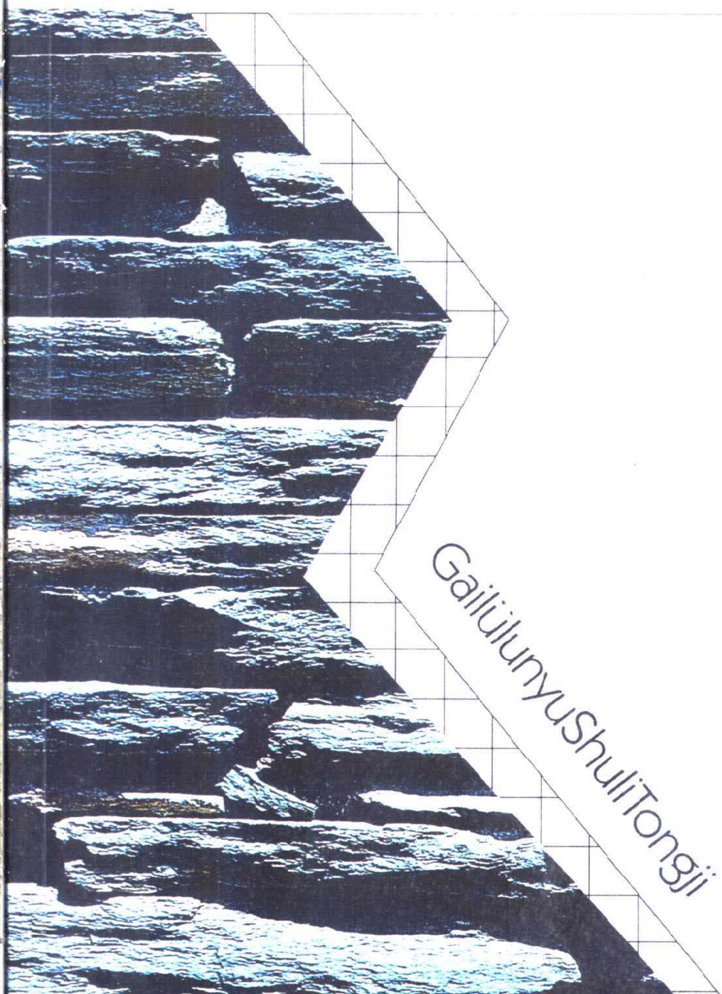
概率论
与数理统计

Gailülun yuShuliTongji

林文浩 编



厦门大学出版社

概率论
与数理统计

■ 林文浩 编

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/林文浩编. 一厦门:厦门大学出版社,2002.
8

ISBN 7-5615-1946-X

Ⅰ.概… Ⅱ.林… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第037069号

厦门大学出版社出版发行

(地址:厦门大学 邮编:361005)

http://www.xmupress.com

xmup @ public.xm.fj.cn

三明地质印刷厂印刷

2002年8月第1版 2002年8月第1次印刷

开本:850×1168 1/32 印张:13.75 插页:2

字数:368千字 印数:1—6 500册

定价:25.00元

内容提要

全书分概率论与数理统计两部分，共十章，各章末配有练习并附答案。练习分 A、B 两组，A 组为客观题；B 组以概率与统计在各领域的应用题为主。内容紧密联系现代生命科学、农业、医疗、工程、教育、社会和经济等各领域的科学实验和生产实际。可作为高等院校非数学类各专业本科生及部分专业研究生的教材，也可供科技人员参考。

前　言

常见的概率论与数理统计教材的编写角度，多侧重于某一个专业门类，比如侧重于理工类，侧重于医农类，或者侧重于经管类等等。但经过多年的改革与发展，特别是进入21世纪以来，国内的高等院校多已建成综合性或多科性的大学，所设置的专业大都含盖理、工、农、医、经、管、文等门类。《概率论与数理统计》作为综合性或多科性大学中非数学类专业的公共基础课，其基本概念、原理和方法是一致的，不必把教材的适应面划分得过细。一本适应面更宽的教材不但有利于教学组织、教学质量的评估，而且也有利于拓宽学生的知识面，传递学科之间的交叉与渗透的信息。本书的编写体现了这一思路，以上述各领域的实际问题为背景，可作为非数学专业本科生和一些专业研究生的教材，也可供科技人员参考。

全书分概率论与数理统计两部分，两者篇幅相当。概率论包括随机事件及其概率、一维随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理等五章。数理统计包括基本概念、参数估计、假设检验，方差分析和线性回归分析等五章。

各章末配有练习并附答案。练习分A、B两组。A组主要针对概率与统计的基本概念设计填空和选择等客观题；B组以概率与统计在各领域的应用题为主，并兼顾计算题与适量难度适中的推理题。

在写法上强调了基本概念及其背景，竭力阐明主要理论和方法的概率与统计思想。内容简明扼要，力求做到既通俗易懂、便于自学，又不失科学性和严谨性，并紧密联系现代生命科学、农业、医疗、工程、教育、社会、经济等各领域的科学实验和生产实际。重视引导读者提升应用概率与统计原理解决实际问题的能力。

本书不但融入了编者的，也吸纳了编者的同仁们的教学经验。在本书的编写过程中陈同英教授，张朝阳、姜永、温永仙副教授和李德新老师还提供了许多宝贵意见和建议，编者对此表示衷心的感谢。

编者才疏学浅，缺点与错误在所难免。书中不足之处敬请读者批评指正。

林文浩

2002 年　仲夏

目　录

第一章　随机事件及其概率

§1.1　随机试验

客观世界中大体存在着两类不同的现象:确定性现象与随机现象.例如,在标准大气压下,水加热到 100 ℃ 就会沸腾;向上抛掷的一颗石子必定要落回地面等.这种在一定条件下,某种必然发生或必然不发生(事先可以预言)的现象称为**确定性现象**.在相同条件下抛同一枚硬币,其结果可能是国徽一面朝上,也可能是数字一面朝上,在每次抛掷之前无法肯定抛掷的结果是什么;用同一支手枪射击同一目标,各次射击的弹着点不尽相同,在射击之前无法预测弹着点的确切位置;检验产品质量,任意抽取的某一产品有可能是正品,也可能是次品;桥牌选手在拿到牌之前并不知道他将拿到怎样的牌,等等.这类带有偶然性的现象,可以归纳出一个共同的特点:在一定条件下,具有多种可能发生的结果,而且事先都不能预言多种可能结果中究竟出现哪一种.我们把这种现象称为**随机现象**.

为了叙述方便,我们把对随机现象进行的一次观测(或观察、检测、实验等)统称为试验.如果一个试验满足三个条件:(1) 可以在相同的条件下重复进行;(2) 每一次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确试验的所有的可能结果;(3) 每次试验的具体结果在试验之前是无法预知的,便称此试验是**随机试验**,简称为**试验**,一般用字母 E 表示.下面列举一些随机试验的实例:

例 1　抛一枚硬币,观察正面或反面(不妨约定国徽为正面)出现的情况.

例 2　掷一骰子观察向上一面出现的点数.

例 3　向一目标射击,直至击中为止,记录射击的次数.

例 4　观察某精品店一天内接待的顾客数.

例 5　检测一批元件的使用寿命.

通俗地说,我们把随机试验中每一种可能发生的现象,或者每一个可能出现的事情统称为事件.其中在每次试验中必然会发生的现象称为**必然事件**,记为 Ω;在每次试验中必然不会发生的现象称为**不可能事件**,记为 Φ;而在任何一次试验中可能发生,也可能不会发生的现象称为**随机事件**,用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 表示.

例 6　一只布袋中装有 $n(n>3)$ 个外形相同,标号分别为 1、2、$\cdots$、n 的球,今从中任取一球,观察被取出的球的编号.容易看出这是一种随机试验,并且以下列举的若干个现象都是该随机试验中可能发生的现象:

$$\Omega=\{\text{取出之球号码}\geqslant 1\},\Phi=\{\text{取出之球号码}<0\},$$
$$A=\{\text{取出之球号码}=3\},B=\{\text{取出之球号码}\leqslant 3\}.$$

显然 Ω 是必然事件,Φ 是不可能事件,而 A,B 都是随机事件.

必然事件和不可能事件都是确定性的,但通常都把它们看成是随机事件的特例,在这种意义下事件与随机事件便是等价的概念,并简称随机事件为事件.

经验告诉我们,在一次随机试验中某些随机事件发生的可能性要大一些,而另一些随机事件发生的可能性要小一些.例如"某人的寿命不超过100岁"的可能性,要比"某人的寿命超过100岁"的可能性大,这是因为大多数人的寿命不超过100岁;乘火车比乘汽车更安全,等等.我们希望能用一个数量表示随机事件发生可能性大小,而这种标志着随机事件发生可能性大小的数量指标就称为随机事件发生的几率或概率,即概率是度量随机事件发生的可能性大小的数量.

问题是随机事件是否总是存在着这样的固有属性,使人们可以

度量其发生的可能性大小?大量的现象说明,该问题的答案是肯定的.

事实上,对一个随机试验,虽然在每次试验中某一特定的随机事件是否发生并不具有确定性,无规律可言,但若将试验在相同的条件下重复进行大量次数,并记录下各次试验的结果,就会发现其中存在着规律性.例如,抛掷一枚均匀的硬币,当次数足够大时,就会发现国徽朝上的次数大致占试验总数的一半.从而我们可以推断掷一次一枚均匀的硬币其国徽朝上的可能性约为 1/2,等等.可见表面上看来是偶然的现象中却隐含着某些必然的规律性,这种在大量重复试验中所呈现的固有规律性,就称为**随机现象的统计规律性**.

概率论是研究和揭示随机现象统计规律的一门数学学科.数理统计则以概率论为基础,研究如何依据大量次数的随机试验中所得到的数据,推断事物本质特征的各种方法.概率统计的理论与方法应用十分广泛,它几乎遍及所有科学技术领域,国民经济和工农业生产的各个部门.

§1.2 随机事件、事件的关系与运算

一、基本事件与基本空间

前面说过随机试验中每一种可能发生的现象(或事情)称为随机事件,这些事件中有的比较简单,有的却比较复杂,对它们加以分别是有好处的.例如,§1.1 例 6 中的事件 $B = \{$取出之球号 $\leqslant 3\}$ 是一复杂事件,它是由三个简单事件 $\omega_i = \{$取出之球号码 $= i\}(i = 1, 2, 3)$ 组合构成的,当且仅当事件集合 $\{\omega_i(i = 1,2,3)\}$ 其中的元素之一发生时,随机事件 B 发生.可见复杂事件可以用简单事件来表示.仔细观察可以看出,例 6 中类似于 $\omega_i(i = 1,2,3)$ 的简单事件共有 n 个,分别是 $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n$,它们正是随机试验的每一个可能结果.这是

因为本例中的试验所要观察的内容是任意取出的一只球的编号，所以可能的试验结果正是数码 $1,2,\cdots,n$ 中的某一个.

一般地，我们把随机试验中每一个可能出现的结果称为随机试验的**基本事件**或**样本点**，用 ω 表示；而由全体基本事件或样本点构成的集合称为**基本事件空间**或**基本空间**或**样本空间**，记为 Ω.

用集合表示法，§1.1 例 6 的基本空间，即样本空间，可写成

$$\Omega = \{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}.$$

例 1 设 E_1 为 §1.1 例 2 中的随机试验. 记 ω_i 为"出现 i 点"$(i = 1,2,\cdots,6)$，于是

$$\Omega = \{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_6\}.$$

例 2 设 E_2 为相同条件下接连不断地向一个目标射击，直到击中目标为止，观察射击次数. 记 ω_i 为"第 i 次射击时首次击中目标"$(i = 1,2,\cdots)$，于是 $\Omega = \{\omega_1,\omega_2,\cdots\}$.

例 3 设某地铁站每隔五分钟有一列车通过，乘客对于列车通过该站的时间完全不知道，E_3 为观察乘客的候车时间. 以 t 表示乘客的候车时间等于 t(分钟) 这一基本事件，即 t 既表示时间也表示基本事件，写成

$$t = \{\text{某乘客的候车时间等于 } t\text{(分钟)}\},$$

于是 $\Omega = \{t \mid 0 \leqslant t < 5\}$.

从上面的几个例子可见，随机试验大体可以分成只有有限个可能结果(如 E_1)，有可列个可能结果(如 E_2) 和有不可列无穷多个可能结果(如 E_3) 三种情况. 要注意的是基本空间中的基本事件不但要涵盖随机试验的全部结果(即每次试验必出现其中之一)，而且基本事件两两不能同时出现(即每次试验只能出现其中之一，或者说基本事件具有两两互斥性). 这些是基本事件应满足的两项准则.

二、随机事件

§1.1 中曾通俗地把随机试验中每一个可能产生的现象(或事情) 称为随机事件，现在我们要在基本空间或样本空间下更为深入

地来阐述随机事件的概念.我们的目标是用样本空间的子集来表示随机事件.事实上,在上一段我们已经有过用事件集合$\{\omega_i(i=1,2,3)\}$表示§1.1例6中的事件B的经验.现在再看一个例子.

例4　设布袋里有三个白球(编号为1,2,3)和两个黑球(编号为4,5),今从中不放回地接连任取两个球,观察先后取出的两个球的号码.该试验的可能结果,即基本事件或样本点记为

$(i,j)=\{$第一次取出i号球,第二次取出j号球$\}$,$i,j=1,2,3,4,5,i\neq j$.

其样本空间为

$$\Omega=\{(i,j)\mid i,j=1,2,3,4,5,i\neq j\},$$

共含20个样本点,它们分别是:

(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
(2,1)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
(3,1)	(3,2)	(3,4)	(3,5)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,5)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4).

值得注意的是,在一次试验中除了基本事件之外,还可能观察到其他一些事件,例如

$A=\{$第一次取出的是黑球$\}$,

$B=\{$第二次取出的是黑球$\}$,

$C=\{$两次取出的都是黑球$\}$.

事件A,B,C都可以用样本点的集合表示,如

$$A=\{(i,j)\mid i=4,5,j=1,2,3,4,5,i\neq j\},$$
$$B=\{(i,j)\mid i=1,2,3,4,5,j=4,5,i\neq j\},$$
$$C=\{(i,j)\mid i,j=4,5,i\neq j\}.$$

显然它们都是样本空间的子集,并且当且仅当某子集中的某一个样本点出现(即某一个基本事件发生)时,相应的随机事件发生.一般地,我们有如下的定义.

定义　随机试验E的样本空间Ω中的子集A称为E的随机事