动阶段经过的时间、距离及在上升和<br>下降介质流中运动的差异 ..... | 31  |
| 第六节 自由沉降的等降现象和等降比 .....                         | 35  |
| 第七节 颗粒在粒群中的干涉沉降 .....                           | 37  |
| 第三章 不同密度粒群沿垂向分层 .....                           | 49  |
| 第一节 粒群按比重分层的位能学说 .....                          | 49  |
| 第二节 静态条件下颗粒分层的受力分析 .....                        | 52  |
| 第三节 不同密度粒群在上升介质流中按悬浮体相对密度分层的学说 .....            | 54  |
| 第四节 不同密度粒群在上升介质流中按重介质作用分层的学说 .....              | 55  |
| 第五节 干涉沉降等降比 .....                               | 58  |
| 第四章 斜面流选矿的理论基础 .....                            | 61  |
| 第一节 水流沿斜面的流动 .....                              | 61  |
| 第二节 在厚层紊流斜面流中矿粒的运动和分选 .....                     | 69  |
| 第三节 在薄层斜面流中粒群的分层和分选 .....                       | 74  |
| 第五章 颗粒在回转流中运动的特点 .....                          | 87  |
| 第一节 颗粒在回转流中的径向运动 .....                          | 87  |
| 第二节 薄层回转流的流动特性和粒群按比重分层 .....                    | 89  |
| 第六章 水力分级 .....                                  | 92  |
| 第一节 概述 .....                                    | 92  |
| 第二节 水力分析 .....                                  | 94  |
| 第三节 多室及单槽水力分级机 .....                            | 96  |
| 第四节 机械分级机 .....                                 | 107 |
| 第五节 水力旋流器 .....                                 | 112 |
| 第六节 分级效果的评价 .....                               | 124 |
| 第七章 重介质选矿 .....                                 | 128 |
| 第一节 概述 .....                                    | 128 |
| 第二节 重悬浮液的性质和颗粒在其中的运动 .....                      | 129 |
| 第三节 重悬浮液分选机 .....                               | 138 |
| 第四节 重介质选矿工艺 .....                               | 145 |
| 第五节 矿石的比重组成测定和简单的重选矿石可选性曲线 .....                | 146 |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第八章 跳汰选矿 .....               | 150 |
| 第一节 概述 .....                 | 150 |
| 第二节 跳汰选矿原理 .....             | 151 |
| 第三节 跳汰机 .....                | 166 |
| 第四节 跳汰选矿的工艺因素 .....          | 179 |
| 第九章 摇床选矿 .....               | 185 |
| 第一节 概述 .....                 | 185 |
| 第二节 摇床的分选原理 .....            | 186 |
| 第三节 摇床的类型 .....              | 193 |
| 第四节 床面的运动特性和床面构成 .....       | 204 |
| 第五节 摇床的工艺操作因素 .....          | 215 |
| 第十章 溜槽选矿 .....               | 218 |
| 第一节 粗粒溜槽 .....               | 218 |
| 第二节 固定的矿泥溜槽 .....            | 222 |
| 第三节 皮带溜槽、摇动翻床和横流皮带溜槽 .....   | 224 |
| 第四节 扇形溜槽和圆锥选矿机 .....         | 232 |
| 第五节 螺旋选矿机和螺旋溜槽 .....         | 244 |
| 第六节 卧式离心选矿机 .....            | 256 |
| 第七节 振摆皮带溜槽 .....             | 265 |
| 第十一章 洗矿 .....                | 271 |
| 第一节 洗矿的目的和意义 .....           | 271 |
| 第二节 洗矿设备 .....               | 273 |
| 第三节 洗矿流程 .....               | 277 |
| 第十二章 风力选矿 .....              | 279 |
| 第一节 风力分级 .....               | 279 |
| 第二节 风力分选 .....               | 285 |
| 第十三章 重选生产流程 .....            | 291 |
| 第一节 处理粗、细不均匀嵌布的钨矿石重选流程 ..... | 292 |
| 第二节 锡矿石的重选流程 .....           | 295 |
| 第三节 铁矿石的重选流程 .....           | 299 |
| 第四节 含稀有金属和贵金属砂矿的重选流程 .....   | 304 |
| 结 语 .....                    | 308 |
| 主要参考资料 .....                 | 310 |



# 第一章 绪 论

## 第一节 重力选矿的研究对象和应用

选矿的目的就是要把矿石中的有用矿物（或有用成分）分离出来加以富集，构成组分单一的人造富矿（或化合物）。这项工作要靠矿物本身的某方面性质来完成。根据矿物的密度不同而进行分离的方法即是重力选矿。许多的金属矿物密度比脉石为高，此时经过选别得到的重产物为精矿，轻产物为尾矿。也有些情况是有用矿物被富集到轻产物中，脉石进入到重产物中，例如选煤就是这样。

重力选矿要在某种介质中进行。所用的介质有空气、水、重液或重悬浮液。其中最常用的是水，在缺水的干旱地区或处理某些特殊的原料可用空气，此时称为风力选矿。重液是密度大于水的液体或高比重盐类的水溶液，在其中可以严格地将矿物按比重分开，但是由于这类液体价格昂贵，故只限于实验室使用。重悬浮液是由密度高的固体微粒与水组成的混合物，其综合密度高于轻矿物的密度，故可起到同重液一样的作用。这类方法统称作重介质选矿。

对于重力选矿来说，介质的效用是很重要的。在介质内，矿粒借浮力和阻力推动而运动，不同密度和粒度颗粒产生了不同的运动速度或轨迹，从而达到了分离的目的。在这里介质既是传递能量的媒介，同时还担负着松散粒群和运输产物的作用。

不过介质的作用毕竟是外界因素，矿物得以分离的根本原因是它们自身的性质差别，这就是颗粒的密度、粒度和形状。密度和粒度共同决定着颗粒的重量，是推动颗粒在介质中运动的基本作用力。在操作过程中使矿粒基本按密度差分离，是属于真正的矿石分选作业。但是亦可按颗粒在介质中沉降速度不同，达到按粒度分离，这种作业称作分级。矿粒的形状影响于在介质中的运动速度，因而也是分离过程的一项重要因素。

介质在选别过程中常是处于运动状态，主要的运动形式有：等速的上升流动、沿斜面的稳定流动、垂直的或沿斜面的非稳定流动、回转运动等。根据介质的运动形式和作业的目的不同，重力选矿可分如下几种工艺方法：

- 1) 分级；
- 2) 重介质选矿；
- 3) 跳汰选矿；
- 4) 摇床选矿；
- 5) 溜槽选矿；
- 6) 洗矿。

洗矿和分级都是按粒度分离的作业，但洗矿处理的对象是被粘土胶结的矿石，兼有碎散的操作。其他各项则属于分选性质的作业。

利用重选法分选矿石的难易性，主要由待分离矿物的密度差决定，可简单地用下式判断：

$$E = \frac{\delta_2 - \rho}{\delta_1 - \rho} \quad (1-1)$$

式中 E——重选矿石的可选性判断准则；

$\delta_1, \delta_2$  和  $\rho$ ——分别为轻矿物、重矿物和介质的密度。

按上式判断矿石的重选可选性，习惯上分成如表1-1所示的几个等级。随着E值的减小，入选的原料粒度范围变窄，并在处理细粒级时愈加困难。当然这样的判断是很粗略的。随着某些新设备和新工艺的出现，原来认为难处理的矿石可能会变得容易。

矿物按密度分离的难易度

表 1-1

| E 值   | $E > 2.5$ | $2.5 > E > 1.75$ | $1.75 > E > 1.5$ | $1.5 > E > 1.25$ | $E < 1.25$ |
|-------|-----------|------------------|------------------|------------------|------------|
| 难 易 度 | 极 容 易     | 容 易              | 中 等              | 困 难              | 极 困 难      |

重力选矿是目前最为通用的几种选矿方法之一。广泛地用于处理矿物密度差较大的原料。它是选别金、钨、锡矿石的传统方法；在处理含稀有金属（钽、铌、铍、钼等）矿物的砂矿中应用很普遍。重选法也被用来选别铁、锰矿石。在选煤工业中重选是主要的方法。同时也用于处理某些非金属矿石，如石棉、金刚石、高岭土等。对于那些主要以浮选法处理的有色金属（铜、铅、锌等）矿石，也可用重介质选矿法预先除去粗粒脉石或围岩，达到初步富集。重力选矿的工艺方法除对微细粒级选别效果较差外，能够有效地处理各种不同粒度的原料。它的设备结构较简单，不耗费贵重生产材料，作业成本低廉，故在条件适宜时均乐于采用。

## 第二节 重力选矿的发展概况

### 一、重力选矿的历史发展及现状

重力选矿在人类生活中的应用是很早的，远在古代人们就知道用淘洗的方法从河溪砂石中选收金属矿物。当然，在当时历史条件下，操作都是手工进行的，采用着最简单的淘洗工具以及人工溜槽、手动跳汰筛等。到十四世纪末则有上下交变水流的跳汰机出现。

重力选矿技术的发展，是在十八世纪产业革命以后，随着金属材料需求量的增长和蒸汽机提供的动力，从原始的手工操作发展为机械化。1830~1840年在德国哈兹矿区出现了机械的活塞跳汰机，1892年发明了无活塞跳汰机，十九世纪末制成了现代型式的机械摇床。直到本世纪初浮选法广泛应用以前，除了磁铁矿石采用弱磁选以外，重选法一直是主要的选矿方法。

随着生产的进步，理论研究也跟着开展起来。十八世纪初牛顿提出的球体在介质中沉降的阻力平方公式和1851年英国物理学家斯托克斯（G.G.Stokes）发表的粘性阻力公式，为研究颗粒在介质中的沉降速度奠定了基础。对重选理论本身的研究可追溯到一百多年前法国的倍尔罗利特在1851年发表的“对矿物机械加工的研究、确立现用操作制度和可能操作制度的理论试验”论文。这篇文章从个别颗粒的运动动力学角度探讨了跳汰分选原理。从那以后有关跳汰分层问题成为重选理论研究的先驱性课题。1867年奥地利人雷廷智（P.R.Rittinger）确立了等降现象，从而提出跳汰即是颗粒在上升水流中按自由沉降速度差分离的过程。他的学说曾导致许多的选煤厂实行窄级别入选。但是实践证明，不按他的学



说操作也可获得良好的分选指标。为了进一步探讨宽级别原料可以入选问题，蒙罗（R. H. Monroe, 1888年）等人提出了“干涉沉降”学说代替“自由沉降”，从而将沉降的概念向前推进了一步。在那以后，很多人即以颗粒在介质中的运动差异作为线索探讨分选原理，自然而然地在理论观点上形成了动力学思想体系。

到了本世纪四十年代，苏联学者利亚申柯（П. В. Лященко, 1940年）根据悬浮分层实验，提出了跳汰是在上升水流中“按悬浮体的相对密度分层”学说。从思想观点上来说这是由动力学体系转变到了静力学体系。在理论发展上有重大意义。以后德国人麦依尔（E. W. Mayer, 1947年）又从床层位能降的角度阐释了分层过程。围绕这一派学说形成的按悬浮体局部压强差分层的概念，成为目前重选解释按比重分层的理论基础。

但是直到现在有关跳汰及其他重选过程的理论研究，不同学派还是各持不同的观点。在理论概念上，以及在数学关系上尚未能将两者沟通起来。

关于斜面流选矿的理论研究则进展更差。高登和利亚申柯均曾从动力学角度推导了矿物颗粒沿槽面运动的速度公式，但是他们的结论也是与实际偏离太大，至多也只能说明单层矿粒沿槽面的分离过程。而有关处理细粒级的流膜选矿机理问题，则一直是理论上的空白。直到1954年英国人拜格诺（R. A. Bagnold）在研究悬浮液的运动中，首次观察到粒群在剪切运动下，在流动的法线方向存在一种分散压。这一发现打破了过去人们认为只能借紊动扩散作用维持粒群悬浮的观点，从而为层流斜面流中多层粒群的松散分层机理提供了新的理论依据。

除了在垂直流和斜面流中选矿以外，值得提出的还有从本世纪四十年代在荷兰出现的水力旋流器，这是为利用回转流强化选别过程迈出的第一步。虽然它的理论研究还很少有新的进展，但是在生产上已形成一个重要的发展方向。

近代的重选理论研究开始采用现代的测试技术，直接考查颗粒的运动。并适应于生产自动化和设备大型化的需要，开展了以数理统计方法概括过程规律性的研究，编制工艺参数和设备参数间的数学模型，为工艺生产的自动控制和设备设计提供可靠依据。

近年来由于愈来愈多的贫矿和微细嵌布矿石的被开发利用，重选生产面临着提高设备处理能力和强化对微细粒级回收的任务。设备制造正在向着大型化、多层化和离心化方向发展。传动方式也采取了多种多样的复合运动。在这些方面我国已取得了许多重要成就。

## 二、重力选矿在我国的发展和成就

我国是文化发达的古国，约在四千年前就开始了冶炼铜。殷墟出土的司母戊鼎重达一千四百斤，可见当时冶金技术的高超。战国时代（公元前403~221年）铁的运用得到推广。为了给冶金生产提供矿产原料，采矿、选矿技术也相当发达。1637年明代宋应星著《天工开物》中总结了历代劳动人民的工农业生产经验。在《五金卷》中曾有：矿石在采出之后“先经拣净淘洗”然后“入炉煎炼”的记载。在该卷有关锡的生产中还记有“凡锡有山锡、水锡两种。……水锡衡永出溪中。广西则出南丹州河内，其质黑色粉碎。南丹河出者，居民旬前从南淘至北，旬后又从北淘至南，愈经淘取，其砂百年不竭”。这些记述不仅反映了我国古代重选的发达，而且也表明了当时对矿床地质知识已相当丰富。

但是在长期的封建制度统治下，劳动人民处于被压迫被奴役的地位，生产技术停滞不前。十八世纪以后，西方机械化生产兴起，而我国仍处于手工操作水平。封建王朝闭关自守，妄自尊大，直到帝国主义用炮舰敲开中国的大门，我国宝贵的矿产资源已变成列强的

掠夺对象了。帝国主义者勾结国内官僚资产阶级霸占矿山，倒卖资源，事例非常之多。例如我国江西的民窿钨矿用手刨肩背的方法开采，人工桶洗，选得的钨精矿竟全部为洋人占有。据初步统计自1905年至1948年帝国主义从我国掠夺的钨矿砂竟有23万吨之多。虽然那时国内也有个别矿山为民族资产阶级经营，但设备陈旧，管理不善，对工人施行残酷的剥削。致使我国的重选工业在解放前一直处于落后状态。

解放以后，重选生产也和其他国民经济部门一样迅速得到了发展。建国初期矿物原料生产被置于优先发展地位，先后在我国重要的钨、锡基地江西、云南、广西、湖南等省区建立起多座大、中型重力选矿厂。到五十年代末机械化重选厂处理的矿石量即已占据优势地位。随着我国尖端工业的建立，同时期还新建了一批处理稀有金属砂矿的重选厂。进入六十年代开始用重选法处理鲕状赤铁矿石，并在铅、锌有色金属选矿厂建起了重介质选矿车间。接着又以现代的重选技术改造我国古老的选金工业，在吉林、黑龙江等省漫长的河滩上建立起多条浮动的采金船。到七十年代后期选金工业大发展，采金船生产成为我国砂金生产的主要手段。在此同时重选法还被推广用于处理细粒嵌布的假象赤铁矿石。1977年在鞍钢建成了我国第一座磁-重流程选矿厂。重选法在其他煤炭、化工、建材等部门也得到了广泛的应用。

现在我国钨、锡矿石的重选技术已在世界进入领先地位。锡矿石处理量比解放前增长40多倍，并综合回收了铁、铜、铅、锌、钨、铋、锑、钛、锆等十余种伴生金属元素。钨精矿的产量达到世界首位，成为国际上重要的钨砂出口国。在新技术新设备研究方面也取得不少重大成就。在处理难选的钒钛磁铁矿石上，重选法获得了成功的应用。我国还制成了具有独特风格的离心选矿机；并将非稳定流原理用在流膜选矿上，制成了带有复合运动的振摆皮带溜槽。

在实现我国四个现代化的伟大进程中，作为矿山工业的一部分，重力选矿肩负着为国家提供多种优质矿物原料的任务。当前从总的情况看，我国的重选工业还存在着发展不平衡，综合利用不完善以及自动化水平低等重要问题。还必须加紧努力，认真学习，广泛吸收国际上的先进技术，以便尽早地将我国重选生产技术推进到一个新的水平。

## 第二章 颗粒在介质中的垂直运动

**垂直的沉降**是重选中矿粒运动的重要形式。矿粒因本身的密度、粒度和形状不同而有不同的沉降速度。这种差异归根结底是由介质的浮力和颗粒在介质中运动受到的阻力所引起。若是在真空中这种差异就不存在。所以研究浮力和阻力就成为探讨颗粒运动差异的基本问题。颗粒的沉降有两种不同的形式，一是自由沉降，即单个颗粒在广阔空间中独立沉降，此时颗粒除受有重力、介质浮力和阻力作用外，不受其他因素影响；二是干涉沉降，即个别颗粒在粒群中的沉降，成群的颗粒与介质组成分散的悬浮体，颗粒间的碰撞及悬浮体平均密度的增大，使个别颗粒的沉降速度降低了。这是实践中最多见的沉降形式，理想的自由沉降是遇不到的。但是当颗粒间的距离较大，在总断面积中颗粒占有的断面尚不及3%时，颗粒间的干扰变得很小，此时即可视为是自由沉降。

### 第一节 介质的性质和介质的浮力与阻力

#### 一、介质的性质

与重选有关的介质性质是它的密度和粘度。介质的密度是指单位体积内介质的质量，常用符号 $\rho$ 表示，单位是千克/米<sup>3</sup>或克/厘米<sup>3</sup>。

介质的密度可用称量已知体积的介质重量或用误差小于1%的比重计粗略测量。水的密度随温度和压力变化很小，在实用上可取1000千克/米<sup>3</sup>或1克/厘米<sup>3</sup>；空气的密度随温度和压力变化较大，服从于气体状态方程式。在标准状态下（0°C，1气压）空气密度为1.29千克/米<sup>3</sup>，在20°C、1气压下降至1.18千克/米<sup>3</sup>。

固-液悬浮体的密度与其中固体颗粒的密度和体积占有量有关。单位体积悬浮体内固体颗粒占有的体积称作容积浓度，其与重量浓度的关系为

$$\lambda = \frac{\rho_K}{\delta(1-\kappa) + \rho_K} \quad (2-1)$$

式中  $\lambda$  和  $\kappa$ ——容积浓度和重量浓度，均用小数表示；

$\delta$ ——矿粒密度，与介质密度 $\rho$ 单位一致。

悬浮体的密度即是单位体积悬浮体内固体颗粒的质量与分散介质质量之和，称为悬浮体的物理密度，用 $\rho_{su}$ 表示

$$\begin{aligned} \rho_{su} &= \lambda\delta + (1-\lambda)\rho \\ &= \lambda(\delta - \rho) + \rho \text{ 千克/米}^3 \text{ 或 克/厘米}^3 \end{aligned} \quad (2-2)$$

单位体积介质或固体物质所具有的重量称为重度 $\gamma$ ，写成

$$\gamma = \rho g \quad \text{或} \quad \gamma = \delta g \text{ 牛顿/米}^3 \text{ 或 达因/厘米}^3 \quad (2-3)$$

为了表示物质的相对重度大小，习惯上取待测物质的重量与同体积4°C水的重量作对比，得出的比值叫作比重。比重为一无因次数，其数值与用厘米·克·秒单位制表示的物质密度值相等。

介质的粘性存在于实际流体中。液体的粘性由分子间的引力所引起，气体的粘性主要由动能不同的分子在流速不同的层间交换引起。均质介质的粘性作用力服从牛顿内摩擦定

律：

$$F = \mu A \frac{du}{dh} \text{ 千克} \cdot \text{米/秒}^2 \quad (2-4)$$

式中  $F$ ——流体的内摩擦力， $\text{千克} \cdot \text{米/秒}^2$ 或称牛顿，厘米、克、秒单位制为达因；

$A$ ——粘性力的作用面积， $\text{米}^2$ 或 $\text{厘米}^2$ ；

$\frac{du}{dh}$ ——在作用面法线方向上的速度梯度， $1/\text{秒}$ ；

$\mu$ ——介质的动力粘度，或简称粘度，国际单位为帕斯卡·秒（ $\text{千克/米} \cdot \text{秒}$ ）；厘米、克、秒单位制为泊（ $\text{达因} \cdot \text{秒/厘米}^2$ ）。它是一项反映介质粘性大小的物理量。

动力粘度与密度 $\rho$ 的比值称作运动粘度，用 $\nu$ 表示：

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2-5)$$

$\nu$ 的国际单位为 $\text{米}^2/\text{秒}$ ，厘米、克、秒单位制为 $\text{厘米}^2/\text{秒}$ ，称作斯。

动力粘度与运动粘度的单位制换算关系如下：

$$1 \text{ 泊} (\text{达因} \cdot \text{秒/厘米}^2) = 0.1 \text{ 帕} \cdot \text{秒} (\text{千克/米} \cdot \text{秒})$$

$$1 \text{ 斯} (\text{厘米}^2/\text{秒}) = 10^{-6} \text{ 米}^2/\text{秒}$$

水的粘度随温度的增高而降低，在 $20^\circ\text{C}$ 时为 $0.001 \text{ 帕} \cdot \text{秒}$ （ $0.01 \text{ 泊}$ ）。温度每升高 $1^\circ\text{C}$ 大约降低 $2\%$ 。水的运动粘度在 $20^\circ\text{C}$ 时为 $10^{-6} \text{ 米}^2/\text{秒}$ （ $0.01 \text{ 斯}$ ）。空气的粘度随温度的升高而增大，在 $20^\circ\text{C}$ 时为 $0.000018 \text{ 帕} \cdot \text{秒}$ （ $0.00018 \text{ 泊}$ ），温度每升高 $1^\circ\text{C}$ ，粘度大约增大 $0.25\%$ 。

由粘性摩擦力引起的内切应力 $\tau$ （单位面积上的剪切力）写成：

$$\tau = \mu \frac{du}{dh} \quad (2-6)$$

流体的粘性切应力随速度梯度的增大成正比增加。当流体不流动时亦不存在切向应力。这点与固体界面间切向静摩擦力是不同的。

液体的粘度可用毛细管粘度计测量，并按下列公式计算得出

$$V = \frac{\pi r^4 p}{8 l \mu} t \text{ 毫升} \quad (2-7)$$

式中  $V$ ——在 $t$ 秒时间内流出的液体体积，毫升；

$r$ 及 $l$ ——毛细管半径及长度，厘米；

$p$ ——作用于毛细管液体出口处的静压强，这里等于液面至管口的重力压强： $p = \rho gh$ ，达因；

$\mu$ ——液体的动力粘度，泊。

测量时应保持液流在毛细管内为层流流动，如出现紊流时计算结果不准确。

悬浮液在静置时，固体颗粒易发生沉降，它的粘度需用特殊的粘度计测量。常用的有带搅拌器的粘度计和同心圆筒式粘度计两种。图2-1示出带搅拌器的毛细管粘度计的基本结构。它是由直径40毫米左右的圆筒形容器1、直径1.5~2.5毫米的毛细管2及装置在圆筒形容器内的搅拌器4、隔板3等部件组成。搅拌器的作用是保持悬浮液均匀稳定，隔板

则用于防止悬浮液在搅拌过程中发生旋转。这种粘度计的搅拌叶片直接位于毛细管上方，搅拌速度不允许过快，否则会引起静压强变化。

悬浮液的粘度亦可用测量同体积已知粘度的液体由毛细管流出的时间，按（2-7）公式的比例关系算出：

$$\frac{\mu_{su}}{\mu} = \frac{\rho_{su} t_{su}}{\rho_t} \quad (2-8)$$

式中  $\mu_{su}$ 、 $\rho_{su}$ 、 $t_{su}$ ——分别为悬浮液的粘度、密度和流出时间。

如果（2-8）公式中作比较用的液体是水，则亦可用  $\frac{\mu_{su}}{\mu}$  值表示悬浮液的粘度，称作相对粘度。

同心圆筒式粘度计的构造如图2-2所示。电动机6带动外转筒2以一定的角速度旋转，通过悬浮液的粘性力使吊筒3发生扭转。根据其扭转角度可以计算出在不同转速下的旋转力矩，由此求得在该条件下的切应力与速度梯度，然后按（2-6）公式算出悬浮液的粘度。

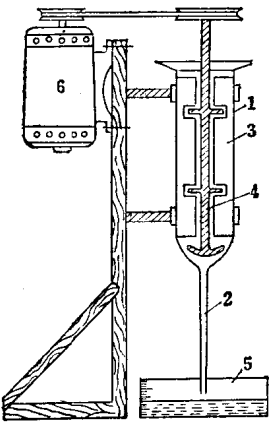


图 2-1 带搅拌器的毛细管粘度计  
1—圆筒形容器；2—毛细管；3—稳定隔板；  
4—搅拌器；5—接受容器；6—电动机

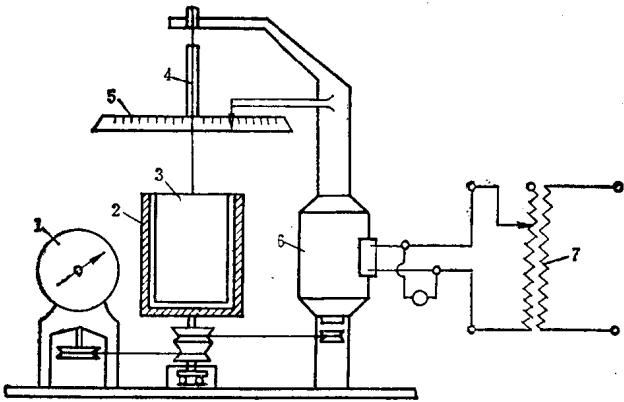


图 2-2 转筒式粘度计示意图

1—转速表；2—外转筒；3—吊筒；4—扭丝；5—量角器；6—电动机；7—自耦变压器

悬浮液的粘度不像均质介质那样有固定值，而是随固体容积浓度的增大而增大，当颗粒粒度减小时粘度也增大。如果固体浓度较高则又随速度梯度而变化。故按上述方法测得的悬浮液粘度，只是在特定条件下相当于均质介质所具有的粘度效应，故称为视粘度。

悬浮液的粘度总是比其中的分散介质为大。这是由于固体颗粒的存在改变了液体的流动特性，在颗粒间液体的速度梯度要比没有颗粒存在时增加。同时，颗粒之间的摩擦、碰撞也要增大悬浮液切向变形的阻力，于是外观上表现为粘度增大。显然可见，这种粘度增大是与容积浓度直接有关。

爱因斯坦（Einstein. A, 1906年）在只考虑悬浮液内固相界面增大对液体流动影响的情况下，提出了如下计算微细悬浮液粘度的公式为

$$\mu_{s.u} = \mu(1 + 2.5\lambda) \quad (2-9)$$

上式没有考虑颗粒间的摩擦、碰撞对粘度增大的影响，当容积浓度较低时( $\lambda \leq 0.03 \sim 0.05$ )，计算结果基本符合实际，如果容积浓度增大，颗粒间的直接接触就不可避免。王德 (Vand.V, 1948 年) 考虑了这些因素，并将其划归为容积浓度的函数，于是得出了如下用级数展开形式表示的粘度公式：

$$\mu_{s.u} = \mu(1 + 2.5\lambda + 7.349\lambda^2 + 16.2\lambda^3 + \dots) \quad (2-10)$$

在实际工作中，容积浓度很少超过 0.4，故上式取到  $\lambda$  三次方已足够用。这一公式适用于容积浓度为 0~0.5 范围内。

高斯 (Guth) 和高德 (Gold) 还提出了另外的悬浮液粘度计算式：

$$\mu_{s.u} = \frac{\mu}{1 - 2.5\lambda - 14.1\lambda^2} \quad (2-11)$$

公式 (2-10) 和 (2-11) 均未考虑颗粒粒度对粘度的影响，这是它们的共同缺点。在实际工作中最好按具体条件测出。

## 二、介质浮力

由物理学知道，物体在介质中受到的浮力等于排开同体积介质的重量。如图 2-3 所示，设一长方形颗粒位于介质中，其前后两个侧面及左右两个侧面所受到的流体压力相等，互相抵消。颗粒的上下表面则因位于介质的不同深度，下表面的压强大于上表面的压强，于是颗粒受到一种方向向上的作用力，这便是浮力。可见，浮力的实质是由于颗粒上下表面间所受静压强不同所引起，故可写出浮力  $P_{b.u}$  的大小为

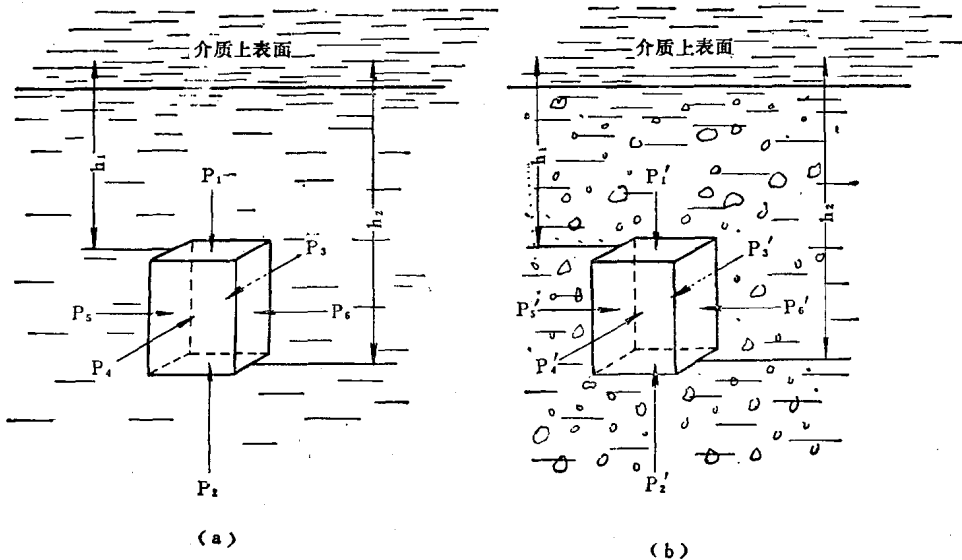


图 2-3 由介质的静压强差产生的浮力  
a—在均质介质内；b—在悬浮液内

$$P_{b.u} = P_2 - P_1 = A(h_2 - h_1)\rho g = V_{gr}\rho g \quad (2-12)$$

式中  $A$ ——颗粒横断面积；

$V_{gr} = A(h_2 - h_1)$ ——颗粒的体积。

由上式可见，浮力是随介质密度的增大而增大，水的浮力要比空气大得多。如果颗粒是位于悬浮液内，且其体积比悬浮质颗粒大得多时，则浮力将由悬浮液的物理密度决定：

$$P_{bu} = V_{gr} \rho g + V_{gr} \lambda (\delta - \rho) g \quad (2-13)$$

上式中  $V_{gr} \lambda (\delta - \rho) g$  是由于悬浮液内存在固体悬浮质而引起的浮力增大值。如果悬浮液的浮力增大到超过了颗粒的重量，则该颗粒不再下沉。这便是用重悬浮液可浮出轻矿物的基本道理。

上面讨论的虽然是粗颗粒在细分散悬浮液内的情形，但是在粗分散悬浮体内，沉降颗粒与悬浮质颗粒粒度相差不大的情况下，这种浮力增大作用依然存在。只是要比 (2-13) 公式所表示数值为小，其准确的计算方法目前尚缺少研究。

### 三、介质阻力

颗粒在介质中向下沉降，在其背后将有空隙形成。由于介质的连续性，下面介质将绕过颗粒予以填充，这种流动称作绕流。在绕流过程中因流体层间有速度梯度而产生了粘性摩擦力，又因介质被触发运动而表现出惯性力，这些力最终作用于颗粒而使其运动受到阻碍。实际上这些力是连续地分布在颗粒表面上，如果颗粒形状是不规则的，则力的分布也是不对称的。合力的方向也与运动方向不相一致。其与颗粒运动方向相反的力是实际起阻碍作用的力，称为阻力，在图 2-4 中即是合力  $F$  的分力  $R$ 。阻力是在相对运动中产生，属于流体动压力，与浮力的静力性质是不相同的。

#### 1. 阻力的形式

阻力的形式与介质的绕流流态有关。基本有两种形式，一是层流绕流时的粘性阻力，二是紊流绕流时的压差阻力。

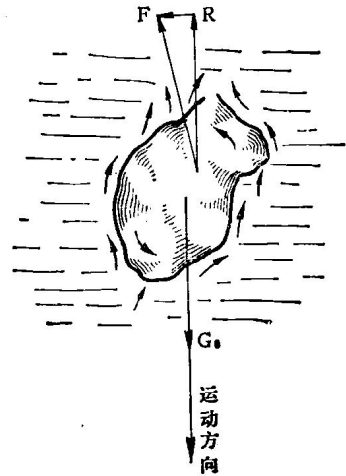


图 2-4 作用于自由运动颗粒上除去浮力后的重力和介质阻力

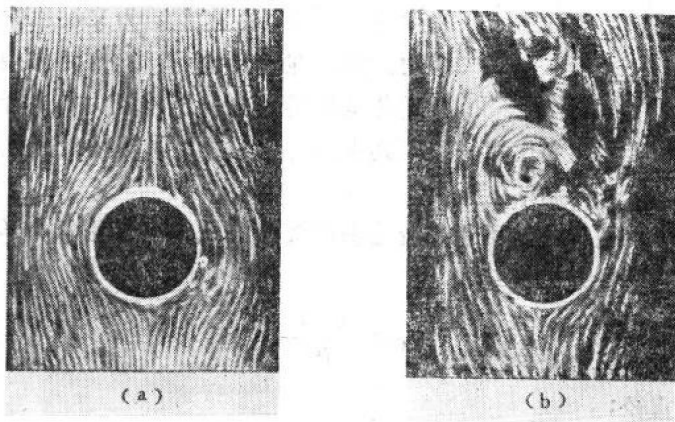


图 2-5 介质绕流球体的流态

a—层流；b—紊流



现在来观察两个球形颗粒的沉降，如图 2-5 所示。当球体的重量很小，以很低的速度在介质中运动时，迎面的介质被球体平稳地分开绕过球体，在背面又会合起来。流体的流线是平滑而连续的。紧贴球体表面一层流体随球面一起运动，由此向外，被牵动的流体速度减小，层面间出现了速度梯度，于是遂有内摩擦力产生，这种力最终牵制着球体的运动即形成**粘性阻力**。粘性阻力的大小与介质粘度、球体尺寸和相对速度有关，而与介质密度无关。

当球体的重量增大，以较高速度穿行在介质中时，球体的运动只影响于表面外很薄一层介质有速度变化，这一层被称作**边界层**(或**附面层**)。边界层外介质很少受到干扰。而边界层内介质则有很高的速度梯度，既有粘性摩擦力也有因速度突然被带动增大而产生的惯性力。但是阻力的形成主要地却不是这样两种力的作用，而是与随后发生的边界层分离有关。边界层内介质在沿球形曲面绕流到球体的最大断面以前，随着流动断面减小流速逐渐增大。按照流体的内能守恒定律——伯努里定理知道，此时介质的内压强将降低，介质受到了与流动方向一致的压强降推动，因此可有足够的力量克服粘性摩擦力而保持适当的流速，及至过了最大断面时，压强即沿流动方向升高，阻碍着介质流动。于是先是边界层的内层介质，因相对于球体的流速本来就较小，再受到来自对面的愈来愈大的压强作用，即

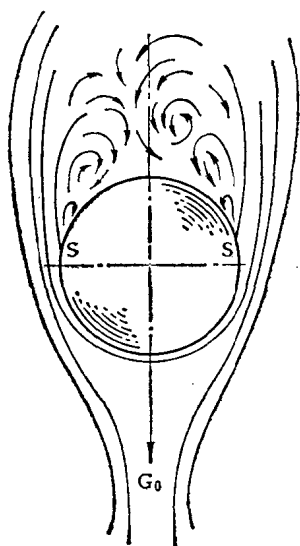


图 2-6 边界层分离与压差阻力形成

难以再流动而在球体表面停顿了下来，接着继续在流动的反向压强作用下，而相对于球体表面产生了倒流。倒流的介质与外层向后绕流的介质相互扭曲，形成旋涡。旋涡一经形成即脱离开球体表面(在图 2-6 中 S 点)。这种现象称作边界层分离。刚脱离开固体表面的旋涡很小，在向后部旋转推移过程中，体积不断扩大，最后集聚在球体背后形成旋涡区。在旋涡区内介质因激烈旋转动能增加，压强降低。于是球体即感受到了与运动方向相反的压差力作用。这项压强差与介质施与颗粒正面的压力合并起来，形成为运动阻力，即是**压差阻力**。压差阻力的大小与边界层分离点的位置和旋涡区的大小有关，而此二者又与被绕流的物体外形有关，故压差阻力又被称作**形状阻力**或**旋涡阻力**。旋涡在转动中受粘性摩擦作用而逐渐减弱，最后转化为热能消失。压差阻力是由介质的动压强转化

所引起，故与介质的惯性力变化相一致。其大小与介质密度、球体的横断面积及颗粒运动速度的平方成比例，而与介质粘度无关。

上述两种阻力形式既然与介质的绕流流态有关，那么就可以用水力学中表征流态的雷诺数予以判断。在这里雷诺数被写成

$$Re = \frac{dv\rho}{\mu} \quad (2-14)$$

式中  $d$  —— 颗粒直径；

$v$  —— 颗粒与介质的平均相对速度。

雷诺数为一无因次数，它反映了介质在流动中的惯性作用力与粘性作用力的比值。雷

雷诺数大时以惯性力作用为主，雷诺数小时以粘性力作用为主。在一定的雷诺数下，介质的流态是一样的。

## 2. 阻力的个别公式

**层流条件下的阻力公式** 斯托克斯对低速运动的微小球形颗粒，在忽略介质的惯性力条件下，导出了粘性阻力公式如下：

$$R_s = 3\pi\mu dv \quad (2-15)$$

式中  $\mu$ 、 $d$ 、 $v$  在采用国际单位制时，阻力的单位为牛顿；在用厘米、克、秒制时阻力单位为达因。这一公式在  $Re < 0.5$  条件下适用，可用来计算雾滴和粉尘在空气中降落或微细颗粒在水中沉降的阻力。

**紊流条件下的阻力公式** 早期牛顿根据弹性碰撞理论给出了作用于平板上的惯性阻力。后来雷廷智根据牛顿理论导出了作用于球形颗粒上的惯性阻力公式。虽然他们的阻力观点与现代流体力学理论不符，但公式所反映的惯性力损失则是一致的。后来经过修正得到作用于球形颗粒上的压差阻力为：

$$R_N = \left( \frac{\pi}{20} \sim \frac{\pi}{16} \right) d^2 v^2 \rho \quad (2-16)$$

式中单位制的用法同公式 (2-15)。此式在  $Re = 10^3 \sim 10^5$  范围内适用。

在  $Re = 0.5 \sim 10^3$  范围内为流态的过渡段，粘性阻力和惯性阻力均占有相当比例，忽略任一种均不可以。曾经提出过几种按雷诺数分段表达的经验式，但是它们并没有新的物理意义。这一问题将在下面计算颗粒沉降速度时一并说明。

需要指出的是，虽然粘性阻力和惯性阻力在一般意义上讲总是同时存在，但是总阻力却不能用斯托克斯公式的计算值和牛顿公式计算值相加得出。这是因为两种性质的阻力并不是在任何条件下均按给定的速度发生。在雷诺数很小时，相对速度只能引起粘性摩擦力而不会造成旋涡区的压力降；而在较高雷诺数时，又不会在介质的广泛范围内形成粘性摩擦力，阻力主要表现为在旋涡区内压力降。

## 3. 阻力通式和李莱曲线

虽然经过了很多人的研究，但是迄今尚未能用解析方法导出阻力通式。在有关水力学书籍中应用相似原理的  $\pi$  定理求得了阻力的各物理量间关系，构成阻力通式的形式为

$$R = \psi d^2 v^2 \rho \quad (2-17)$$

式中  $\psi$  称为阻力系数，是雷诺数的函数。由此式可见，介质阻力系与  $d^2$ ， $v^2$ ， $\rho$  成正比，而且与  $Re$  有关。

对于球形颗粒阻力系数  $\psi$  与雷诺数  $Re$  间呈单值函数关系，但同样无法用理论导出。英国物理学家李莱 (L. Rayleigh, 1893 年) 用实验方法求得了  $\psi - Re$  关系曲线。他应用直径  $d$  和密度  $\delta$  不相同的球形颗粒，在密度  $\rho$  和粘度  $\mu$  也不相同的介质中沉降。当颗粒达到等速运动时，可以认为颗粒在介质中的有效重力  $G_0$  (除去浮力的颗粒重力) 与阻力相等。此时  $R$  即可用  $G_0$  代替，而  $G_0$  是可以预先求得的。将已知的  $d$ 、 $v$ 、 $\rho$  和  $\mu$  值代入 (2-17) 和

(2-14) 公式中，求得每一沉降条件下对应的  $\psi$  和  $Re$  值，填入对数坐标图中，即可得到  $\psi - Re$  关系曲线，如图 2-7 所示，称作李莱曲线。曲线的纵坐标和横坐标均用对数值表示，目的是将数值较大的雷诺数和阻力系数均画在同一张坐标纸上，并得到规律性的关系。这一曲线后来被补充扩大到  $Re = 10^{-3} \sim 10^6$  范围。可以看出， $\psi$  随  $Re$  的增大而减小是连续地平滑