考研数学题库精编系列丛书

修订再版

经济类

考研者→备战应考的良师益友

大学生→训练提高的最佳选择

概率论与数理统计题库精编

齐治平

修订2版

内容精讲指要

基本题型例析

同步训练题萃

自我检测试题

NEUPRESS
东北大学出版社

考研数学题库精编系列丛书

经 济 类

概率论与数理统计题库精编

（修订2版）

齐 治 平

东 北 大 学 出 版 社

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计题库精编/齐治平 .—2 版(修订本).—沈阳：东北大学出版社，2001.4
(考研数学题库精编系列丛书：经济类)
ISBN 7-81054-480-2

Ⅰ.概… Ⅱ.齐… Ⅲ.①概率论-研究生-入学考试-试题②数理统计-研究生-入学考试-试题 Ⅳ.O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 08493 号

©东北大学出版社出版
(沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号 邮政编码 110004)
电话：(024) 23890881 传真：(024) 23892538
网址 http //www neupress.com E-mail:neuph@neupress.com

北宁市印刷厂印刷	东北大学出版社发行

开本 850mm×1168mm	1/32	字数:250 千字	印张:9.5
2001 年 4 月第 2 版		2000 年 4 月第 1 次印刷	

责任编辑:郭爱民	责任校对:冯 伟
封面设计:唐敏智	责任出版:秦 力

定价:14.80 元

编辑寄语

近年来，随着国家不断扩大研究生招生数额，大批有志的青年朋友纷纷加入到了考研大军中。于是，考研一族每天匆匆的行色、忙碌的身影便成为大学校园中一道亮丽的风景。如何遴选一套合适的参考书，使您既能系统地复习基础知识和基本理论，全面地掌握近年来考研的题型、题路、题质和题量，又能抓住重点、难点和考点，通过备“战”练“兵”进行强化训练，在较短时间内培养解题能力、增长实战技巧、提高应试水平，是一件至关重要的大事。“良好的开端，是成功的一半。”“好的教本，是成功之本”。

《考研数学题库精编》(理工类、经济类)系列丛书自2000年3月面世以来，以其题型全、题路新、题质高、题量大等特点，深受全国各地广大考生的青睐。一些考研辅导班的授课教师经过多方比较，最终选择本丛书作为授课的主要教本；许多读者因在当地书店未购到本丛书，纷纷来电、来函办理邮购事宜。更有一些数学专家对本丛书给予了较高的评价，并提出了很好的建议。所有这些，既是对我们丛书编辑的鼓励和信任，更是对我们的鞭策。

本丛书经过此次修订后，纠正了差错，弥补了疏漏，吸收了各方面的智慧，更好地体现了编辑思想和设计意图。该丛书主要具有以下特点。

一是紧扣考研大纲　根据《考研数学复习大纲》的要求确定编写内容，对重要的概念、定理、公式作出扼要剖析，便于考生加深理解，增强记忆，避免犯概念性错误或其他解题

错误。

二是精选典型例题 针对历年考研基本题型，精心遴选典型例题。对于重点例题，或在解题前给出【解题思路】，或在解题后归纳【解题技巧】，提供【方法总结】，以使考生切实收到举一反三、触类旁通之效。

三是突出重点难点 本丛书突出重点、难点和考点，并有“错点分析”、“易错提醒”和“巧点揭示”，使读者在较短时间内快速掌握要害之处和关键所在，提高学习效率，取得最佳效果。

四是同步强化训练 书中每单元都精选了大量的同步训练题(但绝无超出《大纲》的偏题、怪题)，供读者备“战”练“兵”，以使读者更透彻地消化和理解所学内容，强化应试能力，大大提高临场的解题速度和准确性。

五是应试水平检测 每章后都选编了历届考研的数学真题，便于考生对应试水平、复习效果和综合能力进行完全检测，以便找出差距，制定应对措施。

值得一提的是，本丛书的作者都是多年从事考研辅导工作、经验丰富的知名专家、教授。书中每一个字符都凝聚着他们的智慧，是其心血和汗水的结晶。

最后，编辑将古希腊哲学家亚里士多德的一段名言转录于此，送给广大的考生朋友：

> “能够摄取必要营养的人，要比吃得很多的人更健康。同样地，真正的学者往往不是读了很多书的人，而是读了有用的书的人。”

愿本丛书能成为您备战应考的良师益友、斩关夺隘的得力助手。祝您旗开得胜，马到成功！

丛书编辑

2001年4月

再版前言

根据国家教育部最新颁布的全国硕士研究生入学统一考试《数学考试大纲》(经济类)的要求，结合作者多年的教学经验编写了这本书，并在第一版的基础上做了较大的修订工作。

本书特点如下。

(1) 在选题过程中，注意配合经济类教材的内容，尽量做到例题类型和解题方法具有典型性和广泛性。

(2)对重要概念、定理、公式进行了简明、扼要的精讲、总结、归纳，便于读者反复记忆和加强理解。

(3)在每一单元里，精选了各种基本例题进行详解，分析解题思路，并归纳出解题方法，便于读者掌握和应用。

(4)在每个单元之后都配有适当数量的训练题。在训练题的选择上，既有一般教科书和习题集中的典型题目，也有历届全国硕士研究生入学统考试题。读者可以借此进行基本训练，提高解题能力。

(5)每章之后都配有 A, B 两套测试题。测试题的编排，注意到了难易结合，既有基本题，也有较难的综合题。读者借此可以检验对所学知识掌握的程度。

本书可以作为经济类硕士研究生入学考试的辅导教材，也可以作为财经类高等院校在校学生的学习参考书，并适于自学者阅读。

书中如有不妥之处，恳请读者指正。

编　者

2001 年元月

目　　录

第一章 随机事件和概率

第一单元 随机事件与样本空间

内容精讲指要

一、随机事件

在概率论中，把在相同的条件下可以重复进行，并且每次试验之前不能准确地预知将出现哪一个结果的试验称为随机试验.

在随机试验中，可能发生也可能不发生的事件称作随机事件，简称事件.

随机试验的每一个可能结果，称为样本点，或称为基本事件. 全体样本点的集合称为样本空间，记作 Ω.

随机事件是样本空间的子集，是样本点的某个集合. 在试验中当且仅当事件 A 所包含的某个样本点出现时，事件 A 才发生.

在每次试验中，必定发生的事件称为必然事件，必然事件应包含所有的样本点，因而记作 Ω. 在每次试验中，不可能发生的事件称为不可能事件，它不包含任何样本点，记作 $\varnothing$.

例如，从标号为 1，2，…，6 的六个球中任取一球，观察取出球的标号，这是一个随机试验. 以 ω_i 表示取得标号为 i 的球，则样本空间 $\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_6\}$，可简记为 $\Omega=\{1, 2, \cdots, 6\}$.

再如，抽取一件产品，测试其使用寿命，是一个随机试验，用

ω_t 表示寿命为 t(h)，则样本空间 $\Omega=\{\omega_t|0\leqslant t<+\infty\}$，或简记为 $\Omega=(0,+\infty)$.

二、事件的关系与运算

在一个随机试验中，有很多的随机事件. 为了从简单事件的规律去认识复杂事件的规律，有必要引进事件间的一些关系和有意义的运算，并给出运算定律.

1. 事件的包含关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，或称事件 A 包含于事件 B，记作 $A\subset B$. 显然对任何事件 A，有 $\varnothing\subset A\subset\Omega$.

如果 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$.

2. 和事件

"事件 A 和 B 至少有一个发生"，这一事件称为 A 与 B 的和(或并)，记作 $A\cup B$. 换言之，A 与 B 的和表示"或是 A 发生，或是 B 发生"的事件，它由所有"属于 A 或者属于 B"的样本点所构成.

和事件可以推广到 $n(n>2)$ 个事件的情况，n 个事件的和事件 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$，表示"事件 A_1，A_2，…，A_n 中至少有一个发生"的事件，简记作 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$. 还可以推广到可数无穷多个事件的情况，$\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$ 表示"A_1，A_2，…中至少有一个发生".

3. 积事件

"事件 A 与 B 同时发生"的事件称为 A 与 B 的积事件，记作 $A\cap B$，或简记作 AB. AB 意味着既是 A 发生又是 B 发生，它所包含的样本点是那些既属于 A 也属于 B 的点.

积事件也可以推广到 $n(n>2)$ 个事件的情况. n 个事件的积事件 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$ 表示"A_1，A_2，…，A_n 同时发生"的事件，可

记作$\bigcap_{i=1}^{n} A_i$. 还可以推广到可数无穷多个事件的情况，$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ 表示事件A_1，A_2，…同时发生.

4. 差事件

“事件 A 发生且事件B 不发生”，该事件称为 A 与B 的差事件，记作 $A-B$. 它是由那些属于 A 但不属于B 的样本点所构成.

5. 互不相容(互斥)

如果事件 A 与事件B 不能同时发生，则称 A 与B 互不相容，或说互斥. 此时 $AB=\varnothing$，也就是说 A 和B 没有共同的样本点.

6. 对立事件(逆事件)

事件 $\Omega-A$ 称为A 的对立事件(逆事件)，记作 $\overline{A}$. 它表示“A 不发生”的事件，$\overline{A}$ 包含 Ω 中不属于 A 的所有样本点. 在一次试验中，有关系：

$$A\cup\overline{A}=\Omega,\qquad A\overline{A}=\varnothing.$$

这说明 A 与$\overline{A}$ 不能同时发生，但 A，$\overline{A}$ 必出现其中一件.

事件的关系和运算如图 1-1 所示.

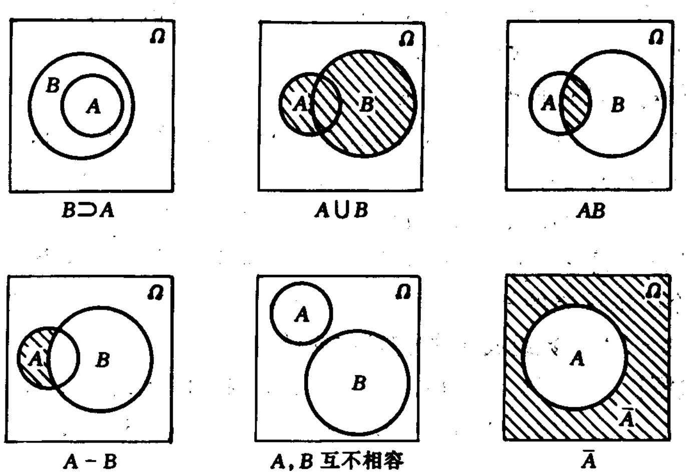

图 1-1

事件的运算满足下列规则：

(1)交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$；

(2)结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；

(3)分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；

(4)德摩根律：$\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$，$\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$.

德摩根律可以推广到任意多个事件的场合.

基本题型例析

【例 1-1】 袋中装有 2 个白球和 1 个黑球，今从袋中依次任意地摸出两球. 设球是编号的，白球编为 1，2 号，黑球编为 3 号. 用一数对(i, j)表示第一次摸得 i 号球，第二次摸得 j 号球. 写出试验的样本空间，并写出下列事件所包含的样本点：A =“第一次摸得黑球”；B =“第一次摸得白球”；C =“两次都摸得白球”；D =“第一次摸得白球，第二次摸得黑球”.

【解】 试验的样本空间为

$\Omega=\{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$；

$A=\{(3, 1), (3, 2)\}$；$B=\{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3)\}$；

$C=\{(1, 2), (2, 1)\}$；$D=\{(1, 3), (2, 3)\}$.

【例 1-2】 在 1，2，3，4 四个数中可重复地先后取两个数，写出这个随机试验的样本空间及事件 A =“一个数是另一个数的 2 倍”，B =“两个数组成既约分数”中的样本点.

【解】 $\Omega=\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$；

$A=\{(1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2)\}$；

$B=\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3)\}$.

【例 1-3】 设 A, B, C 为 3 个事件，则一些事件的表示方法如下.

(1) A 发生而 B 与 C 都不发生：

$$A\overline{B}\overline{C} \text{ 或 } A-B-C \text{ 或 } A-(B\cup C);$$

(2) A 与 B 都发生而 C 不发生：$AB\overline{C}$ 或 $AB-C$;

(3) 3 个事件都发生：ABC;

(4) 3 个事件至少有 1 个发生：$A\cup B\cup C$;

(5) 3 个事件发生 1 个：$A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C$;

(6) 3 个事件至少发生 2 个：$AB\cup AC\cup BC$;

(7) 3 个事件发生 2 个：$AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC$;

(8) 3 个事件不多于 2 个事件发生：$\overline{ABC}$;

(9) 3 个事件不多于 1 个事件发生：$\overline{AB\cup AC\cup AB}$.

【例 1-4】 掷 1 粒骰子的试验，观察出现的点数，事件 A 表示“出现偶数点”；B 表示“出现点数小于 4”；C 表示“出现小于 5 的奇数点”. 用集合的列举表示法表示下列事件：Ω, A, B, C, $A\cup B$, $A-B$, $B-A$, AB, AC, $\overline{A}\cup B$.

【解】 $\Omega=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;　　$A=\{2, 4, 6\}$;

$B=\{1, 2, 3\}$;　　$C=\{1, 3\}$;

$A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 6\}$;　　$A-B=\{4, 6\}$;

$B-A=\{1, 3\}$;　　$AB=\{2\}$;

$AC=\varnothing$;　　$\overline{A}\cup B=\{1, 2, 3, 5\}$.

【例 1-5】 一个工人生产了 n 个零件，以事件 A_i 表示他生产的第 i 个零件是正品($1\leqslant i\leqslant n$). 用 A_i 表示下列事件：

(1) 没有 1 个零件是次品；

(2) 至少有 1 个零件是次品；

(3) 仅有 1 个零件是次品；

(4) 至少有 2 个零件不是次品.

【解】 (1) $A_1A_2\cdots A_n$;

(2) $\bar{A}_1\cup\bar{A}_2\cup\cdots\cup\bar{A}_n$;

(3) $\bar{A}_1A_2\cdots A_n\cup A_1\bar{A}_2\cdots A_n\cup\cdots\cup A_1A_2\cdots\bar{A}_n$;

(4) $A_1A_2\cup A_1A_3\cdots\cup A_{n-1}A_n$.

【例1-6】 一名射手连续向某个目标射击3次，事件 A_i 表示该射手第 i 次射击时击中目标($i=1, 2, 3$). 试用文字叙述下列事件: $A_1\cup A_2$; $\bar{A}_2$; $A_1\cup A_2\cup A_3$; $A_1A_2A_3$; A_3-A_2; $\overline{A_1\cup A_2}$; $\bar{A}_1\bar{A}_2$; $\bar{A}_2\cup\bar{A}_3$; $\overline{A_2A_3}$; $A_1A_2\cup A_1A_3\cup A_2A_3$.

【解】 $A_1\cup A_2=$“前2次至少有1次击中目标”;

$\bar{A}_2=$“第2次射击未击中目标”;

$A_1\cup A_2\cup A_3=$“3次射击中至少有1次击中目标”;

$A_1A_2A_3=$“3次射击都击中了目标”;

$A_3-A_2=$“第3次击中但第2次未击中目标”;

$\overline{A_1\cup A_2}=\bar{A}_1\bar{A}_2=$“前2次射击都没有击中目标”;

$\bar{A}_2\cup\bar{A}_3=\overline{A_2A_3}=$“后2次射击至少有1次未击中目标”;

$A_1A_2\cup A_1A_3\cup A_2A_3=$“3次射击至少有2次击中目标”.

【例1-7】 在数学系学生中任选一名学生，令事件 A 表示被选学生是男生，事件 B 表示该生是三年级学生，事件 C 表示该生是运动员.

(1) 叙述事件 $AB\bar{C}$ 的意义.

(2) 在什么条件下 $ABC=C$ 成立?

(3) 什么时候关系式 $C\subset B$ 是正确的?

(4) 什么时候 $\bar{A}=B$ 成立?

【解】 (1) $AB\bar{C}=$“选出的学生是三年级男生,但不是运动员”.

(2) 在运动员都是三年级男生的条件下，$ABC=C$.

(3) 在运动员全是三年级学生时，$C\subset B$.

(4) 在三年级学生全是女生，而其他年级的学生全是男生时，$\bar{A}=B$.

【例 1-8】 靶子由 10 个同心圆组成，半径分别为 r_1，r_2，…，r_{10}，且 $r_1<r_2<\cdots<r_{10}$. 以事件 A_k 表示命中点在半径为 r_k 的圆内，叙述下列事件的意义：

(1) $\bigcup\limits_{k=1}^{6} A_k$；　(2) $\bigcap\limits_{k=1}^{8} A_k$；　(3) $\overline{A}_1 A_2$.

【解】 (1)命中点在半径为 r_6 的圆内；

(2) 命中点在半径为 r_1 的圆内；

(3) 命中点在半径为 r_1 与 r_2 的圆环内.

【例 1-9】 下列各式说明什么包含关系？

(1) $AB=A$，(2) $A\cup B=A$，(3) $A\cup B\cup C=A$.

【解】 (1) $AB=A \Leftrightarrow AB\subset A$ 且 $A\subset AB$.

由 $A\subset AB \Rightarrow A\subset A$ 且 $A\subset B$，于是 $A\subset B$.

(2) $A\cup B=A \Leftrightarrow A\cup B\subset A$ 且 $A\subset A\cup B$.

由 $A\cup B\subset A \Rightarrow B\subset A$.

(3) $A\cup B\cup C=A \Leftrightarrow A\cup B\cup C\subset A$ 且 $A\subset A\cup B\cup C$.

由 $A\cup B\cup C\subset A \Rightarrow B\cup C\subset A$

【例 1-10】 如果 x 表示一个沿数轴作随机运动的质点的位置，试说明下列各事件的关系.

$A=\{x\,|\,x\leqslant 20\}$；　$B=\{x\,|\,x>3\}$；

$C=\{x\,|\,x<9\}$；　$D=\{x\,|\,x<-5\}$；

$E=\{x\,|\,x\geqslant 9\}$.

【解】 各事件的情况如图 1-2 所示.

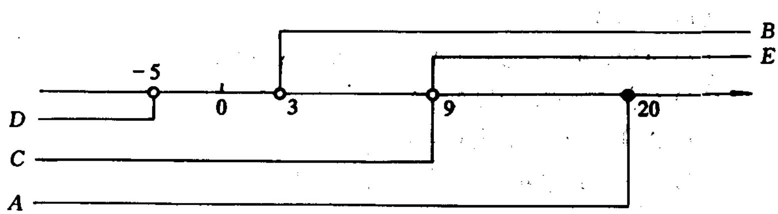

图 1-2