通过对2002年高考试题分析研究编写

数学

海淀实战训练

3 + X GAO KAO

HAIDIANSHIZHANXUNLIAN

中国妇女出版社

3+X高考海淀实战训练

数　学

中国妇女出版社

图书在版编目(CIP)数据

3+X高考海淀实战训练·数学/董小平,韩颖等主编.北京:中国妇女出版社,2002.12

ISBN 7-80131-754-8

Ⅰ.3… Ⅱ.①董…②韩… Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第092387号

3+X高考海淀实战训练·数学

董小平 韩颖 范存智 胡小力 主编

中国妇女出版社出版发行

北京东城区史家胡同甲24号

邮政编码:100010

各地新华书店经销

北京才智印刷厂印刷

787×1092 1/16 4.25印张 80千字

2003年元月第一版 2003年元月第一次印刷

印数:1—10000册

ISBN 7-80131-754-8/G·397

定价:6.00元

主　编： 董小平　韩　颖　范存智　胡小力

编　委： 吴晓英　谷振需　吴维真　朱友霞　闫伟达
王　晗　范志达　应　劼　刘雪清　邢淑琴
尤丽丽　王晓莉　及晓站　陈　红　高　群
张晓立　唐乐丽　张　宁

前 言

为了使学生适应目前高考最新趋势，了解2003年高考特点，针对2003年高考命题特点，我社邀请长期在一线从事教学工作的特级教师和了解高考最新动态的教研员等，按照新高考对该学科所测试的各种综合能力的要求，根据新高考命题的思路与特点，编辑出版了《3+X高考——海淀实战训练》丛书。这一套丛书，包括语文、数学、英语高考模拟试题，以及英语阅读理解专项训练和英语完形填空专项训练，共5册。本书选编的模拟训练题，贴近高考的要求，以实用和精炼为原则，达到使考生通过一定量的练习提高解题能力的效果。

本套丛书具有权威性、实效性特点：

1.名校名师，匠心独具 北京海淀教师进修学校等优秀教师编著。丛书特约北京市海淀区教师进修学校专、兼职教研员、北大附中、人大附中、理工附中、首师大育新实验学校、交大附中、中关村中学等重点中学的高级教师集体讨论审定编写而成。

2.实用性强，具针对性 本套丛书通过对2002年“3+X”高考试题的专门研究，总结其特点，在对广泛收集到的有关新高考的最新信息并综合分析的基础上，分析2003年高考形势与特点，有目的、有针对性地编写而成。

3.题型完备，内容丰富 本丛书打破传统的教辅用书以知识块分类的模式，而是以各学科要考查的能力为线索展开，重在培养学生做题的能力。能够在短时间内，提高实际水平和应试能力。

4.内容新颖，涵盖面广 全书涵盖了《教学大纲》规定中的所有知识点，对历年高考重点考察内容特别关注。试题选材新，试题内容全，命题思路活，符合高考改革精神。

5.题量适中，使用方便 本书选编的大量模拟训练题，贴近高考要求，以达到使考生通过一定量的练习提高解题能力的效果。既适用于考前自测，也适用于课堂集体测试。

同时，本套书所选各课试题均经过海淀区部分高考学生的使用，得到了学生和各任课教师的欢迎，同时我们又吸取了各任课教师和学生所提出的建议，对试题作了进一步的改进和完善。使其更能体现高考趋势和命题特点，满足教师和考生们的需要。

目　录

高考数学模拟试题(一) …………………………………………… (1)
高考数学模拟试题(二) …………………………………………… (4)
高考数学模拟试题(三) …………………………………………… (7)
高考数学模拟试题(四) …………………………………………… (10)
高考数学模拟试题(五) …………………………………………… (13)
高考数学模拟试题(六) …………………………………………… (17)
高考数学模拟试题(七) …………………………………………… (20)
高考数学模拟试题(八) …………………………………………… (23)
高考数学模拟试题(九) …………………………………………… (26)
高考数学模拟试题(十) …………………………………………… (29)

高考数学模拟试题参考答案 ………………………………………… (33)

高考数学模拟试题(一)

第Ⅰ卷(选择题共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的):

1. 已知集合 $P=\{(x,y)\mid x-y=0\}$, $Q=\{(x,y)\mid x^2-y^2=0\}$,则下列各式中正确的是(　　)

(A) $P\cap Q=\phi$　　(B) $P\cap Q=P$

(C) $P\cup Q=P$　　(D) $P\cup Q=Q$

2. 若 $\alpha,\beta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$,且 $\tan\alpha>\cot\beta$,则(　　)

(A) $\alpha<\beta$　　(B) $\alpha>\beta$

(C) $\pi<\alpha+\beta<\frac{3\pi}{2}$　　(D) $\frac{3\pi}{2}<\alpha+\beta<2\pi$

3. 若 $\log_a(b+1)<\log_a b<0(a>0$ 且 $a\neq1)$,则 a^b 与 b^a 的大小关系是(　　)

(A) $a^b>b^a$　　(B) $a^b<b^a$

(C) $a^b+1=b^a$　　(D)大小关系不确定

4. 在四面体 $A-BCD$ 中,E、F 分别是 AC、BD 的中点,且 $CD\perp AB$, $EF=AB$,则异面直线 EF 与 CD 所成角的大小为(　　)

(A)75°　　(B)60°　　(C)45°　　(D)30°

5. 函数 $y=\frac{x}{x^2+2}(x>0)$的最大值是(　　)

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(B) $2\sqrt{2}$　　(C) $\frac{1}{3}$　　(D)3

6. 已知复数 $z=-8(1-i)$,则$\frac{i}{z}$的辐角主值为(　　)

(A) $\frac{\pi}{4}$　　(B) $\frac{3\pi}{4}$　　(C) $\frac{5\pi}{4}$　　(D) $\frac{7\pi}{4}$

7. 已知不等边三角形的三边长都是整数,且最大边长为10,则这样的三角形最多有(　　)

(A)12个　　(B)16个　　(C)24个　　(D)32个

8. 若长方体的全面积为 S,所有棱的长度之和为 t,则有(　　)

(A) $2\sqrt{6S}>t$　　(B) $2\sqrt{6S}<t$

(C) $2\sqrt{6S}\geqslant t$　　(D) $2\sqrt{6S}\leqslant t$

9. 若曲线 $\begin{cases}x=\sin^2\theta\\ y=\sin\theta-1\end{cases}$ (θ 为参数)与直线 $x=m$ 交于相异两点,则 m 的取值范围是(　　)

(A) $[0,+\infty)$　　(B) $(0,1]$　　(C) $[0,1]$　　(D) $(0,+\infty)$

10．函数 $f(x)=\sin^2(2x+\frac{\pi}{12})+\cos^2(2x-\frac{\pi}{12})$ 是(　　)

(A)周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数　　(B)周期为 π 的奇函数

(C)周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数　　(D)周期为 π 的偶函数

11．若 $\{a_n\}$ 为等比数列，首项为 a_1，公比为 q，则 $\{a_n\}$ 为递增数列的充要条件是(　　)

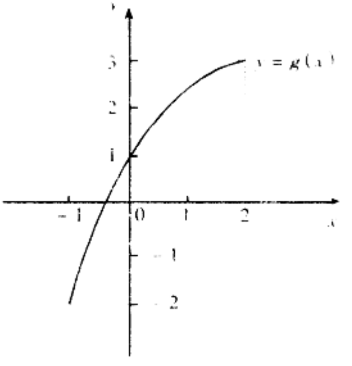
(A) $q>1$　　(B) $a_1>0$ 且 $q>1$ 或 $a_1<0$ 且 $q<1$

(C) $a_1>0$ 且 $q>0$　　(D) $a_1>0$ 且 $q>1$ 或 $a_1<0$ 且 $0<q<1$

12．函数 $y=g(x)$，$x\in[-1,2]$ 的图象如图所示，函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，则函数 $y=f(4-x^2)$ 的一个单调递增区间是(　　)

(A) $[-\sqrt{6},-1]$　　(B) $[1,\sqrt{6}]$

(C) $[-\sqrt{3},-\sqrt{2}]$　　(D) $[\sqrt{2},\sqrt{3}]$



12 题图

第Ⅱ卷(非选择题共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．把答案填在题中横线上)：

13．双曲线 $\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{(y+3)^2}{16}=1$ 的两条渐近线和一条准线所围成的三角形面积等于________．

14．公园里有 A、B、C 三只游船，A 船可坐 3 人，B 船可坐 2 人，C 船只坐 1 人．今有三个大人带两个小孩前来租船，但小孩不能单独一人乘船，则不同的乘坐方法共有________种．

15．甲瓶中盛有浓度为 a 的盐水 6 升，乙瓶中盛有浓度为 b 的盐水 4 升 $(a\neq b)$．今把甲瓶中的盐水倒出 1 升进入乙瓶中，混合后，再从乙瓶中倒出 1 升进入甲瓶中．这样反复进行 k 次(由甲倒入乙，再由乙倒入甲算 1 次)后，甲、乙两瓶中的盐水浓度分别为 a_k、b_k，则 b_k-a_k 的表达式为________．

16．如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA=PB$，$PA\perp PB$，$CB\perp$ 平面 PAB．给出下列五个命题：

①在三棱锥的各面中，有且仅有三个是直角三角形．

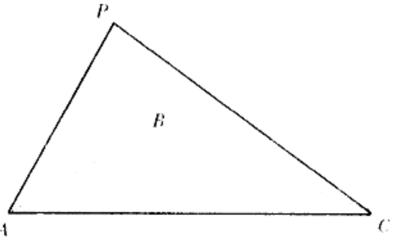
②PA 与 BC 所成角的大小为 90°．

③PC 与平面 ABC 所成的角为 $\angle PCB$．

④AC 与平面 PBC 所成的角为 $\angle PCA$．

⑤在三棱锥的四个面中，两两构成一个二面角，其中有且只有两个是直二面角．

其中正确命题的序号是________(把你认为正确的命题的序号都填写上)．



16 题图

三、解答题(本大题共 6 小题，共 74 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)：

17．(12 分)复平面上的两点 A、B 分别对应复数 z_1、z_2．

(Ⅰ)若$\frac{z_1}{z_2}$是-1的一个虚三次方根,求证:$\triangle AOB$是正三角形(O为坐标原点);

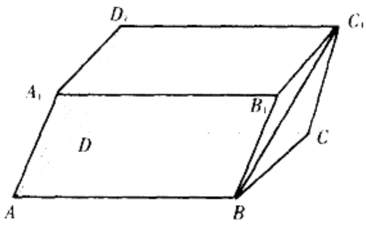
(Ⅱ)若$\triangle AOB$是$\angle OAB=90°$的等腰三角形,且$\frac{z_1}{z_2}$是方程$x^2+ax+b=0$的根,求实数a、b的值.

18.(12分)如图,在平行六面体$A_1B_1C_1D_1-ABCD$中,侧面$ABB_1A_1\perp$底面$ABCD$,$A_1A=AD=a$,$AB=\sqrt{2}a$,$\angle A_1AB=\angle DAB=45°$.

(Ⅰ)求证:$A_1D\perp AB$;

(Ⅱ)求侧面A_1ADD_1与底面$ABCD$所成二面角(锐角)的大小;

(Ⅲ)求直线A_1B与平面ABC_1D_1所成角的大小.



19题图

19.(12分)在$\triangle ABC$中,已知$a\cos^2\frac{C}{2}+c\cos^2\frac{A}{2}=\frac{3}{2}b$,求$\cos A+\cos C$的最值.

20.(12分)在等差数列$\{a_n\}$(公差$d\neq0$)和等比数列$\{b_n\}$中,已知$a_1=b_1=1$,$a_2=b_2$,$a_8=b_3$.

(Ⅰ)求通项a_n、b_n的表达式;

(Ⅱ)是否存在常数a、b,使对一切$n\in N^*$恒有$a_n=\log_a b_n+b$成立?如存在,求出a、b的值;如不存在,请说明理由.

21.(13分)为提高森林覆盖率,保护林木资源,要做到合理砍伐利用.某林场去年底森林木材储存量为a立方米,树木以每年25%的增长率生成.林场计划从今年起,每年年底要砍伐的木材量为x立方米.为了实现经过20年木材储存量翻两番的目标,问每年砍伐木材量x的最大值是多少?

(参考数据:$\lg2=0.3$)

22.(13分)设函数$f(x)$对$x>0$有意义,且满足:$f(2)=1$,$f(xy)=f(x)+f(y)$,$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数.

(Ⅰ)求证:$f(1)=0$;

(Ⅱ)对给定的$x(x>0)$,数列$\{f(x^n)\}(n\in N^*)$是什么数列?并给出证明;

(Ⅲ)若$f(x)+f(x-3)\leq2$,求x的取值范围.

高考数学模拟试题(二)

第Ⅰ卷(选择题共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的):

1. 已知集合 $M=\{(x,y)\mid y^2=x+3,y>0\}$,集合 $S=\{(x,y)\mid y=x+t,t\in R\}$,若 $M\cap S$ 中有且只有一个元素,则 t 的取值范围是(　　)

   (A)$t\leqslant 3$　　(B)$3<t<\frac{13}{4}$　　(C)$t\geqslant\frac{13}{4}$　　(D)$t\leqslant 3$,或 $t=\frac{13}{4}$

2. 若函数 $f(x)$ 的图象经过点(0,1),则函数 $f(x+4)$ 的反函数的图象必定经过点(　　)

   (A)(4,-1)　　(B)(1,-4)　　(C)(-4,1)　　(C)(-1,4)

3. "$m=-2$"是"直线 $(2-m)x+my+5=0$ 与直线 $x-my-3=0$ 互相垂直"的(　　)

   (A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

   (C)充要条件　　(D)既不充分又不必要条件

4. 下列不等式中有实数解的是(　　)

   (A)$x^2+(x-1)^2\leqslant 0$　　(B)$|x-2|+|x-5|<3$

   (C)$\frac{x^2+4}{|x|}<4$　　(D)$|x^2-x+1|\leqslant x^2-x+1$

5. 函数 $y=\arccos(-x)$ 的图象与 $y=\arccos x$ 的图象之间的位置关系是(　　)

   (A)关于 x 轴对称　　(B)关于 y 轴对称

   (C)关于原点对称　　(D)关于直线 $y=x$ 对称

6. 若 $C_n^0(x+1)^n-C_n^1(x+1)^{n-1}+\cdots+(-1)^rC_n^r(x+1)^{n-r}+\cdots+(-1)^nC_n^n=a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$,则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}+a_n$ 的值是(　　)

   (A)0　　(B)-1　　(C)1　　(D)2

7. 两个非零复数 z_1 和 z_2 满足关系式 $z_1^2+z_2^2=0$,z_1、z_2 在复平面内的对应点分别是 A、B、O 为坐标原点,则△AOB 的形状是(　　)

   (A)钝角三角形　　(B)等边三角形

   (C)等腰直角三角形　　(D)不等边的锐角三角形

8. 已知$\{a_n\}$为等差数列,且知前九项的和 $S_9=3$,则 $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=$(　　)

   (A)$\frac{2}{3}$　　(B)$\frac{4}{3}$　　(C)$\frac{5}{3}$　　(D)$\frac{7}{5}$

9. PA、PB、PC 是从同一点 P 引出的三条射线,且两两所成的角都是60°.设 PA 与平面 PBC 所成的角为 θ,则 $\tan\theta$ 的值为(　　)

   (A)$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　(B)$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　(C)$\sqrt{2}$　　(D)$2\sqrt{2}$

10．已知 F_1、F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的两个焦点，M 是椭圆上的一个动点，则 $|MF_1|\cdot|MF_2|$ 的最大值是（　　）

(A) $\sqrt{3}$　　(B) 3　　(C) 1　　(D) 4

11．用 A、B、C、D、E、F 六个不同的电子元件在线路上排成一排，可以组成一个电路．若在元件 A 与 B 之间只能安放一个元件，则这六个元件组成的不同电路的种数是（　　）

(A) 288　　(B) 192　　(C) 96　　(D) 48

12．已知函数 $f(x)=(\frac{1}{n})^x+(\frac{2}{n})^x+(\frac{3}{n})^x+\cdots+(\frac{n-1}{n})^x$ $(n\in N^*)$，当 $x\in(-\infty,1]$ 时，函数 $f(x)$ 有（　　）

(A) 最小值 $\frac{n-1}{2}$　　(B) 最小值 $\frac{n+1}{2}$　　(C) 最大值 $\frac{n-1}{2}$　　(D) 最大值 $\frac{n+1}{2}$

第Ⅱ卷（非选择题 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．把答案填在题中横线上）：

13．已知二直线 $a_1x+b_1y+5=0$ 和 $a_2x+b_2y+5=0$ 的交点是 $M(3,4)$，则经过两点 $P_1(a_1,b_1)$、$P_2(a_2,b_2)$ 的直线方程是__________．

14．已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n>0$，$a_1=2$，前 n 项和 S_n 满足关系式 $S_n=(\sqrt{S_{n-1}}+\sqrt{2})^2$ $(n\geq 2)$，则该数列的通项公式为 $a_n=$__________．

15．对于 $m\in[0,4]$，不等式 $x^2+mx>4x+m-3$ 恒成立，则 x 的取值范围是__________．

16．对于任意 $x,y\in R$，定义运算 $x\odot y$ 为：$x\odot y=ax+by+cxy$（其中 a、b、c 为常数，等式右端运算是通常意义下的实数的加法和乘法）．现已知 $1\odot 2=3$，$2\odot 3=4$，且存在一个非零实数 d，使得对于任意 $x\in R$，都有 $x\odot d=x$，则 $d=$__________．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 74 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）：

17．（12 分）求最小的正数 a，使 $\lg(xy)\leq(\lg a)\sqrt{(\lg x)^2+(\lg y)^2}$ 对于大于 1 的任意 x、y 都成立．

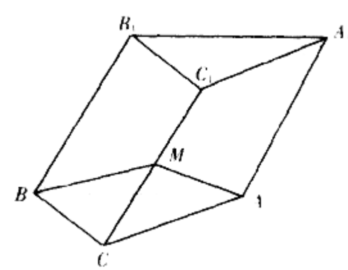
18．（12 分）已知 $z\in C$，且 $\arg(3z-\bar{z})=\frac{3\pi}{4}$，$|z+1|=\sqrt{2}$，求复数 z．

19．（12 分）已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$（如图），在底面 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°$，$\angle C=90°$，$BC=1$．侧面 A_1ACC_1 ⊥底面 ABC，侧棱与底面成 $60°$ 角．侧棱 $A_1A=\sqrt{3}$，M 为侧棱 C_1C 的中点．

（Ⅰ）求异面直线 AM 与 BB_1 的距离；

（Ⅱ）求直线 A_1B 与平面 A_1ACC_1 所成角的大小（用反三角函数值表示）；

（Ⅲ）求截面 ABM 与上底面 $A_1B_1C_1$ 之间的几何体的体积．



19 题图

20．（12 分）药材公司收购某种中草药的价格是 120 元/千克，征税标准为每 100 元征税 8 元（即

税率为8%)，按计划可收购 m 千克. 为调动生产积极性，减轻药农负担，决定税率降低 $x\%$，预计收购量可增加 $2x\%$.

(Ⅰ)求税收 y(元)与 x 的函数关系式；

(Ⅱ)为使税收在税率调节后不低于原计划的78%，试确定 x 的取值范围.

21. (13分)设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是定义在实数集 R 上的函数，且满足：①对任意 x、$y\in R$，都有 $f(x-y)=f(x)f(y)+g(x)g(y)$；② $f(0)=1$. 求证：

(Ⅰ)对任意 $x\in R$，都有 $f^2(x)+g^2(x)=1$；

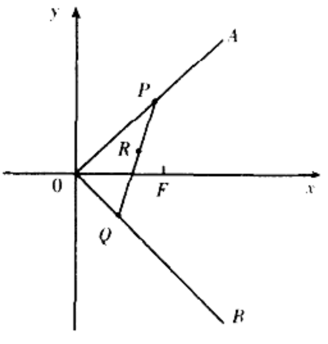
(Ⅱ) $f(x)$ 是偶函数；

(Ⅲ)设 $g(x)$ 是满足①、②的奇函数，若存在实数 $a\neq 0$，使 $f(a)=1$，则 $f(x)$ 是周期函数.

22. (13分)如图，已知 $\angle AOB=90°$，O 为坐标原点，且以 x 轴正半轴为其角平分线，P、Q 分别是 OA、OB 上的两个动点，$\triangle POQ$ 的面积为定值1.

(Ⅰ)求线段 PQ 中点 R 的轨迹 C，并画出图形；

(Ⅱ)已知过点 $F(\sqrt{2},0)$ 的直线 l 截曲线 C 所得的线段长为4，求直线 l 的倾斜角.



22题图

高考数学模拟试题(三)

第Ⅰ卷(选择题共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的):

1. 设集合 $P=\{(x,y)\mid(x-a)^2+(y-a)^2<1\}$,$M=\{(x,y)\mid |x|\leqslant 1,|y|\leqslant 1\}$,若 $P\cap M=\phi$,则实数 a 的取值范围是(　　)

   (A)$a\leqslant -1-\sqrt{2}$ 或 $a\geqslant 1+\sqrt{2}$　　(B)$-1-\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 1+\sqrt{2}$

   (C)$a\leqslant -1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $a\geqslant 1+\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(D)$-1-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant a\leqslant 1+\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 若不等式 $|x-1|<a$ 成立的充分条件是 $0<x<4$,则 a 的取值范围是(　　)

   (A)$a\leqslant 1$　　(B)$a\geqslant 1$　　(C)$a\leqslant 3$　　(D)$a\geqslant 3$

3. 若复数 $z_1=-7+i$,$z_2=3-4i$,则 $\arg z_1-\arg z_2$ 的值为(　　)

   (A)$\frac{5\pi}{4}$　　(B)$-\frac{5\pi}{4}$　　(C)$\frac{3\pi}{4}$　　(D)$-\frac{3\pi}{4}$

4. 函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$的最小正周期为 4,且当 $x=2$ 时取得最小值,则 φ 可能取得的一个值是(　　)

   (A)$\frac{\pi}{4}$　　(B)$\frac{\pi}{3}$　　(C)$\frac{\pi}{2}$　　(D)π

5. 三棱锥 $P-ABC$ 的各侧面与底面所成的二面角都是 $60°$,且底面三角形的三边长分别为 3,4,5,则该三棱锥的侧面积为(　　)

   (A)$4\sqrt{3}$　　(B)$8\sqrt{3}$　　(C)12　　(D)24

6. 在极坐标系中,圆 $\rho=-4\cos\theta$ 的圆心到直线 $\rho\cos\theta=4$ 的距离是(　　)

   (A)2　　(B)4　　(C)6　　(D)8

7. 设 A 是双曲线的左顶点,F 是双曲线的右焦点,过点 A 作斜率为 K 的直线交双曲线于 P 点,若 $PF\perp AF$,则该双曲线的离心率为(　　)

   (A)$k+1$　　(B)$|k|+1$　　(C)$k-1$　　(D)$|k|-1$

8. 函数 $y=2\sin^2 x-\sin 2x$,$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$的值域是(　　)

   (A)$[1-\sqrt{2},2]$　　(B)$[1-\sqrt{2},0]$　　(C)$[0,1+\sqrt{2}]$　　(D)$[1-\sqrt{2},1+\sqrt{2}]$

9. 若二项式$(1+2x)^n$ 展开式的各项系数的和为 a_n,其二项式系数的和为 b_n,则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n-a_n}{b_n+a_n}=$(　　)

   (A)1　　(B)-1　　(C)0　　(D)$\frac{2}{3}$

10. 设 $a,b\in R^{+}$，a,t_1,t_2,b 成等差数列，a,S_1,S_2,b 成等比数列，则 t_1+t_2 与 S_1+S_2 的大小关系是(　　)

(A) $t_1+t_2\leqslant S_1+S_2$　　(B) $t_1+t_2<S_1+S_2$

(C) $t_1+t_2\geqslant S_1+S_2$　　(D) $t_1+t_2>S_1+S_2$

11. 某商场对顾客实行购物优惠活动，规定一次购物：

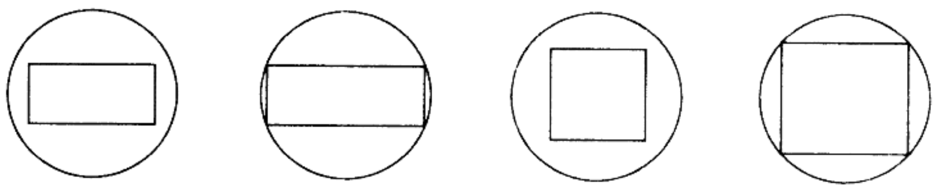
①如不超过 200 元，则不予优惠；

②如超过 200 元但不超过 500 元的按标价给予 9 折优惠；

③如超过 500 元，其中 500 元按第②条给予优惠，超过 500 元的部分，给予 8 折优惠．某人两次去购物，分别付款 168 元和 423 元．若他只去一次购买同样的商品，则应付款(　　)

(A)450 元　　(B)472.8 元　　(C)522.8 元　　(D)560.4 元

12. 一个正方体内接于一个球，过球心作一截面，则截面的可能图形是(　　)



①　　②　　③　　④

12 题图

(A)①③　　(B)②④　　(C)②③④　　(D)①②③

第Ⅱ卷(选择题共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．把答案填在题中横线上)：

13. 无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的各项和是 $\frac{2}{5}$，则其首项 a_1 的取值范围是________．

14. 已知 $M(x_0,y_0)$ 是圆 $x^2+y^2=R^2$ 内异于圆心的点，则直线 $x_0x+y_0y=R^2$ 与该圆的交点的个数为________．

15. 20 个完全相同的小球分给 3 个人，每人至少分得 1 个，但必须分完，则不同的分法共有________种(用数字作答)．

16. 给出下列四个命题：

① $\lg x>\lg y$ 是 $\sqrt{x}>\sqrt{y}$ 的充要条件．

②在 $\triangle ABC$ 中，$\cos 2A>\cos 2B$ 是 $A<B$ 的充要条件．

③双曲线 $\frac{(x-1)^2}{4}-y^2=1$ 是其渐近线为 $y=\pm\frac{1}{2}(x-1)$ 的充分但不必要条件．

④ $x^2>y^2$ 是 $x>y$ 的必要但不充分条件．

其中正确命题的序号是________

(把你认为正确的命题的序号都填写上)．

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤):

17.(12分)已知函数 $f(x)=\sin^2 x-2(a-1)\sin x\cos x+5\cos^2 x+2-a$,若对于任意实数 x 恒有 $|f(x)|\leqslant 6$ 成立,求实数 a 的取值范围.

18.(12分)等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_9=2$,$a_{k-8}=14$,前 K 项的和 $S_K=288$. 在数列 $\{b_n\}$ 中,前 n 项的和为 T_n,且满足 $(5-m)T_n+3mb_n=m$(m 为常数且 $m\neq-\frac{5}{2}$).

(Ⅰ)求 K 的值;

(Ⅱ)求证:数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;

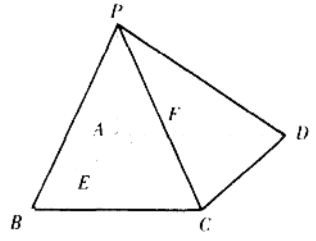
(Ⅲ)若 $\lim\limits_{n\to\infty}T_n=\frac{K}{9}$,求 m 的值.

19.(12分)在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是矩形,侧棱 PA 垂直于底面,E、F 分别是 AB、PC 的中点.

(Ⅰ)求证:$CD\perp PD$;

(Ⅱ)求证:$EF//$平面 PAD;

(Ⅲ)当平面 PCD 与平面 $ABCD$ 成多大角时,直线 $EF\perp$ 平面 PCD?



19题图

20.(12分)某食品厂定期购买面粉.已知该厂每天需用面粉6吨,每吨面粉的价格为1800元,面粉的保管费用为平均每吨每天3元,购买面粉每次需支付运费900元.

(Ⅰ)求该厂多少天购买一次面粉,才能使平均每天所支付的总费用最少?

(Ⅱ)若提供面粉的公司规定:当一次购买面粉不少于210吨时,其价格可按九折优惠,问该食品厂是否考虑利用这项优惠条件?并请说明理由.

21.(13分)已知函数 $f(x)$ 对任意 $x,y\in R$ 均有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$. 又当 $x<0$ 时,$f(x)>0$,且 $f(1)=-3$. 求 $f(x)$ 在 $[-2,3]$ 上的最大值和最小值.

22.(13分)已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,其离心率为 $e=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 直线 $l:y=x+2$ 与以原点为圆心、以 C_1 的短半轴长为半径的圆相切.

(Ⅰ)求椭圆 C_1 的方程;

(Ⅱ)设 C_1 的左焦点为 F,左准线为 l_1. 动直线 l_2 垂直 l_1 于点 P,线段 PF 的垂直平分线交 l_2 于点 M. 点 M 的轨迹 C_2 与 x 轴交于点 Q,又知两点 R、S 在 C_2 上,且满足 $QR\perp RS$,求 $|QS|$ 的取值范围.

高考数学模拟试题(四)

第Ⅰ卷(选择题共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的):

1. 已知集合 $M=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 7\}$,$N=\{x\mid m+1<x<2m-1\}$,且 $N\neq\phi$. 若 $M\cup N=M$,则有(　　)

(A)$-3\leqslant m\leqslant 4$　　(B)$-3<m<4$

(C)$m\leqslant -3$ 或 $m\geqslant 4$　　(D)$m<-3$ 或 $m>4$

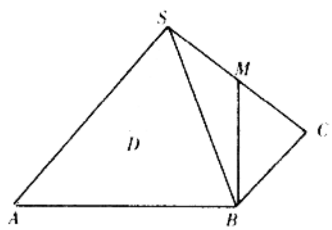
2. 在复平面内,正方形 $ABCD$(按逆时针方向排列)相对两顶点 A、C 分别对应复数 $1+2i$ 与 $-1-2i$,则点 B 对应的复数是(　　)

(A)$-1+3i$　　(B)$-\sqrt{2}+3\sqrt{2}i$　　(C)$-2+i$　　(D)$-2+4i$

3. 如图,正四棱锥 $S-ABCD$ 的各侧面都是正三角形,M 是 SC 的中点,则异面直线 BM 与 SA 所成角的余弦值是(　　)

(A)$\frac{1}{3}$　　(B)$\frac{\sqrt{2}}{3}$

(C)$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　(D)$\frac{\sqrt{3}}{4}$



3题图

4. $y=f(x)$是定义在 R 上的偶函数,满足 $f(x+1)=-f(x)$,且在区间$[-1,0]$上单调递增. 记 $a=f(2)$,$b=f(\sqrt{3})$,$C=f(3)$,则下列不等式中正确的是(　　)

(A)$b<c<a$　　(B)$c<b<a$　　(C)$a<b<c$　　(D)$b<a<c$

5. 直线 $kx+y+k-1=0(k\neq 0)$与椭圆$\frac{x^2}{k^2}+y^2=1$的交点个数为(　　)

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)不确定

6. 已知三条直线 $l_1:x-y=0$,$l_2:x+y-2=0$,$l_3:5x-ty-15=0$ 围成一个三角形,则参数 t 的取值范围是(　　)

(A)$\{t\mid t\in R$,且 $t\neq\pm 1\}$　　(B)$\{t\mid t\in R$,且 $t\neq\pm 5\}$

(C)$\{t\mid t\in R, t\neq\pm 5$ 且 $t\neq 0\}$　　(D)$\{t\mid t\in R, t\neq\pm 5$ 且 $t\neq -10\}$

7. 函数 $y=\arccos(x^2-x)$的单调递增区间是(　　)

(A)$[-1,1]$　　(B)$[\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$　　(C)$[\frac{1}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$　　(D)$[\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1}{2}]$

8. 设 $f(x)$ 是定义域为 R 且最小正周期为 $\frac{3\pi}{2}$ 的函数,若 $f(x)=\begin{cases}\cos x\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant x<0\right)\\ \sin x(0\leqslant x<\pi)\end{cases}$,则 $f\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$ 的值是(　　)

(A)1　　(B) $-\frac{1}{2}$　　(C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. 若圆锥的全面积是侧面积的 $\frac{4}{3}$,则圆锥侧面展开图的圆心角等于(　　)

(A) $\frac{\pi}{2}$　　(B) $\frac{2\pi}{3}$　　(C) $\frac{3\pi}{4}$　　(D) $\frac{7\pi}{6}$

10. 一条铁路原有 m 个车站,为适应客运需要新增设了 n 个车站($n\geqslant 2$),于是客运车票增加了 58 种(注:从甲站到乙站和从乙站到甲站需要两种不同的车票),那么这段铁路上原有车站的个数是(　　)

(A)13　　(B)14　　(C)15　　(D)16

11. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列,首项为 $a(a>0)$,公差 $d=-\frac{1}{a}$,前 n 项和为 S_n,且 S_2、S_3、S_5 依次组成等比数列,则 $a=$(　　)

(A) $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$　　(B) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$　　(C) $\frac{7\pm 3\sqrt{5}}{2}$　　(D) $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$

12. 给出下面四个命题:

①函数 $y=-5\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}x\right)$ 的相位是 $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}x$,初相是 $\frac{\pi}{4}$.

②函数 $y=\sin\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)$ 的单调递增区间是 $\left[k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{3\pi}{8}\right]$ $(k\in Z)$.

③函数 $y=\tan\frac{x}{2}-\frac{1}{\sin x}$ 的最小正周期是 π.

④函数 $y=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象,可由 $y=4\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到.

其中正确的命题是(　　)

(A)①③　　(B)②③　　(C)③　　(D)②③④

第Ⅱ卷(非选择题共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上):

13. 在数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=1$,且 $a_n=\frac{a_{n-1}}{2a_{n-1}+1}(n\geqslant 2)$,则该数列的通项公式 $a_n=$ ________.

14. 关于 x 的不等式 $x^2-ax-6a<0$ 的解区间的长度不超过 5 个单位长,则实数 a 的取值范围是________.

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的面积为 πab.过坐标原点的直线 l、x 轴的正半轴及椭圆围成的两个区域的面积分别记为 S 和 t(如图所示),则 S 关于 t 的函数关系表达式为________.