

成人高考理科数学 练习题及答案

赵祖培 编著

海洋出版社



成人高考理科数学 练习题及答案

赵祖培 编著

海洋出版社

1986年·北京

内 容 简 介

本书是根据教育部新制定的各类成人高等学校招生考试复习大纲，为帮助参加各类成人理科高考人员进行系统而有重点的复习，牢固掌握基本知识，提高运算技能，取得理想成绩而编的。主要包括代数、平面三角、立体几何、平面解析几何四大部分。主要特点是：充分考虑到成人的年龄、学习条件；紧紧抓住了大纲所要求的重要内容；练习题选题广而不重复，选题难易适中而不偏怪。为使考生在较短的时间里掌握大纲所要求的复习内容，每一章都对重要概念作了简要说明，并指明了复习的重点，各练习还都附有答案。

责任编辑：王安南 责任校对：刘兴昌

成人高考理科数学练习题及答案

赵祖培 编著

海 洋 出 版 社 出 版（北京市复兴门外大街1号）

新华书店北京发行所发行 北京印刷一厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：12 7/8 字数：270千字

1986年11月第一版

1986年11月第一次印刷

印数：43500册

统一书号：7193·0807 定价：2.30元

75338

G72
4434

封面设计：宝克孝

统一书号：7193·0807

定 价：2.30元

目 录

第一章 代 数

一、集合	(1)
习题 1—1	(5)
二、不等式与不等式组	(8)
(一) 不等式的基本性质	(8)
(二) 一元一次不等式的解的情况	(9)
(三) 一元一次不等式组的解的情况	(9)
(四) 分式不等式的解法	(9)
(五) 一元二次不等式的两种解法	(10)
(六) 含绝对值不等式的解法	(11)
习题 1—2	(19)
三、指数和对数	(21)
(一) 指数	(21)
(二) 对数	(22)
(三) 指数方程和对数方程	(23)
习题 1—3	(32)
四、函数	(36)
(一) 初等函数的分类表	(37)
(二) 函数的概念	(37)
(三) 函数的性质	(42)

(四) 反函数	(45)
(五) 几种代数函数	(46)
1. 正比例函数	(46)
2. 一次函数	(47)
3. 反比例函数	(48)
4. 二次函数	(51)
5. 幂函数	(59)
(六) 指数函数和对数函数	(62)
习题 1—4	(66)
五、复数	(74)
(一) 数系表	(75)
(二) 复数的概念	(75)
(三) 复数的计算	(77)
习题 1—5	(89)
六、数列	(91)
(一) 数列的一般概念	(92)
(二) 等差数列	(93)
(三) 等比数列	(94)
习题 1—6	(101)
七、排列和组合	(104)
(一) 加法原理和乘法原理	(104)
(二) 排列	(105)
(三) 组合	(105)
习题 1—7	(112)
八、二项式定理与数学归纳法	(114)
(一) 二项式定理	(114)

(二) 数学归纳法	(116)
-----------------	-------

习题 1—8	(122)
--------------	-------

第二章 平面三角

一、三角函数及有关概念	(125)
-------------------	-------

(一) 角的概念的扩大	(125)
-------------------	-------

(二) 三角函数的定义	(127)
-------------------	-------

(三) 特殊角的函数值	(129)
-------------------	-------

习题 2—1	(134)
--------------	-------

二、三角函数式的变换	(136)
------------------	-------

(一) 同角三角函数的基本公式	(137)
-----------------------	-------

(二) 诱导公式	(137)
----------------	-------

(三) 三角函数的加法定理及倍、半角公式	(138)
-------------------------------	-------

(四) 三角函数的积化和差与和差化积公式	(139)
-------------------------------	-------

习题 2—2	(164)
--------------	-------

三、三角函数的图象与性质	(174)
--------------------	-------

(一) 三角函数 $y = \sin x$ 、 $y = \cos x$ 、 $y = \tan x$ 和 $y = \cot x$ 的图象与性质	(176)
--	-------

(二) 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象 与 $y = \sin x$ 图象关系	(177)
--	-------

习题 2—3	(194)
--------------	-------

四、反三角函数与简单的三角方程	(198)
-----------------------	-------

(一) 反三角函数的定义	(198)
--------------------	-------

(二) 反三角函数的图象和性质	(199)
-----------------------	-------

(三) 简单的三角方程	(205)
-------------------	-------

习题 2—4	(212)
五、解三角形	(215)
(一) 三角形的基本元素和解三角形	(215)
(二) 解直角三角形	(215)
(三) 解斜三角形	(217)
习题 2—5	(232)

第三章 立体几何

一、直线与平面	(239)
(一) 平面的基本性质	(239)
(二) 直线和直线的位置关系	(241)
(三) 直线和平面的相互关系	(242)
1. 直线和平面的位置关系	(242)
2. 直线和平面平行	(243)
3. 直线和平面垂直	(244)
4. 直线和平面所成的角	(245)
5. 三垂线定理	(245)
(四) 平面与平面的相互关系	(246)
1. 两个不重合的平面的相互关系	(246)
2. 平面与平面平行	(246)
3. 二面角	(247)
4. 两个平面垂直	(247)
(五) 几个距离的概念	(248)
1. 点到平面的距离	(248)
2. 异面直线间的距离	(248)
3. 直线到平面的距离	(248)
4. 平面与平面的距离	(248)

习题 3—1	(256)
二、多面体和旋转体	(262)
(一) 多面体	(262)
1. 棱柱	(262)
2. 棱锥	(264)
3. 棱台	(266)
(二) 旋转体	(267)
习题 3—2	(281)

第四章 平面解析几何

一、基本问题	(285)
(一) 平面直角坐标系	(285)
(二) 基本公式	(286)
1. 两点间距离公式	(286)
2. 线段的定比分点坐标公式	(286)
(三) 曲线和方程	(287)
1. 曲线与方程的关系	(287)
2. 两个基本问题	(287)
3. 两条曲线的公共点	(288)
习题 4—1	(293)
二、直线	(294)
(一) 直线的倾斜角和斜率	(295)
(二) 直线的方程	(295)
1. 直线方程的几种形式	(295)
2. 特殊位置的直线方程	(296)
(三) 两条直线的位置关系	(296)
(四) 点到直线的距离公式	(297)

习题 4—2	(307)
三、圆锥曲线	(309)
(一) 圆	(309)
1. 圆的定义	(309)
2. 圆的方程	(310)
3. 圆的切线方程	(310)
4. 确定一个圆的条件	(311)
(二) 椭圆	(311)
1. 椭圆的定义	(311)
2. 椭圆的标准方程、图象及主要性质	(311)
(三) 双曲线	(312)
1. 双曲线的定义	(312)
2. 双曲线的标准方程、图象及主要性质	(312)
(四) 抛物线	(313)
1. 定义	(313)
2. 抛物线的标准方程、图象及主要性质	(313)
(五) 坐标轴的平移	(314)
1. 定义	(314)
2. 平移公式	(314)
习题 4—3	(330)
四、极坐标与参数方程	(335)
(一) 极坐标	(336)
(二) 参数方程	(340)
习题 4—4	(352)
习题答案	(356)
习题 1—1	(356)

习题 1—2	(358)
习题 1—3	(360)
习题 1—4	(361)
习题 1—5	(365)
习题 1—6	(368)
习题 1—7	(370)
习题 1—8	(372)
习题 2—1	(373)
习题 2—2	(375)
习题 2—3	(378)
习题 2—4	(383)
习题 2—5	(387)
习题 3—1	(389)
习题 3—2	(391)
习题 4—1	(393)
习题 4—2	(395)
习题 4—3	(396)
习题 4—4	(399)

第一章 代 数

一、集 合

【说明】 集合是现代数学最基础的概念.学习集合,给今后学习近代数学和现代数学打下了基础.集合概念,尤其是集合的表示法、集合符号已渗透到整个中学数学的各个部分,必须掌握好.集合包含的知识很广、很深、中学阶段只需懂得一些粗浅概念.

本单元学习要点:

(1) 掌握集合的表示法,会正确使用集合与集合、元素与集合间的关系符号;

(2) 了解集合、子集、真子集、交集、并集、全集和补集等概念.

(一) 集合的概念

某种对象的全体,便形成一个集合.集合里的各个对象叫做集合的元素.

(1) 有限集与无限集;

(2) 集合的有关符号.

$\in$ 属于符号 (适用于元素对集合关系);

$\subset$ 、 $\subseteq$ 或 $\supset$ 、 $\supseteq$ ——包含于或包含符号 (适用于集合对集合的关系);

N ——自然数集；

J (或 Z)——整数集；

Q ——有理数集 (Q^+ , 正有理集; Q^- , 负有理数集);

R ——实数集 (R^+ , 正实数集; R^- , 负实数集);

C ——复数集;

ϕ ——空集;

I ——全集.

(3) 集合元素的构成具有确定性和互异性:

确定性 对任一对象都能确定它是否属于某一集合;

互异性 同一集合中, 不能重复出现同一元素.

(二) 集合的表示法

(1) 列举法

把集合元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合;

(2) 描述法

把集合中元素的公共属性描述出来, 写在大括号内表示集合.

(三) 集合的一般概念

(1) 子集与全集:

①子集 如果集合 A 的任意一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 称为集合 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$);

②真子集 如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 就叫集合 B 的真子集, 记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$); (图1-1)

③等集 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 则 $A = B$;

④全集 在某个问题中, 若所有集合是某个给定集合的子集, 则这个给定集合叫做全集, 记作 I .

(2) 交集、并集与图 1-2 补集

①交集 $A \cap B$ 表示集合 A 与集合 B 的交集 (由 A 、 B 公共元素构成) (图 1-2 的阴影部分);

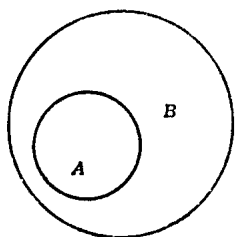


图 1-1

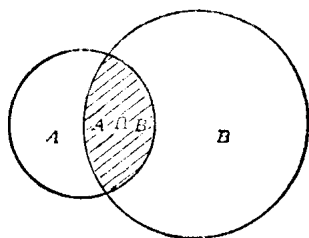
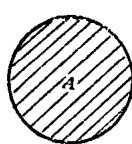
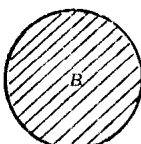


图 1-2

②并集 $A \cup B$ 表示集合 A 与集合 B 的并集 (由 A 、 B 一切元素构成) (图 1-3 的阴影部分).



(1)



(2)

图 1-3

③补集 $\bar{A}$ 表示 A 的补集 (由全集 I 中所有不属于 A 的元素构成) (图 1-4) .

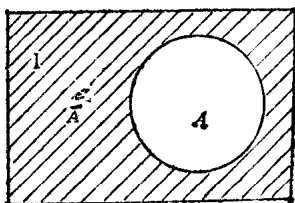


图 1-4

例1 顺序写出下列集合的包含关系

$A = \{\text{正方体}\}$ $B = \{\text{四棱柱}\}$ $C = \{\text{正四棱柱}\}$
 $D = \{\text{长方体}\}$ $E = \{\text{直四棱柱}\}.$

解: $B \supseteq E \supseteq D \supseteq C \supseteq A.$

例2 设 $I = \{x | 0 \leq x \leq 10, x \in J\}$, $A = \{\text{小于5的正整数}\}$, $B = \{\text{不大于5的非负整数}\}$, $C = \{\text{10的质因数}\}$. 试用列举法表示集合 A 、 B 、 C , 指出下列关系式是否正确, 并说明其原因.

(1) $\{0\} \in I$; (2) $\phi \subset A$; (3) $0 \subset B$;

(4) $A \cap B = A$; (5) $B \subseteq A \cup C$.

解: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,
 $C = \{2, 5\}$.

(1) 不对. 因为 $\{0\}$ 是集合, 不是元素, 不能用属于符号, 正确写法是 $\{0\} \subset I$ 或 $\{0\} \subseteq I$;

(2) 正确. 因为空集是任何非空集的真子集;

(3) 不对. 0 是元素, B 是集合, 应写成 $0 \in B$;

(4) 因为 $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 $= \{1, 2, 3, 4\}$, 所以 $A \cap B = A$ 是正确的;

(5) $\bar{B} = \{6, 7, 8, 9, 10\}$, $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\bar{A} \cap C = \{0, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $\therefore B \subseteq \bar{A} \cap C$ 是正确的.

例3 写出集合 $A = \{0, 1, 2\}$ 的所有子集.

解: A 的子集有 ϕ , $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$ 共8个集合.

例4 设全集 $I = R$, $A = \{x | x \leq 6\}$ 求:

(1) $A \cap \phi$, $A \cup \phi$; (2) $A \cap R$, $A \cup R$;

$$(3) A \cap \bar{A}, A \cup \bar{A}.$$

$$\text{解: } (1) A \cap \phi = \phi, A \cup \phi = A = \{x | x \leq 6\}$$

$$(2) A \cap R = A = \{x | x \leq 6\}, A \cup R = R$$

$$(3) A \cap \bar{A} = \phi, A \cup \bar{A} = I = R$$

$$\text{例5 设 } I = \{x | 1 < x < 7\}, A = \{x | 2 \leq x \leq 5\} \\ B = \{x | 3 \leq x \leq 6\} \text{ 求 } \bar{A}, \bar{B}, A \cup B, A \cap B, \bar{A} \cup \bar{B}.$$

$$\text{解: } \bar{A} = \{x | 1 < x < 2\} \cup \{x | 5 < x < 7\}$$

$$\bar{B} = \{x | 1 < x < 3\} \cup \{x | 6 < x < 7\}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{\{x | 2 \leq x \leq 6\}} = \{x | 1 < x < 2\} \cup \{x | 6 < x < 7\}$$

$$A \cap \bar{B} = \{x | 2 \leq x < 3\}$$

$$\overline{A \cup B} = \{x | 3 \leq x \leq 5\}$$

例6 求由5个元素构成的集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 的一切子集的总数.

解: 由 A 中每次取 $i (0 \leq i \leq 5)$ 个元素构成集合 A 的一个子集, 这样的子集个数为 C_5^i , 则 A 的一切子集的总数为:

$C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 2^5 = 32$ (个), 其中 $C_5^0 = 1$ 表示空集的个数.

注意: 此题可推广到一般情况, 由 n 个元素构成的集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 的一切子集的总数为 $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$ (个).

习 题 1-1

1. A, B 是非空集的两不相等的集合, 用集合的有关符号填空:

- (1) $\{5\} \underline{\hspace{1cm}} \{2, 5, 8\}$, (2) $A \cup B \underline{\hspace{1cm}} A \cap B$,
 (3) $\phi \underline{\hspace{1cm}} A \cup B$, (4) $0 \underline{\hspace{1cm}} \phi$,
 (5) $a \underline{\hspace{1cm}} \{a, b\}$, (6) $R \underline{\hspace{1cm}} N$,
 (7) $A \cup B \underline{\hspace{1cm}} B$, (8) $\{2, 1\} \underline{\hspace{1cm}} \{1, 2\}$,
 (9) $\{0\} \underline{\hspace{1cm}} \phi$, (10) $\{\phi\} \underline{\hspace{1cm}} \phi$.

2. 填空:

(1) $I = \{ \text{不大于9的自然数} \}$, $A = \{ 2, 5, 8, \}$,
 $B = \{ 3, 4, 5, 9 \}$, 则 $\bar{A} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$,

$$A \cap \bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}, \bar{A} \cup \bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 设 $I = R$ $A = \{ x \mid x^2 - 2x > 0 \}$, $B = \{ x \mid x^2 - 2x - 3 < 0 \}$, 则 $\bar{A} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{A} \cup \bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$, $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $\overline{A \cap B} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}.$

$$3. A = \{ \alpha \mid \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \alpha \in (-\pi, \pi) \}$$

$$B = \{ \beta \mid \cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \beta \in (-\pi, \pi) \}$$

求: $A \cap B$, $A \cup B$

4. 若 $A = \{ 1, 3, 5 \}$, $\bar{A} = \{ 2, 4, 6 \}$, $B = \{ 1, 2 \}$,

求: $\bar{B}$, $\overline{A \cup B}$, $\bar{A} \cap \bar{B}$.

5. 设 $A = \{ \text{菱形} \}$, $B = \{ \text{矩形} \}$, 求 $A \cap B$.

6. 设 $I = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$,

$A = \{ a \mid a = 3x \ a \in I \}$, $B = \{ b \mid b = 3x - 1 \ b \in I \}$,

$C = \{ c \mid c = 3x - 2 \ c \in I \}$

求: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup B \cup C$, $\overline{B \cup C}$.

7. 设 $I = R$ $A = \{ x \mid x^2 - 4x - 5 < 0 \}$, $B = \{ x \mid$