



数学同步测试丛书

线性代数

同步测试

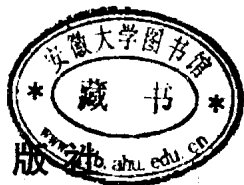
谢延波 王爱茹 杨中兵 主编
王学理 主审



NEUPRESS
东北大学出版社

线性代数同步测试

主 编 谢延波 王爱茹 杨中兵
副主编 沙秋夫 王立冬
主 审 王学理



东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

线性代数同步测试/谢延波,王爱茹,杨中兵主编. —沈阳:东北大学出版社,2002.8

ISBN 7-81054-678-3

I. 线… II. 谢… III. 线性代数-高等学校-教学参考资料
IV. O151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 054278 号

出 版 者: 东北大学出版社

(邮编: 110004 地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号)

出 版 人: 李毓兴

印 刷 者: 沈阳市第六印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 850mm×1168mm 1/32

印 张: 12

字 数: 312 千字

出版时间: 2002 年 8 月第 1 版

印刷时间: 2002 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑: 刘宗玉 刘 莹

责任出版: 秦 力

封面设计: 唐敏智

定 价: 15.00 元

垂询电话: 024—83687331 (发行部)

E-mail: neuph@neupress.com

024—83680265 (传 真)

http: //www. neupress. com

前 言

“线性代数”是理工科院校学生的一门必修课，历来备受青睐。但由于“线性代数”内容多、理论体系抽象，因而较难掌握，加之又有一套特殊的思维方法和解题思路，给学习者带来更多的不便。

实践证明，通过演练大量习题来完成“线性代数”的学习是必然的。但是，学生们往往是盲目地去做题，缺乏科学的选择，最后很难达到预期目的，同时还浪费了大量的宝贵时间。编写本书的目的，就是要解决这一问题。本书的特色在于内容与教材的紧密衔接，随授课进度进行同步测试；精心选择的各类试题，既基本又典型，面广但不重复，循序渐进、重点突出，最终目的是让学生在尽可能短的时间内巩固基本概念，掌握解题方法。

本书共分三大部分，含测试套题 48 套。第一部分为归类测试，共有六讲，每讲含四套题，其中稍易的 A 级两套，稍难的 B 级两套。每套均含填空题、选择题（单项）、计算题、综合题与证明题五种题型。第二部分为期末测试，分为模拟测试和真题测试两讲，共有 12 套测试题。其中 6 套模拟测试题，程度相当于普通本科院校的期末试题；6 套真题，选自于重点大学实际使用过的期末试题。前两部分每套题完成时间为两个小时。第三部分为考研测试，分模拟测试与真题测试两讲，每讲各含 6 套测试题。真题选自近年全国考研“数学一”中试题，模拟题与此类题水平相当，每套题要求三个小时完成。

所有测试题均给出详细解答，一部分给出解题思路和方法，指

出易犯的错误并剖析原因；有些还结合解题过程对学习的思维方式予以指导，并介绍解题技巧。

本书适用于在校的本科生和有志“考研”的朋友，对于从事“线性代数”教学工作的高校教师也是一本内容翔实的参考书。

本书主编为谢延波、王爱茹、杨中兵，副主编为沙秋夫、王立冬，参加编写的还有丁韞、潘东升。全书由王学理审订。

由于作者水平所限加之时间紧迫，书中难免会有缺憾与不妥之处，若能得到广大读者与同仁的指教、批评，那正是我们衷心的希冀。

编 者

2002年3月

目 录

第一部分 归类测试	1
第一讲 行列式	1
第二讲 矩阵	14
第三讲 向量	24
第四讲 线性方程组	34
第五讲 特征值与特征向量	47
第六讲 二次型	56
第二部分 期末测试	64
第七讲 模拟测试	64
第八讲 真题测试	80
第三部分 考研测试	91
第九讲 模拟测试	91
第十讲 真题测试	110
试题答案及详解	132
第一部分 归类测试	132
第一讲 行列式	132
第二讲 矩阵	145
第三讲 向量	161

第四讲	线性方程组·····	180
第五讲	特征值与特征向量·····	199
第六讲	二次型·····	222
第二部分	期末测试·····	248
第七讲	模拟测试·····	248
第八讲	真题测试·····	270
第三部分	考研测试·····	295
第九讲	模拟测试·····	295
第十讲	真题测试·····	337

第一部分 归类测试

第一讲 行列式

A 级

第一套

一、填空题 ($3 \times 4 = 12$ 分)

1. 排列 $13 \cdots (2n-1)24 \cdots (2n)$ 的逆序数为_____.
2. 6 阶行列式中 $a_{21}a_{12}a_{56}a_{43}a_{35}a_{64}$ 的符号为_____.

3. 行列式
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$
 的值为_____.

4. 行列式
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & x & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$
 中元素 x 的代数余子式是_____.

二、选择题 ($4 \times 3 = 12$ 分)

1. 5 阶行列式的展开式共有[]项.

(A) 5^2 ; (B) $5!$; (C) 10; (D) 15.

2. 行列式 $D=0$ 的必要条件是[].

(A) D 中有两行(列)元素对应成比例;

(B) D 中至少有一行各元素可用行列式的性质化为 0;

(C) D 中有一行元素全为 0;

(D) D 中任意一行各元素都可用行列式的性质化为 0.

3. 若齐次线性方程组有非零解, 则它的系数行列式 D [].

(A) 必为 0;

(B) 必不为 0;

(C) 必为 1;

(D) 可取任何值.

三、计算题 ($8 \times 5 = 40$ 分)

1. 计算 4 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 6 & -4 \\ 2 & 5 & -3 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. 计算行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}.$$

3. 求方程

$$\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ 1 & 4 & 6 & x+4 \end{vmatrix} = 0$$

的解.

4. 决定 i 和 j , 使排列 1245*i*6*j*97 为奇排列.

5. 用克莱姆法则解方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$$

四、综合题 (10×2=20 分)

1. 问 λ, μ 取何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \mu x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2\mu x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

有非零解.

2. 已知

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

求 x, y, z .

五、证明题 (8×2=16 分)

1. 设 α, β, γ 为互不相等的实数, 证明 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \end{vmatrix} = 0$ 的充

要条件是 $\alpha + \beta + \gamma = 0$.

2. 证明

$$D = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{vmatrix} = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2.$$

第二套

一、填空题 (3×4=12分)

1. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 2x & 3 & 1 & 2 \\ x & x & 0 & 1 \\ 2 & 1 & x & 4 \\ x & 2 & 1 & 4x \end{vmatrix}$, 则 x^4 项的系数为_____.

2. 排列 217986354 的逆序数为_____.

3. 在 4 阶行列式中, 包含因子 a_{31} 的项是_____.

4. n 阶行列式中元素 a_{ij} 的代数余子式 A_{ij} 与余子式 M_{ij} 之间的关系是_____.

二、选择题 (4×3=12分)

1. 排列 $246\cdots(2n)135\cdots(2n-1)$ 的逆序数为[].

(A) n ; (B) 0; (C) $\frac{n(n-1)}{2}$; (D) $\frac{n(n+1)}{2}$.

2. 设 $D = \begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix}$, 其中 a_1, a_2, a_3 不全为零, 那么 D

是[]行列式.

(A) 对角形; (B) 上三角形;

(C) 下三角形; (D) 以上都对.

3. 行列式 $\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix} = []$.

(A) $(a-b)^3$; (B) $(a+2b)(a+b)^2$;

(C) $(a+2b)(a-b)^2$; (D) $(a-2b)(a+b)^2$.

三、计算题 (8×5=40 分)

1. 选择 i 与 j , 使 3972*i*15*j*4 为偶排列.

2. 计算 $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 301 \\ 1 & 2 & 102 \\ 2 & 4 & 199 \end{vmatrix}$.

3. 计算

$$\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix} \quad (a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0).$$

4. 设

$$D = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix},$$

求第 1 行各元素的代数余子式.

5. 求方程组的解

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_2 + 4x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{11}{6}, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = \frac{5}{6}. \end{cases}$$

四、综合题 (10×2=20 分)

1. 求一个二次多项式 $f(x)$, 使得 $f(1)=0$, $f(2)=3$, $f(-3)=28$.

2. 设水银密度 h 与温度 t 的关系为

$$h(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3.$$

由实验测定以下数据

$t/(^{\circ}\text{C})$	0	10	20	30
$h(t)/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	13.60	13.57	13.55	13.52

求 t 分别为 15°C 和 40°C 时水银的密度.

五、证明题 ($8 \times 2 = 16$ 分)

1. 已知 1632, 2160, 3696, 5024 都可被 16 整除. 不经计算,

证明 $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 6 \\ 5 & 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$ 可被 16 整除.

2. 证明在 n 元排列中 ($n \geq 2$), 奇排列与偶排列个数相等, 各为 $\frac{1}{2}n!$ 个.

B 级

第一套

一、填空题 ($3 \times 4 = 12$ 分)

1. 若 $a_{31} a_{2k} a_{54} a_{1l} a_{43}$ 是 5 阶行列式中的一项, 则当 $k =$ _____, $l =$ _____ 时, 该项符号为正号.

2. 设 $\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = 0$, 则 $a = 1$ 或 _____.

3. $f(x) = \begin{vmatrix} 3 & -1 & x \\ x & 2 & 5 \\ 1 & 4 & x \end{vmatrix}$ 是_____次多项式, 其一次项的系数

是_____.

4. 若 n 阶行列式零元素的个数超过 $n(n-1)$ 个, 则行列式为_____.

二、选择题 ($4 \times 3 = 12$ 分)

1. 行列式

$$\begin{vmatrix} 0 & & & a_{1n} \\ & & a_{2, n-1} & \\ & \ddots & & \\ a_{n1} & & & 0 \end{vmatrix} = [\quad] a_{1n} a_{2, n-1} \cdots a_{n1}.$$

(A) -1 ;

(B) $-n$;

(C) $-\frac{1}{2}n(n-1)$;

(D) $(-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)}$.

2. 若

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = m \neq 0,$$

则

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4a_{11} & 5a_{11} - 2a_{12} & a_{13} \\ 4a_{21} & 5a_{21} - 2a_{22} & a_{23} \\ 4a_{31} & 5a_{31} - 2a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = [\quad].$$

(A) $-40m$; (B) $40m$; (C) $-8m$; (D) $20m$.

$$3. D = \begin{vmatrix} 9 & 4 & 2 & 1 & 6 \\ 5 & 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 3 & 2 \\ 5 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = [\quad].$$

(A) -294; (B) 294; (C) 61; (D) -61.

三、计算题 (8×5=40 分)

1. 计算

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. 计算

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}.$$

3. 计算

$$D = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix},$$

其中 $a_i \neq 0$ ($i=1, 2, \dots, n$).

4. 求 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & -1 & \cdots & -1 \\ 1 & 1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & -1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

展开后的正项总数.

5. 求解方程组

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 10, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

四、综合题 (10×2=20 分)

1. 解方程

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 + x \\ a_1 & a_2 & a_3 + x & a_4 \\ a_1 & a_2 + x & a_3 & a_4 \\ a_1 + x & a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = 0.$$

2. 求三次多项式 $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, 使得 $f(-1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(2) = 3$, $f(3) = 16$.

五、证明题 (8×2=16 分)

1. 若 n 次多项式 $f(x) = C_0 + C_1x + \cdots + C_nx^n$ 对于 $n+1$ 个不同的 x 值都等于 0, 则 $f(x) \equiv 0$.

2. 证明

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}.$$

第二套

一、填空题 (3×4=12 分)

1. 若 $abcdef$ 是偶排列, 则 $afcdeb$ 是_____排列.

2.
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 方程
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & x \\ 1 & 4 & 9 & x^2 \\ 1 & 8 & 27 & x^3 \end{vmatrix} = 0$$

的全部根是_____.

4. 若对于 n 阶行列式 D 的元素 a_{ij} 及其代数余子式 A_{ij} , 总有 $\sum_{k=1}^n a_{ki}A_{kj} = 0$ ($i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, n$), 则 $D = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题 (4×3=12 分)

1. 设

$$D_1 = \begin{vmatrix} 3a_1 & & & 0 \\ & 3a_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 3a_n \end{vmatrix},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & & & 0 \\ & a_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & a_n \end{vmatrix},$$