

中國
工程師手冊
機械類
上

第 四 篇

工 程 力 學

目 錄

頁

〔I〕 靜力學

第一章 基本原理

1.1	力 學	4—	1
1.2	剛 體	4—	1
1.3	力	4—	1
1.4	力 系	4—	2
1.5	可傳性原理	4—	2
1.6	平行四邊形定律	4—	2
1.7	力之分解	4—	3
1.8	二平行力之合力	4—	5
1.9	作用與反作用	4—	5
1.10	力 矩	4—	6
1.11	力矩原理	4—	6
1.12	力 偶	4—	7
1.13	力偶之向量表示法	4—	7
1.14	分解一力爲一力及一力偶	4—	8
1.15	分離體	4—	8

第二章 力系之合力

2.1	力系之分類	4—	10
2.2	共線力系	4—	10
2.3	共面共點力系	4—	10

2.4	共面平行力系	4— 11
2.5	共面非共點非平行力系 (或稱共面一般力系)	4— 12
2.6	空間共點力系	4— 13
2.7	空間力偶系	4— 14
2.8	空間平行力系	4— 14
2.9	空間非共點非平行力系 (又名空間一般力系)	4— 15

第三章 力系之平衡

3.1	共線力系	4— 17
3.2	共面共點力系	4— 17
3.3	共面平行力系	4— 19
3.4	共面一般力系	4— 20
3.5	平面桁架應力之分析	4— 21
3.6	沿水平方向均佈載重之懸索	4— 24
3.7	沿弧線均佈載重之懸索	4— 25
3.8	空間共點力系	4— 26
3.9	空間平行力系	4— 27
3.10	空間一般力系	4— 28

第四章 平面力系之圖解法

4.1	共面共點力系	4— 30
4.2	共面不共點力系	4— 32
4.3	圖解法分析桁架之應力 — 麥司威爾圖	4— 36

第五章 摩 擦

5.1	摩擦力	4— 38
5.2	摩擦係數	4— 38
5.3	摩擦定律	4— 39
5.4	皮帶摩擦	4— 41
5.5	軸承摩擦	4— 43
5.6	螺旋	4— 44
5.7	滾動摩擦	4— 45

第六章 重心與慣性矩

6.1	重 心	4- 47
6.2	質 心	4- 48
6.3	形 心	4- 48
6.4	平面面積與線段之形心	4- 49
6.5	對稱點、對稱線與對稱面	4- 49
6.6	一次矩	4- 49
6.7	決定形心之圖解法	4- 51
6.8	決定重心之實驗法	4- 51
6.9	面積之直角慣性矩 (又名二次矩)	4- 52
6.10	面積之極慣性矩	4- 52
6.11	面積之迴轉半徑	4- 52
6.12	面積之慣性積	4- 53
6.13	面積之平行軸定理	4- 53
6.14	軸之轉換	4- 53
6.15	面積之主慣性矩與主軸	4- 54
6.16	圖解決求平面面積之慣性矩	4- 54
6.17	質量之慣性矩	4- 56
6.18	質量之迴轉半徑	4- 56
6.19	質量之慣性積	4- 57
6.20	質量之平行軸定理	4- 57
6.21	質量之主慣性矩與主軸	4- 57
6.22	軸之轉換	4- 58

第七章 虛功原理

7.1	功	4- 78
7.2	虛 功	4- 78
7.3	拘束與自由度	4- 79
7.4	理想系	4- 79
7.5	平衡之穩定性	4- 81

〔II〕 動力學

第八章 基本原理

8.1	牛頓運動定律	4-84
8.2	參考坐標	4-84
8.3	萬有引力	4-84
8.4	單位	4-85

第九章 運動學

9.1	位移、速度、加速度	4-86
9.2	直線運動中之加速度	4-87
9.3	運動之圖解	4-88
9.4	等加速直線運動	4-89
9.5	簡諧運動	4-89
9.6	曲線運動之軸向分量	4-90
9.7	角位移、角速度、角加速度	4-91
9.8	線速度與角速度之關係	4-92
9.9	切線及法線分加速度	4-92
9.10	徑向及橫向分位移、分速度、分加速度	4-93
9.11	二點之相對運動	4-94
9.12	哥賴奧利定理 (Coriolis theorem)	4-96
9.13	平移、旋轉、平面運動	4-97
9.14	剛體平面運動中任一點之線速度	4-98
9.15	剛體平面運動中任一點之線加速度	4-98
9.16	瞬時中心	4-100

第十章 力與加速度

10.1	質點之運動方程式	4-101
10.2	運動方程式之積分	4-102
10.3	質點系之運動	4-106
10.4	質心運動方程式	4-107
10.5	剛體平移之運動方程式	4-108

10-6	剛體旋轉之運動方程式	4-109
10-7	打擊中心	4-111
10-8	剛體平面運動之運動方程式	4-112

第十一章 功 與 能

11-1	功	4-116
11-2	功 率	4-117
11-3	能	4-118
11-4	動能之計算式	4-119
11-5	功與動能原理	4-120
11-6	保存質量系中位能與動能之關係	4-122

第十二章 衝量與動量

12-1	衝 量	4-123
12-2	衝量矩	4-123
12-3	質量之動量	4-124
12-4	質量之動量矩	4-124
12-5	旋轉剛體之動量矩	4-125
12-6	平面運動中剛體之動量矩	4-125
12-7	衝量動量原理	4-126
12-8	動量不減原理	4-126
12-9	變質量物體之直線運動	4-127
12-10	衝量矩動量矩原理	4-128
12-11	動量矩不減原理	4-129
12-12	碰 撞	4-130
12-13	迴旋儀	4-131

第十三章 機械振動

13-1	自由振動	4-133
13-2	自由扭轉振動	4-136
13-3	應用能量原理分析自由振動	4-137
13-4	有阻尼自由振動	4-138
13-5	無阻尼強迫振動	4-141

13.6	有阻尼強迫振動	4-142
13.7	振動之減除	4-143

第十四章 均 衡

14.1	均衡之需要	4-145
14.2	迴轉物件之均衡	4-145
14.3	同一迴轉平面之多個物體	4-146
14.4	在不同迴轉平面與不同軸線平面內之物體	4-147

第四篇

工 程 力 學

謝 承 裕

〔I〕 靜 力 學

第一章 基本原理

1.1 力 學

力學為研究力與運動之科學，而視靜止為運動之一種特狀態。其內容，為討論方便，通常可分為下列二部分：

靜力學 研究受力物體之平衡條件。物體平衡時，或為靜止，或為等速度運動。

動力學 研究物體之運動及影響運動的因素間之關係。動力學中專論物體運動，即空間與時間之關係，而不計及影響因素部分，稱為運動學。

1.2 剛 體

一個物體，倘體內各點間之距離始終保持不變者，稱為剛體。剛體為理想化的物體，因宇宙間任何物體，受力後必然發生形狀大小的改變，只是變形有程度不同而已。實際的物體，倘其變形與其本身大小相比。為十分微小，而可略去不計時，則可視為剛體。

1.3 力

力為改變物體之靜止或運動狀態之作用。

力之要素 力對物體之效應，須視下列三項而定：(1)力之大小，(2)力之方向，(3)着力點，此三者名為力之要素。

力之單位 要表示力的大小，須選取一標準力作為單位。工程中通常以作用於某一標準物體在地面上某一固定位置時之重力，作為力之單位常用者有公斤、公克等。所謂一公斤，即是存放在巴黎國際度量衡局的一塊鉑—鈦合金（稱為標

準仟克)所受之重力。作用於一物體之重力隨其所在位置(高度與緯度)而稍有改變,但在大多工程計算中,重力之細微改變,可以略去不計。

力之向量表示法 力為有大小與方向之量,故為一向量。表示一力,可用一附有箭頭之直線線段為代表。線段之長度,按適當比例,代表力之大小;線段之方向與力之作用線平行;線段所附箭頭,代表力之指向。

1.4 力 系

作用於物體上之若干個力,合為一力系。一力系中各力之作用線如均相交於同一點,名為共點力系,否則為非共點力系。如各力之作用線均在同一平面上,則名為共面力系,否則為非共面力系。如各力之作用線均互相平行,則名為平行力系,否則為非平行力系。如各力之作用線均在同一直線上者,則名為共線力系。

等效力系 兩個力系分別作用於同一物體而生相同效應者,名為等效力系。一力系之最簡等效力系,名為力系之合力。使一力系轉變為較簡單之等效力系,名為力之合成;反之使力系轉變為較繁複之等效力系,名為力之分解。

平衡力系 一力系之合力為零,對所作用之物體不生效應者,名為平衡力系。受此種力系作用之物體,名為平衡之物體。作用於靜止物體之力系,必為一平衡力系。

1.5 可傳性原理

作用於剛體之力,其着力點可沿其作用線任意前後移動,而不改變其對剛體之效應,稱為可傳性原理。但此項原理只適用於剛體如平衡或運動等問題上,不適用於彈性體或其他可變形物體上。

1.6 平行四邊形定律

求互相交力之合力,可用平行四邊形定律。此定律為力之合成與分解所根據之基本原理,可述之如下:

經過一點,以同一比例畫出二向量,分別代表二共點力;以此二向量為相鄰二邊,作平行四邊形,則經該點之對角線,即為代表二力之合力。

設有二共點力 P 與 Q ,今於一點 O 作向量 OA 與 OB ,其長度與方向各代表 P , Q 二力之大小與方向,作平行四邊形 $OACB$,如圖1.1(a)所示。則向量

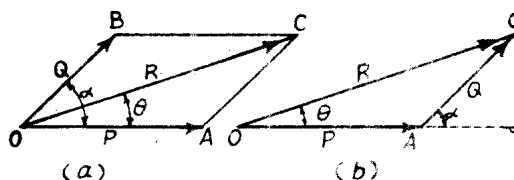


圖 1.1

OC即代表合力 R 之大小與方向。

三角形定律 圖 1.1 (a)中之 AC 線，亦代表 Q 力之大小與方向。故如連續畫出代表 P 與 Q 二力之向量，首尾相銜，以此二向量為三角形之二邊，則自第一向量之起點至第二向量之終點所畫出之第三邊，即代表 P 與 Q 二力合力 R 之大小與方向，示如圖 1.1 (b)，此所謂三角形定律。

合力之代數式 二共點力之合力 R 之大小與方向，由圖 1.1 (b)，可以方程式表示如下：

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} \quad (1.1)$$

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \quad (1.2)$$

式中 α 為 P 、 Q 二力作用線之夾角， θ 為合力 R 與 P 力作用線所成之角。如 P 與 Q 之作用線互相垂直， $\alpha = 90^\circ$ ，如圖 1.2 所示，則可得

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (1.3)$$

$$\tan \theta = \frac{Q}{P}, \quad \text{或} \quad \cos \theta = \frac{P}{R} \quad (1.4)$$

如 P 、 Q 二力之作用線相重合：當二力方向相，則 $R = P + Q$ ；當二力方向相反，則 $R = P - Q$ 。可知二共線力之合力，為二力之代數和。以上結論可推廣至一般共線力系，其合力為各力之代數和。當 P 、 Q 二力方向相反，而又大小相等，則 $R = P -$

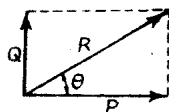


圖 1.2

$Q = 0$ 。由此可得一結論：作用於物體上的二力，如大小相等，方向相反，且又共線，則二力之合力為零，亦即二力互相平衡。

1.7 力之分解

如將平行四邊形定律或三角形定律之手續逆轉，可將一力分解為二分力。例如

圖 1.3 (a) 中, W 代表 M 之重量, 即作用物體 M 之重力。茲欲將 W 分解為各沿 DE 與 DG 作用之二分力。可另作三角形如圖 1.3 (b): 引 AC 線與 W 平行, 其長度以某一比例代表 W 之大小。經 A 引 AB 線平行於 DE , 經 C 點引 CB 線, 平行於 GD , 二線相交於 B ; 則 AB 與 BC 二向量即代表 W 之二分力 P 與 Q 之大小與方向。至二分力之作用線, 應在 W 之作用線上相交, 如圖 1.3 (c) 所示。

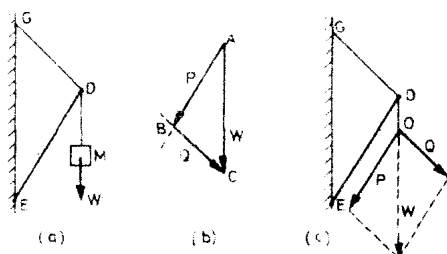


圖 1.3

分解一力為二正交分力 力之分解最常見之情形, 為將一力分解為二互相垂直之分力, 圖 1.4 中, F 為與 x 軸成 θ_x 角之力, 則其沿 x 與 y 軸向作用之分力 F_x 與 F_y 各為:

$$F_x = F \cos \theta_x \quad \text{與} \quad F_y = F \sin \theta_x \quad (1.5)$$

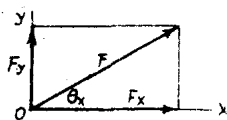


圖 1.4

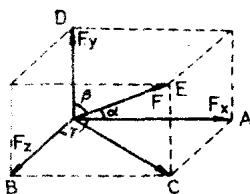


圖 1.5

分解一力為三正交分力 將平行四邊形定律稍加引伸, 即可將一個力分解為互相垂直的三個分力。例如: 圖 1.5 中, OE 所代表之力 F 可先分解為二正交分力 OD 與 OC ; OC 又可分為二正交分力 OA 與 OB 。若 x, y, z 三軸向的分力, 其大小各為

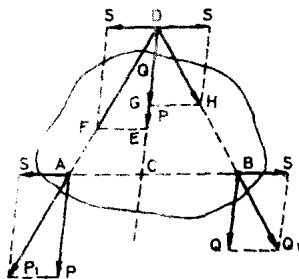
$$F_x = F \cos \theta, \quad F_y = F \cos \theta, \quad F_z = F \cos \theta, \quad (1.6)$$

1.8 二平行力之合力

當二力平行時，不能直接以平行四邊形定律求其合力，但可如圖 1.6 所示方式以求合力。在圖中，同向平行之 P ， Q 二力，分別作用於 A ， B 二點。在此兩點，沿連線方向，作一對大小相等方向相反之力 S 。此一對力之作用可互相抵消，因此不影響原有 P ， Q 二力之作用。然後利用平行四邊形定律，分別求 P 與 S 之合力 P_1 ，及 Q 與 S 之合力 Q_1 。將 P_1 與 Q_1 之着力點同移至交點 D ，再各分解為 P 與 S 及 Q 與 S 二組分力，如圖 1.6 所示。消去在 D 點之一對 S ，可得合力為在經 D 點之共線力 P 與 Q 。可知二同向平行力之合力，為二力之和

$$R = P + Q \quad (1.7)$$

由圖 1.6 顯然可知，合力之方向與二力原方向相同。合力之作用線，通過 A 、 B 間連線之上之 C 點，由幾何關係可得



1.6

$$AC : BC = Q : P \quad (1.8)$$

當 P 與 Q 之方向相反時，可用上述類似方式，求得合力為 P 與 Q 之差，設 $P > Q$ ，則

$$R = P - Q \quad (1.9)$$

合力作用線通過 A, B 連線上之一點 C ，而有如下關係

$$AC' : BC' = Q : P \quad (1.10)$$

但 C' 點不在 A, B 兩點之間，而在 P 點外側。

當 P 與 Q 方向相反，而大小相等（但不共線）時，則上述方式無法求出合力 R ，並可證明如此二力已為最簡之力系，不能以一個力代替其作用。

1.9 作用與反作用

物體平衡（或運動）時，常受到若干限制其運動之作用，稱為拘束。例如物置於水平地面上，即受地面之限制，而不得垂直向下運動，於是地面即構成一項拘束。受到拘束的物體，當外力作用時，一般均有壓力施於其支點。物體對於支點之任何壓力，必產生支點對物體大小相等之反壓力。作用與反作用，大小相等，方向相反。此即所謂牛頓第三運動定律。

1.10 力 矩

力矩係代表力使一物體繞一線或軸之旋轉趨勢。若軸與力之作用線垂直，則力矩為力之大小與力之作用線至軸線間垂直距離之乘積。故圖 1.7 中， F 力對 YY 軸之力矩為 Fd 。由於 YY 與 F 力作用平面 M 之交點 O ，對 F 力作用線之距離亦等於 a ，故力矩 Fd 亦可視為 F 力對 O 點之力矩。 O 點名為力矩中心，距離 d 名為力臂。力對平面內某點之力矩，如其旋轉方向為反時針方向，慣例視為正力矩，反之為負。一力對一軸之力矩，如自軸之正端觀之，反時針方向旋轉者為正，順針方向者為負。因力矩為力與距離之乘積，故其因次式為 (FL) ，常用之單位有公斤·公尺 ($\text{kg}\cdot\text{m}$)，公斤·公分 ($\text{kg}\cdot\text{m}$) 等。

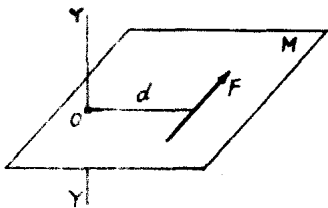


圖 1.7

力之作用線如不與力矩軸垂直，可將此力分解為二分力，一與軸平行，另一與軸垂直。與軸平行之力，無使物體繞軸旋轉之趨勢，其力矩為零。故一力對一軸之力矩，即等於與軸垂直之分力之力矩。圖 1.8 中， F 力對 OX 軸之力矩 M_x 為 $-F_y \cdot d$ ，對 OY 軸之力矩 M_y 為 $F_x \cdot d$ ，對 OZ 軸之力矩 M_z 則等於零。

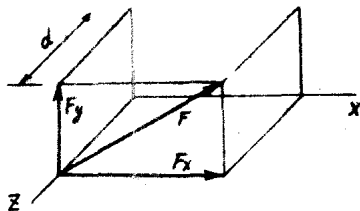


圖 1.8

1.11 力矩原理

任何力系之合力對於任一點或任一軸之力矩，等於力系中各力對同點或同軸

之力矩之代數和。應用此一原理於二共點力系，即為萬律農(Varignon)定理。圖 1.9 中， R 為二共點力 P 與 Q 之合力， O 為作用面上任一點，自 O 至 R 、 P 、 Q 三力作用線之垂直距離各為 r 、 p 、 q ，則可證明

$$R \cdot r = P \cdot p + Q \cdot q \quad (1.11)$$

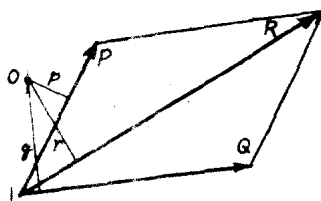


圖 1.9

1.12 力 偶

大小相等，方向相反，而作用線不相同之二平行力，名為力偶。一力偶不能化為更簡單之力或力系。力偶之作用在使物體發生旋轉，或阻止其旋轉。力偶對於平面內任一點（或與平面垂直之任一軸）之力矩，為二力對該點（或軸）之力矩之代數和。此為一常數，與力矩中心（或軸）之位置無關，其值為力偶之任一力與二力間之距離（即力臂）之乘積，亦即圖 1.10 中之 $P \cdot p$ ，名為力偶之力矩。力偶之力矩如為反時針方向者，慣例視為正值，否則為負。力偶之單位與力矩同，即公斤·公尺 (kg-m)，公斤·公分 (kg-cm) 等。

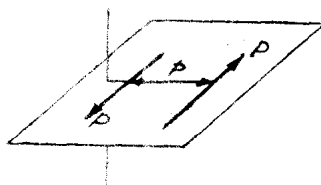


圖 1.10

一力偶對於剛體之效應，須視下列三項條件而定：(1) 力偶力矩之大小，(2) 力偶之旋轉方向，(3) 力偶作用面之傾度。此三者名為力偶之要素。

力偶可有多種變換而不改變其對剛體之效應，即(1) 力偶可在其所作用之平面內任意移動或旋轉，(2) 力偶可由一平面移至任一平行平面，(3) 如維持力矩之值不變，則力偶之力與二力間之距離可任意更改。

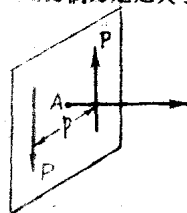


圖 1.11

1.13 力偶之向量表示法

力偶爲向量，可用一附有箭頭之直線線段表示之：線段之長度，依照比例，代表力矩之大小；線段之方向，與力偶之作用平面相垂直，可代表力偶之方向；箭頭之指向代表力偶之旋轉方向，慣例自箭頭端向箭尾，力偶轉向應爲反時針方向，即正向。如以一力偶作用於一右螺旋，則箭頭方向應與螺旋前進方向相同。圖 1.11 中， AB 與力偶 Pp 之作用平面垂直，而 AB 之長度以某一比例尺代表 Pp 之值，則向量 AB 即完全代表力偶 Pp 。

1.14 分解一力爲一力及一力偶

圖 1.12 (a) 中， P 爲作用於物體上 A 點之一力。如於任一點 O 加上與 P 力平行之二共線力 P_1 與 P_2 ，方向相反，大小均與 P 力相等，如圖 1.12 (b)，則由於此二共線力之效應互相抵消，對物體並無作用，故 P ， P_1 及 P_2 三力與原有單獨之 P 力完全相等。但此三力可視爲經 O 點之 P_1 力（與原有 P 力大小相等，互相平行，並同一指向），及一力偶 $P \cdot p$ （其力矩與原有 P 力對 O 點之力矩相同）。但組成力偶之 P 與 P_2 二力之大小與作用線，則可依照力偶變換方法，任意改變，示如圖 1.12 (c)。

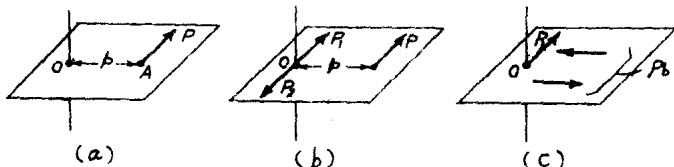


圖 1.12

一力可分解爲同平面中之一力偶與另一力，反之，作用於同平面之一力與一力偶，亦可合併爲一力。因力偶可以變換，使其二力之一適與原有力共線，並大小相等，方向相反，而互相抵消。故僅剩餘力偶之另一力，其大小方向均與原有之力相同。是知一力加上同平面一力偶之效果，是使此力之作用線移至另一平行位置，力之大小與指向均不改變。

1.15 分離體

在力學問題中，常有若干物體相互間有約束之作用存在。例如梁架在柱上，軸支於軸承上。如將其中一個物體與其餘的物體相隔離，而代之以其餘物體的作

用力，則將不影響此一物體原有之靜止或運動狀態。此一原則，稱為分離體原則；此一單獨隔離之物體，稱為分離體。

例如在圖 1.13 (a) 中，一均質圓柱，重 50 kg ，半徑 10 cm ，支以光滑平面 OA ，與光滑斜桿 OB 。桿 OB 下端用一光滑鉸鏈與垂直牆壁連於 O 點，上端用一軟繩 AB 連於牆之 A 點， OB 與 AB 之重量均可略去不計，茲分別以圓柱及以桿 OB 與繩 AB 之一部分為分離體作分離體圖如下：

有力作用於圓柱之物體，共有三個，即地球，直壁，與斜桿；故分離體圖之力應有三個。因各接觸面均假定為光滑，故直壁作用於圓柱之 P 力，應與直壁垂直，而成水平；同理，斜桿作用於圓柱之 Q 力，應與 OB 垂直，圖 1.13 (b) 即為圓柱之分離體圖。除圓柱外，其他物體均未畫出（所加虛線，僅作決定力作用線時之用），而代以作用於圓柱之各力。

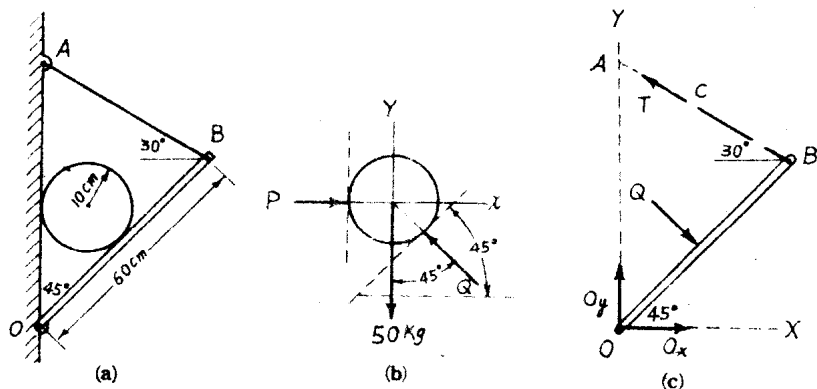


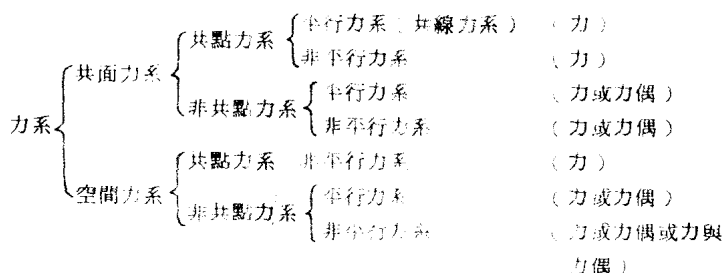
圖 1.13

斜桿 AB 與繩之一部分之分離體圖，示如圖 1.13 (c)。假想用一平面將繩在 C 點切斷，除去繩之左上段，而代以左段繩作用於分離體 OBC 之力 T ；因假定繩為完全柔軟，故 T 力之作用線與 AB 繩相重合，而與水平成 30° 角。如此，則有力作用於分離體 OBC 之物體共有三個，即繩之左上段，圓柱，及 O 點之鉸鏈。故作用於此分離體之力亦有三個，即 T ， Q （與 OB 垂直），及鉸釘 O 之壓力； O 點壓力之大小與方向均為未知，故用二正交分力 O_x 與 O_y 表示之。

第二章 力系之合力

2.1 力系之分類

由力系中各力作用線之構成情形加以區分，力系可分類如下：



右括弧中之“力”，“力偶”等字，乃指各該力系合成之結果，將在以下各節中討論。

2.2 共線力系

設有共線力 P 與 Q ，指向相同，則其合力為 P 與 Q 之和，其指向與 P ， Q 同。設 P 與 Q 指向相反，而 P 力大於 Q ，則其合力為二力之差，指向與較大之 P 力相同。此項結果，由日常經驗即可知其正確，同時亦可由平行四邊形定律推論得之。故任何二共線力之合力為一個力，其大小與指向均可以二力之代數表示之。二力之合力又可用同法與第三個力合併，以至第四個力合併，依次類推，至全力系合併為一個力為止。故共線力系之合力為一個力，其大小為各力之代數和。

$$R = \Sigma F$$

R 之指向則由 ΣF 之正負號決定之。

2.3 共面共點力系

設有一共面共點力系，例如圖 2.1 所示之 F_1 ， F_2 ， F_3 與 F_4 。 O 為各力之共同交點，稱為匯集點。經 O ，作直角座標軸 Ox 與 Oy 。將每一力分解為二正交